

Коррекция некогерентных изображений объектов в условиях анизопланатизма турбулентности по опорному источнику излучения различной длины волны

В.В. Дудоров, В.В. Колосов*

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

Поступила в редакцию 19.02.2010 г.

Анализируется возможность фазовой компенсации турбулентных искажений некогерентного изображения объекта при его подсветке излучением различной длины волны. Исследование выполнено на основе метода, который является дальнейшим развитием алгоритма численного моделирования некогерентных изображений объектов в атмосфере в условиях анизопланатизма турбулентности [Lachinova S.L., Vorontsov M.A., Dudorov V.V., Kolosov V.V., Valley M.T. // Proc. SPIE. 2007. V. 6708. 67080E]. Показана зависимость степени и области улучшения качества изображения от отношения длин волн опорного и формирующего изображение излучений.

Ключевые слова: некогерентное изображение, фазовая компенсация, анизопланатизм турбулентности; incoherent image, phase compensation, anisoplanatic turbulence.

Введение

В современных оптических локационных системах для подсветки наблюдаемых объектов используются лазерные источники разных типов. При этом длины волн этих источников могут существенно отличаться от длин волн видимого диапазона или длины волны принимаемого сигнала, формирующего изображение объекта. При использовании отраженного от объекта лазерного излучения в качестве опорного для фазовой коррекции изображений, формируемых локационной системой, возникает потеря эффективности адаптивной коррекции из-за разницы длин волн опорного и формирующего изображение излучений. Стандартные подходы к моделированию данного типа задач на основе параболического волнового уравнения [1–5] связаны с рядом трудностей. Во-первых, для моделирования некогерентного изображения объекта с диффузной поверхностью необходимо использовать метод статистических испытаний [4, 6], требующий существенных вычислительных ресурсов, что не позволяет выполнять исследования динамических задач. Во-вторых, при использовании метода фазовых экранов [2–5] для моделирования турбулентных неоднородностей, через которые распространяется излучение различной длины волны, необходимо выполнять дополнительные интерполяционные процедуры, снижающие точность вычислений.

Для решения данной задачи мы предлагаем применять алгоритм численного моделирования изо-

бражений объектов на основе решения уравнения переноса излучения с использованием аппроксимации «плавного изменения показателя преломления» [7–9] и гауссовской аппроксимации апертурной функции пропускания [10, 11].

Алгоритм формирования некогерентного изображения

На рис. 1 показана схема формирования некогерентного изображения объекта.

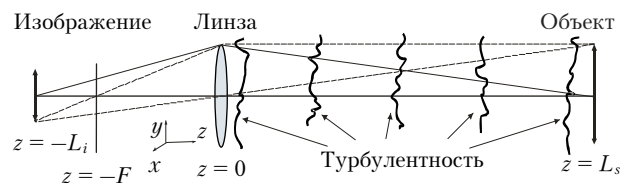


Рис. 1. Схема формирования некогерентного изображения объекта, расположенного в плоскости $z = L_s$, апертура приемного телескопа в плоскости $z = 0$, плоскость резкого изображения объекта $z = -L_i$

Рассеянное диффузным объектом излучение проходит через турбулентные неоднородности и фокусируется линзой приемной оптической системы с фокусным расстоянием F . При этом распределение интенсивности излучения в плоскости $z = -L_i$ соответствует изображению объекта, расположенному в плоскости $z = L_s$, где $1/F = 1/L_i + 1/L_s$.

Выражение для комплексной амплитуды поля в плоскости резкого изображения объекта $z = -L_i$ можно представить в следующем виде:

* Вадим Витальевич Дудоров (dvv@iao.ru); Валерий Викторович Колосов (kvv@iao.ru).

$$E(\mathbf{r}, z = -L_i, t) = \frac{ik}{2\pi L_i} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{r}' W(\mathbf{r}') E(\mathbf{r}', z = 0, t) \times \exp\left(-\frac{ikr'^2}{2F} + \frac{ik}{2L_i}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2\right), \quad (1)$$

где $\mathbf{r} = \{x, y\}$ – радиус-вектор в плоскости, перпендикулярной оси приемной оптической системы; z – координата вдоль оси распространения; t – время; k – волновое число; $W(\mathbf{r})$ – апертурная функция пропускания; $E(\mathbf{r}, z = 0, t)$ – поле в плоскости апертуры приемной системы.

Распределение интенсивности поля в плоскости изображения будет иметь вид

$$I_i(\mathbf{r}, t) = \frac{k^2}{4\pi^2 L_i^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{R}_0 \int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\rho}_0 W\left(\mathbf{R}_0 + \frac{\boldsymbol{\rho}_0}{2}\right) W\left(\mathbf{R}_0 - \frac{\boldsymbol{\rho}_0}{2}\right) \times \Gamma(\mathbf{R}_0, \boldsymbol{\rho}_0, 0, t) \exp\left[\left(\frac{ik}{L_i} - \frac{ik}{F}\right)\mathbf{R}_0 \boldsymbol{\rho}_0 - \frac{ik}{L_i} \mathbf{r} \boldsymbol{\rho}_0\right], \quad (2)$$

где

$$\Gamma(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}, z, t) = \langle E(\mathbf{R} + \boldsymbol{\rho}/2, z, t) E^*(\mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}/2, z, t) \rangle_s$$

– функция когерентности поля, полученная при усреднении по реализациям случайного распределения рассеивающих неоднородностей диффузного объекта; $\mathbf{R} = (\mathbf{r}' + \mathbf{r}'')/2$; $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{r}' - \mathbf{r}''$ – суммарные и разностные координаты.

Используя свойство свертки и преобразования Фурье, распределение интенсивности поля в плоскости изображения (2) можно выразить через функцию яркости

$$B(\mathbf{R}_0, \boldsymbol{\kappa}_0, z = 0, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\rho}_0 \Gamma(\mathbf{R}_0, \boldsymbol{\rho}_0, z = 0, t) \exp(-i\boldsymbol{\kappa}_0 \boldsymbol{\rho}_0)$$

следующим образом:

$$I_i(\mathbf{r}, t) = \frac{k^2}{L_i^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{R}_0 \times \int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\kappa}_0 B_W(\mathbf{R}_0, \boldsymbol{\kappa}_0) B(\mathbf{R}_0, \boldsymbol{\kappa}_r - \boldsymbol{\kappa}_0, z = 0, t), \quad (3)$$

$$\text{где } \boldsymbol{\kappa}_r = \mathbf{R}_0 \left(\frac{k}{F} - \frac{k}{L_i}\right) + \mathbf{r} \frac{k}{L_i};$$

$$B_W(\mathbf{R}_0, \boldsymbol{\kappa}_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\rho}_0 W\left(\mathbf{R}_0 + \frac{\boldsymbol{\rho}_0}{2}\right) W\left(\mathbf{R}_0 - \frac{\boldsymbol{\rho}_0}{2}\right) \exp(-i\boldsymbol{\kappa}_0 \boldsymbol{\rho}_0)$$

– ядро, по которому производится свертка функции яркости.

Для гауссовского вида апертурной функции пропускания поля $W(\mathbf{r}) = \exp(-r^2/2a_t^2)$ будем иметь

$$I_i(\mathbf{r}, t) = \frac{2k^2 a_t^2}{L_i^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{R}_0 \exp\left(-\frac{R_0^2}{a_t^2}\right) \times \int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\kappa}_0 \exp(-\boldsymbol{\kappa}_0^2 a_t^2) B(\mathbf{R}_0, \boldsymbol{\kappa}_r - \boldsymbol{\kappa}_0, z = 0, t). \quad (4)$$

Замена круглой апертуры на гауссовскую является достаточно распространенной для теоретических расчетов [10]. Обоснование такой замены связано с тем, что удается подобрать такой вид гауссовской апертуры, для которой функция размытия точки и оптическая передаточная функция практически совпадают с соответствующими функциями для круглой апертуры (рис. 2). Отметим, что в данном случае гауссовская апертурная функция пропускания поля $W(\mathbf{r}) = \exp(-r^2/2a_t^2)$ соответствует круглой апертуре диаметра $D = 4a_t$.

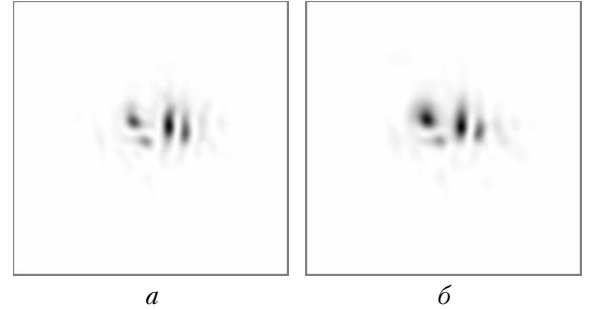


Рис. 2. Короткоэкспозиционное изображение точечного объекта для круглой (а) и гауссовской (б) апертур в турбулентной среде. $L_s = 0,2ka^2$; $D/r_0 = 10$ ($r_0 = (0,423k^2 C_n^2 L_s)^{-3/5}$)

Функция яркости определяется из решения уравнения переноса излучения как

$$B(\mathbf{R}_0, \boldsymbol{\kappa}_r - \boldsymbol{\kappa}_0, z = 0, t) = B(\mathbf{R}_L, \boldsymbol{\kappa}_L, z = L_s, t),$$

где

$$\mathbf{R}_L = \mathbf{R}(\mathbf{R}_0, \boldsymbol{\kappa}_r - \boldsymbol{\kappa}_0, z = L_s, t);$$

$$\boldsymbol{\kappa}_L = \boldsymbol{\kappa}(\mathbf{R}_0, \boldsymbol{\kappa}_r - \boldsymbol{\kappa}_0, z = L_s, t)$$

являются решениями соответствующих лучевых уравнений [7–9]. Для объекта с диффузной поверхностью [9] можно записать

$$B(\mathbf{R}_L, \boldsymbol{\kappa}_L, z = L_s, t) = C I_{obj}(\mathbf{R}_L, t),$$

где $I_{obj}(\mathbf{R}_L, t)$ – распределение интенсивности (плотности мощности) рассеянного объектом поля. Тогда можно сказать, что внутренний интеграл в выражении (4) представляет собой свертку интенсивности свечения объекта $I_{obj}(\mathbf{R}_L, t)$ и функции размытия точки, которая в нашем случае для однородной среды имеет гауссовский вид $\exp(-\boldsymbol{\kappa}_0^2 a^2)$.

Такой подход позволяет существенно сократить вычислительные затраты, практически не теряя точности получаемых решений. В случае, когда ширина атмосферной функции размытия точки (ФРТ) существенно превышает ФРТ приемной оптической

системы, целесообразно использовать приближение «бесконечной апертуры» [12]. Описанный в [12] алгоритм позволяет выполнять моделирование с наименьшими вычислительными затратами.

Отметим, что представленный в настоящей статье алгоритм позволяет получать изображение, соответствующее времени интегрирования приемной оптической системы меньше характерного времени корреляции турбулентных неоднородностей атмосферы (короткоэкспозиционное некогерентное изображение). Также данный метод позволяет исследовать изображения, сформированные отраженным от диффузной поверхности объекта лазерным излучением, усредненные по реализациям случайного распределения неоднородностей диффузного объекта.

Для моделирования распространения лазерного излучения локационной системы до объекта будем использовать параболическое уравнение [1] для комплексной амплитуды поля E :

$$2ik \frac{\partial E(\mathbf{r}, z, t)}{\partial z} + \nabla_{\mathbf{r}}^2 E(\mathbf{r}, z, t) + 2k^2 n(\mathbf{r}, z, t) E(\mathbf{r}, z, t) = 0, \quad (5)$$

где $n(\mathbf{r}, z, t)$ — показатель преломления среды.

Для моделирования распространения рассеянного лоцируемым объектом излучения, которое формирует его некогерентное изображение, будем использовать решение уравнения для функции яркости $B(\mathbf{R}, \mathbf{k}, z, t)$, полученное с использованием аппроксимации «плавного изменения показателя преломления» [7–9]:

$$-\frac{\partial B(\mathbf{k}, \mathbf{R}, z, t)}{\partial z} + k^{-1} \kappa \nabla_{\mathbf{R}} B(\mathbf{k}, \mathbf{R}, z, t) + k \nabla_{\mathbf{R}} n(\mathbf{R}, z, t) \nabla_{\mathbf{k}} B(\mathbf{k}, \mathbf{R}, z, t) = 0. \quad (6)$$

Тестирование алгоритма

В связи с использованием указанной выше аппроксимации возникает необходимость определить погрешность представленного метода моделирования формирования некогерентного изображения атмосферных объектов. Оценку точности получаемых на основе данного метода решений будем выполнять путем сравнения их с аналитическим решением для задачи формирования длинноэкспозиционного изображения некогерентного гауссовского диска радиуса a_d (некогерентного теплового пучка с распределением интенсивности $I(\mathbf{R}) = I_0 \exp(-R^2/a_d^2)$) в турбулентной среде с колмогоровским спектром флуктуаций показателя преломления. Выражение для функции когерентности частично-когерентного излучения при распространении в турбулентной среде приведено, например, в [1]. Для предельного случая стремления радиуса когерентности излучения к нулю данная задача имеет аналитическое решение [10], которое представляет собой аналог теоремы Ван Циттерта—Цернике для турбулентной среды. Подставляя данное решение в (1), можно получить следующее выражение для усредненной по турбу-

лентности интенсивности поля в плоскости формирования изображения I_i :

$$I_i(\mathbf{r}) = \frac{k^4 a_d^2 a^2 I_0}{16\pi^2 L_s L_i} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\rho \times \exp \left[-\frac{\rho^2}{4a_t^2} - \frac{\rho^2}{4\rho_c^2} - \left(\frac{\rho}{\rho_s} \right)^{5/3} - \frac{ik}{L_i} \mathbf{r} \rho \right],$$

где $\rho_c = L_s/(ka_d)$; $\rho_s = (0,55C_n^2 k^2 L_s)^{-3/5}$ — радиус когерентности сферической волны.

Сравнение результатов численного моделирования с аналитическим решением задачи показало, что для большинства ситуаций относительная ошибка расчетов не превышает 5% [13]. На рис. 3 показано сравнение результатов численного моделирования (сплошной линией) с аналитическим решением (штриховой) для тестовой задачи изображения некогерентного гауссовского диска — диффузного объекта с гауссовским распределением интенсивности излучения.

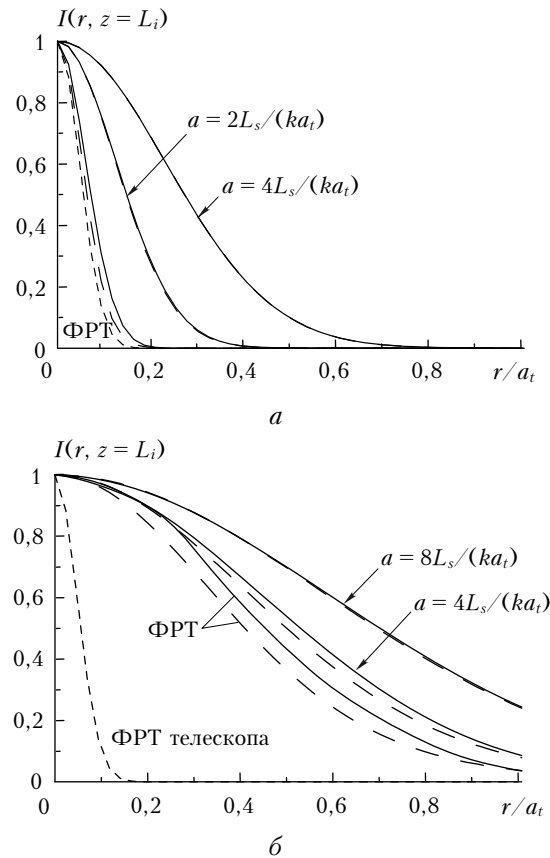


Рис. 3. Сечение длинноэкспозиционного изображения некогерентного гауссовского диска радиуса a , сформированного гауссовской апертурой радиуса a_t в турбулентной атмосфере. Расчеты выполнены для однородной турбулентности $C_n^2 = 10^{-16} \text{ м}^{-2/3}$ (а); $C_n^2 = 10^{-14} \text{ м}^{-2/3}$ (б)

Видно, что максимальное отличие наблюдается для объектов, размер которых приближается к ширине ФРТ приемной оптической системы. При этом

данное утверждение справедливо как для слабых, так и для сильных турбулентных флуктуаций.

Отличие численного решения от аналитического объясняется использованием аппроксимации «плавного изменения показателя преломления» при решении уравнения (6) для функции яркости [7–9, 13]. При этом наибольшие погрешности метода наблюдаются в случаях, когда радиус когерентности излучения, рассеянного диффузной поверхностью объекта, существенно превышает характерный размер турбулентных неоднородностей атмосферы, вносящих наибольший вклад в искажение изображений [13].

Результаты численного моделирования

Для анализа возможности фазовой компенсации турбулентных искажений некогерентного изображения объекта при его подсветке излучением различной длины волны предлагается оценить влияние отношения длин волн опорного и формирующего изображение излучений на эффективность адаптивной коррекции изображений. Для определения качества скорректированных некогерентных изображений будем использовать метрику

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} \int \nabla^2 I(\mathbf{R}, z = L_i) d^2 \mathbf{R}. \quad (7)$$

Данная метрика характеризует среднее качество изображения (интегрирование выполняется по всему изображению). Как будет показано далее, при использовании фазовой компенсации мы получаем изображение высокого качества внутри области изопланатизма турбулентности, при этом общее качество изображения ухудшается. В связи с этим наряду с метрикой (7) для оценки качества адаптивного

изображения имеет смысл использовать максимум подынтегрального выражения:

$$J_{\max} = \max_{\mathbf{R}} \nabla^2 I(\mathbf{R}, z = L_i). \quad (8)$$

Кроме того, для оценки качества изображения точечного или гауссовского объекта можно использовать величину интенсивности на оси, обратно пропорциональную эффективному радиусу изображения:

$$I_0 = I(\mathbf{R} = 0, z = L_i). \quad (9)$$

Результаты моделирования показали, что если фазовая коррекция по точечному источнику происходит при длине волны излучения опорного источника меньше длины волны формирующего изображение излучения, то степень и область улучшения качества изображения зависят от отношения длин волн опорного и формирующего изображение излучений. На рис. 4 представлены результаты использования фазовой коррекции при формировании изображения по точечному опорному источнику с длиной волны излучения меньше длины волны формирующего изображение излучения.

Видно, что компенсация турбулентных неоднородностей в изопланарной области происходит достаточно эффективно, если длина волны опорного излучения менее чем в 2 раза отличается от длины волны формирующего изображение излучения. Когда длина волны опорного пучка существенно (в 2 раза и более) отличается от длины волны формирующего изображение излучения, происходит улучшение качества изображения за пределами области изопланатизма турбулентности. При этом улучшение качества сильнее проявляется в длинноэкспозиционных изображениях и связано с компенсацией слоя турбулентности вблизи апертуры приемной оптической системы, который вызывает смещение и однородное (изопланатичное) размытие изображения.

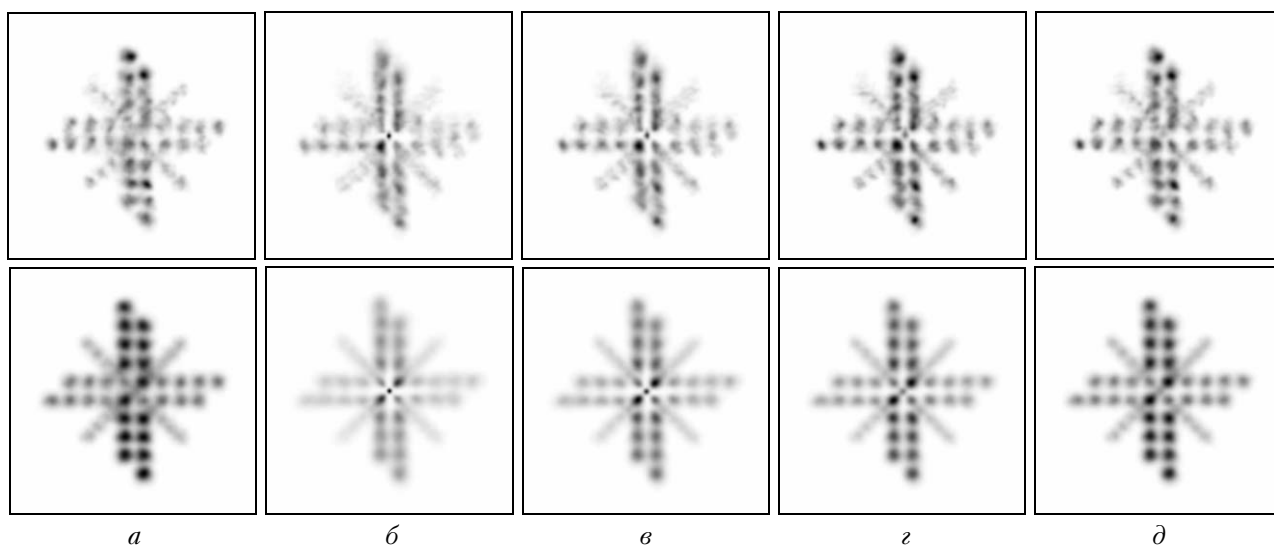


Рис. 4. Некогерентное изображение объекта без использования (а) и с использованием (б)–(д) фазовой коррекции по опорной волне точечного источника. Расстояние до объекта $Z = L_s / (ka_t) = 0,05$, параметры $D/r_0 = 8$, короткоэкспозиционное (верхний ряд) и длинноэкспозиционное изображение (нижний ряд). Длина волны опорного излучения $\lambda_{ref} = \lambda_i$ (б), $0,75\lambda_i$ (в), $0,5\lambda_i$ (г), $0,25\lambda_i$ (д)

Отметим, что данные выводы справедливы для расстояний до объекта, существенно меньших длины дифракции ($L_s < 0,1ka^2$), соответствующей приемной оптической системе.

Если фазовая коррекция происходит при длине волны излучения опорного источника больше длины волны формирующего изображение излучения, то улучшения качества изображения за пределами изопланарной области не происходит. На рис. 5 представлены результаты использования фазовой коррекции при формировании изображения по точечному опорному источнику с длиной волны излучения, превышающей длину волны формирующего изображение излучения. Видно, что компенсация турбулентных неоднородностей в изопланарной области

происходит достаточно эффективно, если длина волны опорного излучения менее чем в 2 раза превышает длину волны формирующего изображение излучения. Если длина волны опорного излучения существенно (в 2 раза и более) превышает длину волны формирующего изображение излучения, наблюдается заметное ухудшение качества как коротко-, так и длинноэкспозиционного изображений. Это связано с существенным отличием в проявлении дифракционных эффектов опорного и формирующего изображение излучения.

Поведение метрик, характеризующих качество скомпенсированного изображения, при разных длинах волн опорного и формирующего изображение излучений представлено на рис. 6.

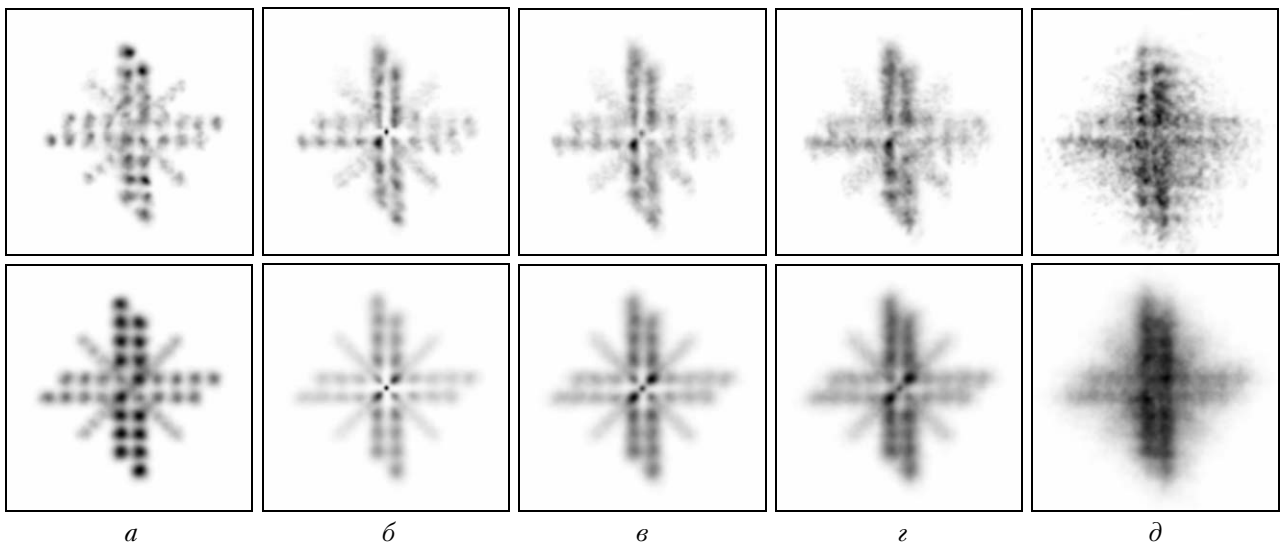


Рис. 5. Некогерентное изображение объекта без использования (а) и с использованием (б)–(д) фазовой коррекции по опорной волне точечного источника. Расстояние до объекта $Z = 0,05$, параметры $D/r_0 = 8$, $N_t = 1$ короткоэкспозиционное (верхний ряд) и 21 длинноэкспозиционное изображение (нижний ряд). Остальные параметры см. рис. 4

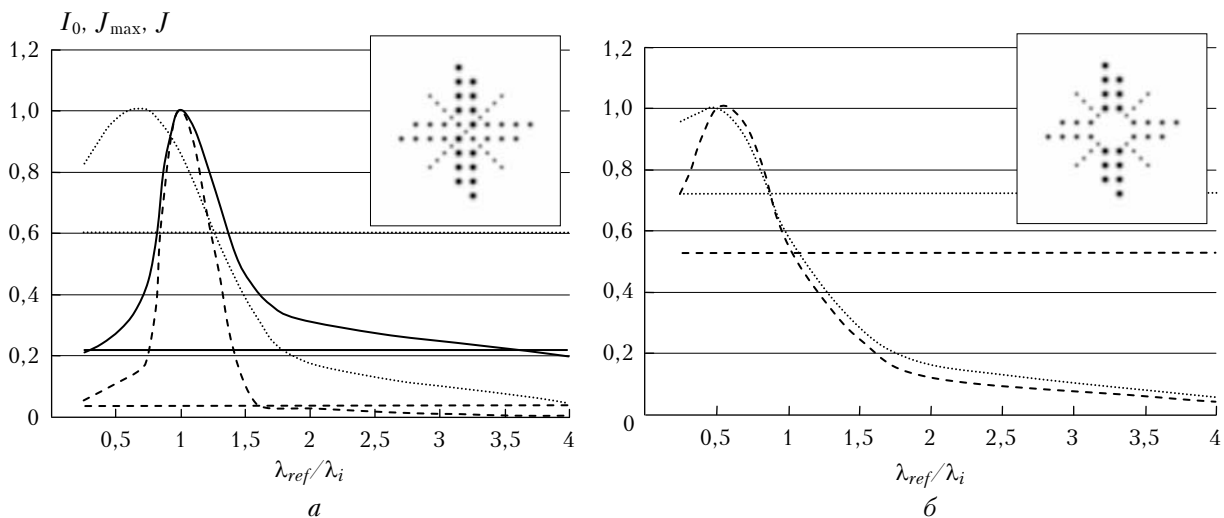


Рис. 6. Зависимость метрик I_0 (сплошная линия), J_{\max} (штриховая линия) и J (пунктир), нормированных на их максимальные значения, от отношения длины волны опорного излучения к длине волны формирующего изображение при использовании фазовой коррекции по опорной волне точечного источника. Расстояние до объекта $Z = 0,05$, $D/r_0 = 8$. В верхнем правом углу – объект. Горизонтальные линии – значения метрик для изображений без фазовой компенсации

Видно, что максимум метрик I_0 и J_{\max} для изображения выбранного нами объекта (рис. 6, а) достигается при совпадении длин волн опорного и формирующего изображения излучений. При этом максимум метрики J , характеризующей среднее качество всего изображения, смещен в область уменьшения длины волны опорного источника. В этом случае ($\lambda_{\text{ref}} < \lambda_i$) происходит улучшение качества изображения за пределами области изопланатизма турбулентности за счет компенсации слоя турбулентности вблизи апертуры приемной оптической системы. Более наглядно это видно на рис. 6, б для изображения объекта, в котором отсутствуют элементы в центральной части. В этом случае нет необходимости получать изображение высокого качества в пределах узкой изопланарной области и возможно улучшение качества всего изображения в целом при использовании длины волны опорного излучения меньше длины волны формирующего изображения излучения.

Заключение

Таким образом, если фазовая коррекция происходит при длине волны излучения опорного источника меньше длины волны формирующего изображения излучения, то степень и область улучшения качества изображения зависят от отношения длин волн опорного и формирующего изображения излучений. Компенсация турбулентных неоднородностей в изопланарной области происходит достаточно эффективно, если длина волны опорного излучения менее чем в 2 раза отличается от длины волны формирующего изображения излучения. Если длина волны опорного пучка существенно (в 2 раза и более) меньше длины волны формирующего изображения излучения, происходит улучшение качества изображения за пределами области изопланатизма турбулентности, что сильнее проявляется в длинноэкспозиционных изображениях. Когда фазовая коррекция происходит при длине волны излучения опорного источника больше длины волны формирующего изображения излучения, то улучшения качества изображения за пределами изопланарной области не происходит.

V.V. Dudorov, V.V. Kolosov. Anisoplanatic turbulence correction in incoherent imaging by using reference sources with different wavelengths.

A possibility of phase compensation of incoherent images of an object illuminated by radiation with different wavelengths is investigated. The research is carried out based on the method that is further improvement of the algorithm for numerical simulation of incoherent imaging through the atmosphere in conditions of anisoplanatic turbulence developed by the authors [Lachinova S.L., Vorontsov M.A., Dudorov V.V., Kolosov V.V., Valley M.T. // Proc. SPIE. 2007. V. 6708. 67080E]. The dependence of degree and region of the image quality improvement on the ratio of the reference wavelength to the image-forming radiation one is shown.

1. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Часть II. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 463 с.
2. Fleck J.A., Morris J.R., Feit M.D. Time-dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere // Appl. Phys. A. 1976. V. 10. N 2. P. 129–160.
3. Коняев П.А. Модификация метода расщепления для численного решения квазиоптических задач // VI Всес. симпоз. по распространению лазерного излучения в атмосфере. Часть III. Томск, 1981. С. 195–198.
4. Кандидов В.П., Леденев В.И. О применении метода статистических испытаний к исследованию распространения волнового пучка в случайно-неоднородной среде // Изв. вузов. Радиофиз. 1981. Т. 24. № 4. С. 438–442.
5. Лукин В.П. Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере // Оптика атмосф. и океана. 2009. Т. 22. № 10. С. 937–944.
6. Carrano C.J. Anisoplanatic performance of horizontal-path speckle imaging // Proc. SPIE. 2003. V. 5162. P. 14–27.
7. Воробьев В.В. Уширение светового пучка в нелинейной среде со случайными неоднородностями показателя преломления // Изв. вузов. Радиофиз. 1970. Т. 13. С. 1053–1060.
8. Колосов В.В., Кузнецов М.Ф. Уравнение переноса излучения в описании ветровой рефракции частично когерентных пучков // Оптика атмосф. и океана. 1989. Т. 2. № 5. С. 462–473.
9. Vorontsov M.A., Kolosov V.V. Target-in-the-loop beam control: basic considerations for analysis and wave-front sensing // J. Opt. Soc. Amer. A. 2005. V. 22. N 1. P. 126–141.
10. Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
11. Дудоров В.В., Колосов В.В. Лучевой метод моделирования формирования оптического изображения в атмосфере с учетом искажающего влияния неоднородностей среды и дифракции на апертуре объектива // Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации. Вып. II. Владимир: ВОО ВОИ, 2007. С. 174–177.
12. Lachinova S.L., Vorontsov M.A., Dudorov V.V., Kolosov V.V., Valley M.T. Anisoplanatic imaging through atmospheric turbulence: Brightness function approach // Proc. SPIE. 2007. V. 6708. 67080E.
13. Dudorov V.V., Vorontsov M.A., Kolosov V.V. Speckle Field Propagation in «Frozen» Turbulence: Brightness Function Approach // J. Opt. Soc. Amer. A. 2006. V. 23. N 8. P. 1924–1936.