

# Оценка изменения эффективного радиуса методом линий тока для осесимметричных лазерных пучков в турбулентной атмосфере

Д.А. Маракасов, Д.С. Рычков\*

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН  
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

Поступила в редакцию 27.01.2016 г.

Представлены результаты исследования влияния начального распределения поля лазерного пучка на изменение его эффективного радиуса при распространении в турбулентной атмосфере. Исследования проведены с помощью метода линий тока среднего вектора Пойнтинга для осесимметричных световых пучков. Изучена зависимость эффективного радиуса пучка в приемной плоскости от формы начального распределения интенсивности и наличия фазовой дислокации в начальном поле. Показано, что возможно подобрать такие значения параметров кольцевых и вихревых пучков, что величина их эффективного радиуса в плоскости приема будет меньше, чем для гауссова пучка с тем же значением начального эффективного радиуса, при распространении лазерного излучения в турбулентной атмосфере.

*Ключевые слова:* турбулентность, эффективный радиус, линии тока, взаимная функция когерентности; turbulence, effective beam width, streamlines, mutual coherence function.

## Введение

Задача транспортировки энергии лазерным пучком в случайно-неоднородной атмосфере является одной из важных проблем атмосферной оптики [1, 2]. Изучено влияние турбулентности, теплового самовоздействия и других явлений на энергетическое качество гауссова пучка [1–4]. Множество научных работ в последнее десятилетие было посвящено исследованию распространения в турбулентной атмосфере лазерных пучков сложной формы [5–12], интерес к которым вызван тем, что статистические характеристики таких пучков могут быть более устойчивы к воздействию атмосферы, в первую очередь к турбулентному, чем характеристики гауссова пучка [7–9]. Таким образом, кроме фокусировки можно подобрать такое распределение начального поля, что при распространении в атмосфере лазерного пучка с определенным образом заданным распределением начального поля его энергетические характеристики улучшатся по сравнению с гауссовым пучком, несмотря на искажения поля, вызванные турбулентными неоднородностями.

В данной работе исследовано влияние распределения интенсивности лаггер-гауссовых (ЛГ) [6, 9, 12] и «дырчатых» пучков (ДНВ) [11], а также фазовой дислокации на изменение эффективного радиуса лазерного пучка в атмосфере, по сравнению с гауссовым пучком, при одинаковом для всех

типов пучков значении начального эффективного радиуса, совпадающем со значением радиуса передающей апертуры атмосферной оптической системы.

## 1. Оценка эффективного радиуса лазерного пучка в атмосфере методом линий тока энергии

Энергетическое качество пучка можно характеризовать различными параметрами, такими как  $M^2$ -фактор [11], эффективный радиус, определенный по различным уровням спада интенсивности или по доле мощности, попадающей в круг некоторого радиуса  $a$  [13]. В данной работе рассмотрены варианты с эффективным радиусом  $a_{eff}$ , определенным по доле мощности осесимметричного лазерного пучка.

Для поля  $U(x, \rho)$  светового пучка в любой точке трассы в атмосфере при отсутствии поглощения полная мощность определяется интегралом по начальной плоскости:

$$P_0 = \int d\rho I(0, \rho), \quad I(x, \rho) = |U(x, \rho)|^2, \quad (1)$$

где  $I(x, \rho)$  — интенсивность лазерного пучка;  $\rho = ye_y + ze_z$  — вектор координат в поперечной направлению распространения плоскости ( $e_y, e_z$  — единичные векторы);  $x$  — продольная координата.

В случае осесимметричного пучка эффективный радиус можно найти из соотношения

\* Дмитрий Анатольевич Маракасов (mda@iao.ru);  
Дмитрий Сергеевич Рычков (dsr@iao.ru).

$$P(a_{eff})/P_0 = \int_{S(a_{eff})} d\rho \langle I(x, \rho) \rangle / P_0 =$$

$$= 2\pi \int_0^{a_{eff}} d\rho \rho \langle I(x, \rho) \rangle / P_0 = \eta, \quad (2)$$

где  $\eta$  — доля мощности пучка внутри круга  $S$  некоторого радиуса  $a_{eff}$ ;  $\rho = |\rho|$ . Проведем сравнение пучков разных типов, которые в плоскости источника  $x = 0$  имеют одну и ту же долю мощности  $\eta$  в круге радиуса  $a_{eff}(x = 0)$ , который будем считать равным радиусу выходной апертуры атмосферной оптической системы.

Для исследований выбраны начальные распределения поля в виде вихревого ЛГ-пучка [9, 12, 14]:

$$U_{LG}(\rho) = A\beta^{lm+1}(0)(\rho \cdot \mathbf{e}_0)^{lm} \exp(-\rho^2\beta(0)/2), \quad (3)$$

причем для гауссова пучка топологический заряд  $m = 0$  в (3), кольцевого ЛГ-пучка [12]:

$$U_{Ring}(\rho) = U_{LG}(\rho) / \exp(im\varphi(\rho)) =$$

$$= A\beta^{lm+1}(0)\rho^{lm} \exp(-\rho^2\beta(0)/2), \quad (4)$$

и «дырчатого» пучка [11]:

$$U_{DHB}(\rho) = \left(1 - \exp[-\chi\rho^2/2]\right)^N - \left(1 - \exp[-\omega\rho^2/2]\right)^N =$$

$$= \sum_{j=1}^N (-1)^j \binom{N}{j} \left[ \exp(-j\chi\rho^2/2) - \exp(-j\omega\rho^2/2) \right]. \quad (5)$$

Здесь  $A$  — амплитудный множитель;  $\rho \cdot \mathbf{e}_0 = \rho \exp(i\varphi(\rho))$ ,  $\mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_y + i \text{sign}(m)\mathbf{e}_z$  — комплексный вектор в поперечной плоскости,  $\varphi(\rho) = \text{Arg}(y + iz)$  — циркулярная фаза;  $\beta(0) = a_0^{-2} + ik/F$ ,  $a_0, F$  — радиус и фокусное расстояние пучка в начальной плоскости,  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число,  $\lambda$  — длина волны;  $\omega = a_0^{-2}$ ;  $\chi = (pa_0)^{-2}$ ;  $0 < p^{-1} < 1$ ;  $p > 1$  — отношение радиусов составляющих кольцевого пучка;  $\binom{N}{j} = N! / (j!(N-j)!)$  — биномиальный коэффициент. В формуле (5) параметр  $N$  является «аналогом» топологического заряда  $m$ , поэтому термин «заряд» будем использовать ниже для обеих величин.

Интенсивность гауссова, вихревого и кольцевого ЛГ-пучков в начальной плоскости может быть записана единообразно. Это позволяет получить общую для этих пучков формулу соотношения параметра  $a_0$  гауссоиды (в формулах (3)–(4)) и эффективного радиуса  $a_{eff}$  (формула (2)):

$$\eta = 1 - \Gamma(|m| + 1, s^2) / m!, \quad s = a_{eff} / a_0, \quad (6)$$

где  $\Gamma(b, c)$  — верхняя неполная гамма-функция [15]. Для «дырчатого» пучка (5) соотношение между этими параметрами отличается, но также легко может быть вычислено:

$$\sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^N (-1)^{j+l} \binom{N}{j} \binom{N}{l} \times$$

$$\times \left( p^2 \exp\left(-\frac{j}{2}\left(\frac{s}{p}\right)^2\right) \left( \frac{\exp(-0,5l(s/p)^2)}{j+l} - \frac{\exp(-0,5ls^2)}{j+lp^2} \right) - \right.$$

$$\left. - \exp(-js^2/2) \left( \frac{\exp(-0,5l(s/p)^2)}{jp^2+l} - \frac{\exp(-0,5ls^2)}{j+l} \right) \right) =$$

$$= \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^N (-1)^{j+l} \binom{N}{j} \binom{N}{l} (1-\eta) \times$$

$$\times \left( (1+p^2)/(j+l) - p^2((jp^2+l)^{-1} + (j+lp^2)^{-1}) \right), \quad (7)$$

где  $j, l$  — порядковые номера компонент ДНВ-пучка. Соответственно, по заданному значению  $a_{eff}(x = 0)$  вычисляются значения  $a_0$  для каждого из перечисленных выше типов начального распределения поля, и, таким образом, для всех мод доля мощности на заданной «апертуре»  $a_{eff}(x = 0)$  будет одинаковой. Это продемонстрировано для нескольких мод лаггер-гауссова пучка на рис. 1, а.

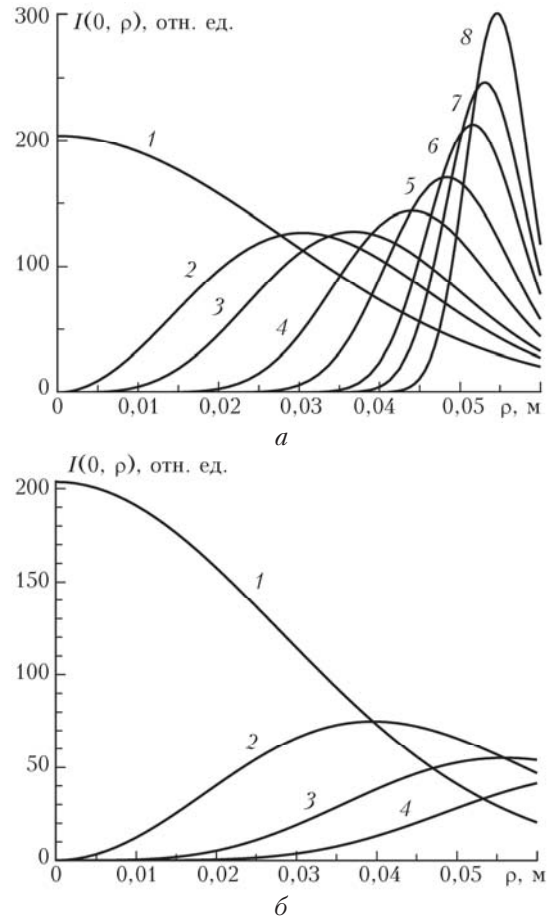


Рис. 1. Распределение интенсивности лаггер-гауссовых мод лазерного пучка в начальной плоскости: а — при одинаковой мощности на выходной апертуре  $a_{eff}(0) = 0,06$  м для всех мод, кривые 1–8 соответствуют  $m = 0, 1, 2, 5, 10, 20, 30, 50$ ; б — при одинаковом радиусе  $a_0$  всех мод, кривые 1–4 —  $m = 0, 1, 2, 3$

Следует отметить работу [12], в которой методом Монте-Карло исследовано влияние фазовой дислокации на турбулентное уширение лазерных пучков в атмосфере в различных режимах дифракции на передающей апертуре. Были проведены расчеты для нескольких мод кольцевых и вихревых лагерь-гауссовых пучков при одинаковом начальном радиусе несущего гауссова пучка. Это привело к различиям в значениях эффективного радиуса исследованных мод кольцевых и вихревых пучков, как в плоскости источника (рис. 1, б), так и в атмосфере. Очевидно, что при одинаковом радиусе несущего гауссова пучка дифракционное уширение всех исследованных мод совпадает, а их турбулентное уширение растет, по сравнению с гауссовым пучком, с увеличением топологического заряда за счет удаления от оси пучка кольцевого максимума в распределении интенсивности. По этой причине в [12] для оценки энергетической эффективности различных мод ЛГ-пучков использовался критерий со смещением для каждой ЛГ-моды в соответствии с увеличением диаметра кольцевого максимума в распределении интенсивности в зависимости от заряда и расстояния от источника.

В турбулентной атмосфере «средние» дифракционные лучи [16], которые мы отождествили с линиями тока усредненного вектора Умова–Пойнтинга  $\Pi$ , можно представить через функцию взаимной когерентности:

$$\Gamma_2(x, \rho_c, \rho_d) = \langle U(x, \rho_c + \rho_d/2)U^*(x, \rho_c - \rho_d/2) \rangle,$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\langle \Pi_{\perp} \rangle}{\langle \Pi_{\parallel} \rangle} = \frac{-i \nabla_{\rho_d} \Gamma_2(x, \rho_c, \rho_d) \Big|_{\rho_d=0}}{k \langle I(x, \rho) \rangle} \quad (8)$$

( $\rho_c, \rho_d$  – суммарная и разностная координаты;  $U^*$  – комплексное сопряжение поля), что позволяет использовать их не только для восстановления среднего фазового фронта поля, но и для анализа распределения потоков энергии в лазерном пучке [16, 17]. Поскольку линии тока вектора  $\Pi$  не могут пересекаться, то луч, построенный из точки начальной плоскости, удаленной от оси пучка на расстояние  $\rho = a_{eff}(x=0)$ , описывается зависимостью радиуса  $a_{eff} \equiv a_{eff}(x; \beta_0^2, a_0, \dots)$  от расстояния, начальных параметров лазерного пучка и турбулентного параметра атмосферы,  $\beta_0^2 = 1,23 C_n^2 k^{7/6} x^{11/6}$ . Таким образом, эволюцию эффективного радиуса лазерного пучка можно рассчитать с помощью линий тока энергии, решив уравнение (8).

Для расчета эффективного радиуса  $a_{eff}(x; \beta_0^2, a_0, m)$  использована разработанная ранее программа «WFT\_Eval» [18]. Основа программы состоит в следующем. Функция когерентности второго порядка  $\Gamma_2(x; \rho_c, \rho_d)$  определяется из решения [1, 2] параболического уравнения для лазерного пучка, распространяющегося в турбулентной атмосфере. Ввиду того что Фурье-спектры функций когерентности

пучка в случайно-неоднородной среде и в свободном пространстве пропорциональны [19],

$$\tilde{\Gamma}_2(x; \mathbf{k}, \rho_d) = \tilde{\Gamma}_2^0(x; \mathbf{k}, \rho_d) \exp(-H(\rho_d, \lambda x \mathbf{k} + \rho_d)),$$

$$\tilde{\Gamma}_2(x; \mathbf{k}, \rho_d) = \int d\rho_c \Gamma_2(x; \rho_c, \rho_d) \exp(2\pi i \mathbf{k} \rho_c), \quad (9)$$

$$\tilde{\Gamma}_2^0(x; \mathbf{k}, \rho_d) = \int d\rho_c \Gamma_2^0(x; \rho_c, \rho_d) \exp(2\pi i \mathbf{k} \rho_c),$$

$$H(\rho_d, \rho_d') = 2\pi k^2 x \times$$

$$\times \int_0^1 d\xi \int d\mathbf{k} \left[ 1 - \exp\{i \mathbf{k} (\xi \rho_d + (1 - \xi) \rho_d')\} \right] \Phi_n(\xi x, \mathbf{k}),$$

где  $H(\rho_d, \rho_d')$  – структурная функция поля пары точечных источников;  $\xi$  – нормированная координата вдоль трассы; искомая компонента  $\langle \Pi_{\perp} \rangle$  находится через градиент функции взаимной когерентности  $\nabla_{\rho_d} \Gamma_2(x; \rho_c, \rho_d)$  по разностной переменной [17]:

$$\langle \Pi_{\perp}(x, \rho_c) \rangle = -i \int d\mathbf{k} e^{-2\pi i \mathbf{k} \rho_c - H(0, \lambda x \mathbf{k})} \times$$

$$\times \left[ \nabla_{\rho_d} \tilde{\Gamma}_2^0(x, \mathbf{k}, \rho_d) - \tilde{I}_0(x, \mathbf{k}) \nabla_{\rho_d} H(\rho_d, \rho_d + \lambda x \mathbf{k}) \right] \Big|_{\rho_d=0}. \quad (10)$$

Здесь  $\tilde{I}_0(x, \mathbf{k}) = \tilde{\Gamma}_2^0(x, \mathbf{k}, 0)$  – спектр интенсивности невозмущенного пучка;  $\Gamma_2^0(x; \rho_c, \rho_d)$  – функция когерентности невозмущенного пучка;  $\Phi_n(\xi x, \mathbf{k})$  – двумерный пространственный спектр флуктуаций показателя преломления;  $\mathbf{k}$  – вектор, перпендикулярный оптической оси. После подстановки (10) для каждого типа пучка (3)–(5) в уравнение (8) ищется его численное решение при помощи [18] для каждой точки трассы при заранее заданных параметрах пучка и параметрах атмосферы на трассе, что дает линии тока энергии светового пучка, и соответственно, искомую функциональную зависимость  $a_{eff}(x; \beta_0^2, a_0, m)$ .

## 2. Эволюция эффективного радиуса вихревых и кольцевых мод лазерных пучков в турбулентной атмосфере

На примере лагерь-гауссовых мод и ДНВ лазерных пучков было проведено численное исследование эволюции эффективного радиуса светового поля, распространяющегося в турбулентной атмосфере. Был выбран критерий  $\eta = 0,9$ , когда 90% энергии пучка в начальной плоскости заключено в приосевой области радиуса  $a_{eff}(x=0)$ . В качестве пространственного спектра флуктуаций показателя преломления атмосферы был выбран колмогоровский  $\Phi_n(x, \mathbf{k}) = 0,033 C_n^2 k^{-11/3}$  с постоянной на трассе распространения структурной характеристикой  $C_n^2$ . Длина трассы  $L = 10$  км выбрана такой, чтобы

дифракционное уширение было существенным. Значения  $C_n^2$  подбирались так, чтобы турбулентный параметр  $\beta_0^2$  на трассе превосходил единицу,  $\beta_0^2 \gg 1$ . Длина волны источника выбрана равной  $1,06 \cdot 10^{-6}$  м.

Для реализации случая узких пучков, когда дифракционное уширение пучка велико,  $ka_0^2 \sim L$ , был задан  $a_{eff}(x=0) = 0,06$  м. В режимах слабой  $\beta_0^2 \sim 1$  и умеренной турбулентности  $\beta_0^2 \sim 10$  дифракционное уширение узких пучков превосходит турбулентное уширение тем сильнее, чем меньше начальный радиус пучка. Поэтому эффективный радиус  $a_{eff}(x)$  кольцевых лазерных пучков с зарядами  $m = 5$  и  $10$  на начальном участке длиной  $2,4$  км  $10$ -километровой трассы с характеристикой  $C_n^2 = 5 \cdot 10^{-14} \text{ м}^{-2/3}$  превосходит эффективный радиус гауссова пучка, начальный радиус которого составляет  $a_0 = 0,04$  м (рис. 2, а).

Необходимо отметить, что для ДНВ-мод (отмечены точками на рис. 2, а) увеличение числа парциальных составляющих  $N$  может привести к тому, что их эффективный радиус станет меньше, чем радиус гауссова пучка в области значений  $\beta_0^2 > 1$  в силу отличий в дифракции по сравнению с гауссовым и ЛГ-пучками. Увеличение длины трассы при том же значении структурной характеристики  $C_n^2$  приводит к усилению вклада турбулентных искажений в распределении поля лазерного пучка, что изменяет соотношение между эффективным радиусом гауссова пучка и радиусами высших мод кольцевых пучков. На рис. 2, б показан прилегающий к приемнику участок трассы длиной  $3$  км. Из этого рисунка следует, что существует область значений турбулентного параметра  $\beta_0^2 \gg 1$ , в которой эффективный радиус кольцевых пучков с «зарядом»  $m \geq 10$  пре-

восходит эффективный радиус гауссова пучка в атмосфере (рис. 2, б). Следует отметить, что, несмотря на небольшое отличие значений эффективных радиусов в атмосфере, которое составляет  $\sim 2-3\%$  относительно гауссова пучка, начальные радиусы (обозначенные в формулах (3), (4), (5) как  $a_0$ ) кольцевых пучков с ростом их «заряда» становятся меньше, чем начальный радиус гауссова пучка (рис. 1, б).

Для широких пучков  $ka_0^2 \gg L$ , дифракционное уширение которых слабее, чем в рассмотренном выше случае, был выбран начальный эффективный радиус  $a_{eff}(x=0) = 0,3$  м. Здесь в расчетах значенные структурной характеристики было равно  $C_n^2 = 9,45 \cdot 10^{-14} \text{ м}^{-2/3}$ . На рис. 3, а показаны кривые для эффективных радиусов гауссова ( $a_0 = 0,198$  м) и кольцевых пучков с «зарядом»  $m = 20$  на начальном участке длиной  $4$  км  $10$ -километровой трассы.

Из рис. 3, а следует, что в области слабых и умеренных турбулентных флуктуаций эффективные радиусы кольцевых пучков с высоким «зарядом» превосходят эффективный радиус гауссова пучка. На рис. 3, б показан прилегающий к приемнику участок длиной  $2$  км  $10$ -километровой трассы. Здесь видно, что эффективный радиус гауссова пучка превосходит эффективные радиусы кольцевых пучков. При этом отличие значений радиусов достигает  $\sim 10\%$ . При дальнейшем росте турбулентного параметра влияние формы начального распределения интенсивности на выходной апертуре оптической системы будет уменьшаться, и эффективный радиус в атмосфере будет определяться только турбулентным уширением, что приведет к совпадению значений эффективных радиусов для всех исследованных мод источника.

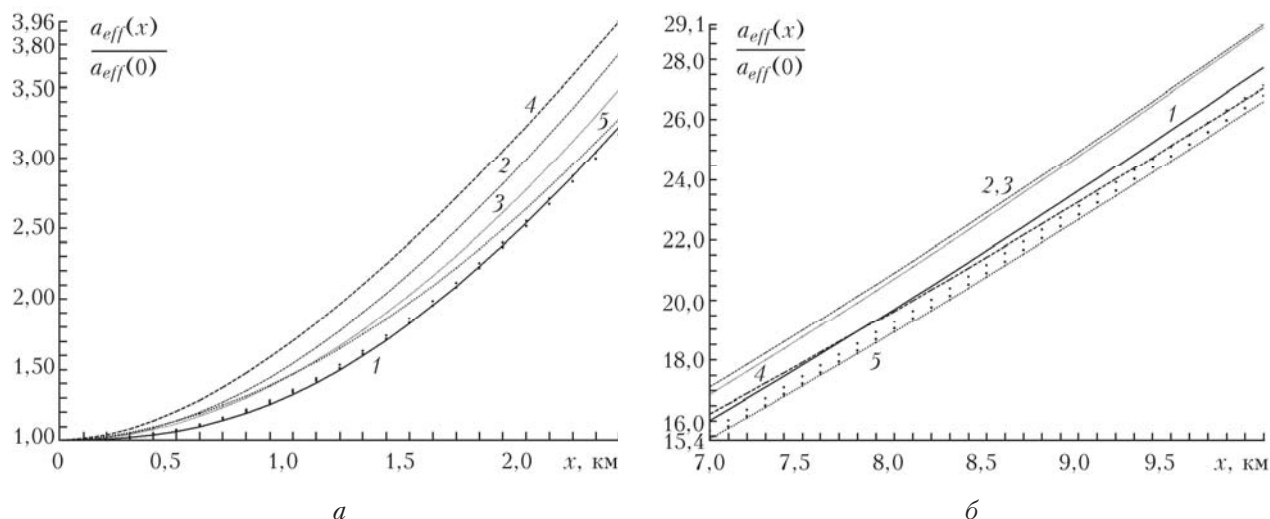


Рис. 2. Изменение эффективного радиуса узких кольцевых лазерных пучков на  $10$ -километровой трассе в турбулентной атмосфере: а — на участке длиной  $2,4$  км, прилегающем к источнику; б — на участке длиной  $3$  км, прилегающим к приемнику. 1 — гауссов пучок, 2, 4 — вихревой ЛГ-пучок, 3, 5 — кольцевой ЛГ-пучок, крупные точки — ДНВ,  $m = 5, 10$



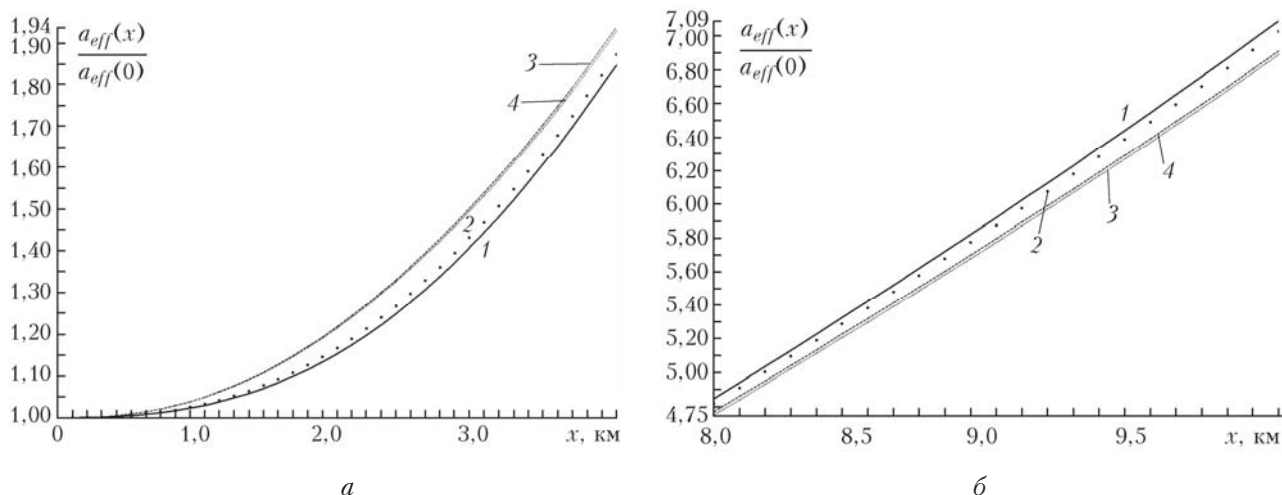


Рис. 3. Изменение эффективного радиуса широких кольцевых лазерных пучков на 10-километровой трассе в турбулентной атмосфере: *a* – на участке длиной 4 км, прилегающем к источнику; *б* – на участке длиной 2 км, прилегающем к приемнику. 1 – гауссов пучок, 2 – DNB, 3 – вихревой ЛГ-пучок, 4 – кольцевой ЛГ-пучок,  $m = 20$

### Заключение

Результаты расчетов позволяют сделать следующие выводы:

1) в условиях слабых флуктуаций интенсивности, когда дифракционное уширение лазерного пучка доминирует, в атмосфере эффективные размеры гауссова пучка меньше, чем для кольцевых и вихревых пучков с тем же начальным эффективным радиусом (для той же выходной апертуры);

2) при усилении флуктуаций интенсивности кольцевые пучки с высоким зарядом становятся более эффективными, причем «дырчатые» и кольцевые лаггер-гауссовы пучки в этом смысле лучше, чем вихревые лаггер-гауссовы, которые дольше сохраняют в пространстве кольцеобразную форму распределения интенсивности при тех же атмосферных условиях на трассе за счет наличия оптического вихря.

Очевидно, что при дальнейшем росте турбулентного параметра  $\beta_0^2 \rightarrow \infty$  эффективные радиусы всех мод в турбулентной атмосфере стремятся к одному значению (которое определяется радиусом выходной апертуры), и поэтому можно говорить только о существовании некоторой области значений  $\beta_0^2$ , в которой высшие моды кольцевых пучков имеют меньший эффективный радиус в атмосфере, чем у гауссова пучка. При этом отличие может достигать  $\sim 10\%$  для ЛГ-мод с числом  $m \geq 20$ .

1. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 464 с.
2. Аксенов В.П., Банах В.А., Валуев В.В., Зуев В.Е., Морозов В.В., Смалихо И.Н., Цвык Р.Ш. Мощные лазерные пучки в случайно-неоднородной атмосфере // Под ред. В.А. Банах. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1998. 340 с.

3. Банах В.А., Смалихо И.Н. Случайные смещения лазерного пучка в турбулентной атмосфере при тепловом самовоздействии // Оптика атмосф. и океана. 1988. Т. 1, № 9. С. 32–37.

4. Банах В.А., Фалиц А.В. Численное моделирование распространения лазерных пучков, формируемых многоэлементными апертурами, в турбулентной атмосфере при тепловом самовоздействии // Оптика атмосф. и океана. 2013. Т. 26, № 5. С. 371–380; Banakh V.A., Falits A.V. Numerical Simulation of Propagation of Laser Beams Formed by Multielement Apertures in a Turbulent Atmosphere under Thermal Blooming // Atmos. Ocean. Opt. 2013. V. 26, N 6. P. 455–465.
5. Лукин И.П. Устойчивость когерентных вихревых беселевых пучков при распространении в турбулентной атмосфере // Оптика атмосф. и океана. 2014. Т. 27, № 5. С. 367–374
6. Фалиц А.В. Блуждание и флуктуации интенсивности фокусированного лаггер-гауссова пучка в турбулентной атмосфере // Оптика атмосф. и океана. 2015. Т. 28, № 9. С. 763–771.
7. Eyyuboglu H.T. Hermite-cosine-Gaussian laser beam and its propagation characteristics in turbulent atmosphere // J. Opt. Soc. Am. A. 2005. V. 22. P. 1527–1535.
8. Zhu K., Zhou G., Li X., Zheng X., Tang H. Propagation of Bessel-Gaussian beams with optical vortices in turbulent atmosphere // Opt. Express. 2008. V. 16, N 26. P. 21315–21320.
9. Lukin V.P., Konyaev P.A., Sennikov V.A. Beam spreading of vortex beams propagating in turbulent atmosphere // Appl. Opt. 2012. V. 51, iss. 10. P. C84–C87.
10. Cai Y., Lu X., Lin Q. Hollow Gaussian beams and their propagation properties // Opt. Lett. 2003. V. 28, N 13. P. 1084–1086.
11. Banakh V.A., Marakasov D.A., Rytchkov D.S., Baykal Y.K., Eyyuboglu H.T. Method of evaluation of the mutual coherence function of laser beams and its application for symmetric dark hollow beams // Proc. SPIE. 2011. V. 7924. 792406. DOI: 10.1117/12.876486.

12. *Банах В.А., Фалиц А.В.* Уширение лаггерова пучка в турбулентной атмосфере // Оптика и спектроскопия. 2014. Т. 117, № 6. С. 969–975.
13. *Andrews L.C., Phillips R.L.* Laser Beam Propagation through Random Media. 2nd ed. SPIE Press, 2005. 808 p.
14. *Aksenov V.P., Pogutsa C.E.* Increase in laser beam resistance to random inhomogeneities of atmospheric permittivity with an optical vortex included in the beam structure // Appl. Opt. 2012. V. 51, N 30. P. 7262–7267.
15. *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 832 с.
16. *Мионов В.Л.* Распространение лазерного пучка в турбулентной атмосфере. Новосибирск: Наука, 1981. 246 с.
17. *Рычков Д.С., Маракасов Д.А.* Метод построения линий тока вектора среднего потока энергии вихревого пучка в турбулентной атмосфере // Изв. вузов. Физ. 2010. Т. 53, № 9/3. С. 104–106.
18. *Рычков Д.С., Маракасов Д.А.* Программа построения среднего волнового фронта лазерного пучка на горизонтальных трассах в турбулентной атмосфере «WFT\_Eval»: Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2012618254 от 12.09.2012 г. Правообладатель: ИОА СО РАН (RU).
19. *Маракасов Д.А., Рычков Д.С.* Метод расчета функции взаимной когерентности оптической волны в турбулентной атмосфере // Оптика атмосфер. и океана. 2010. Т. 23, № 9. С. 761–767.

*D.A. Marakasov, D.S. Rytchkov.* **Estimation of the effective beam width of axially symmetric laser beams propagating in the turbulent atmosphere using the Pointing vector streamlines.**

In the given paper, using the Pointing vector streamlines, the effective beam width dependence on initial field distribution of axially symmetric laser beam, propagating in the turbulent atmosphere, is investigated. Spatial evolution of effective beam widths of ring-shaped laser beams, such as Laguerre–Gaussian and dark hollow beams was examined in comparison with Gaussian beams under condition that the beam power in transmitter aperture of an atmospheric optical system is the same for all laser beam modes studied in the paper. It was shown that in the case of medium-to-strong turbulence effective beam widths of high-order Laguerre–Gaussian and dark hollow beams can be less than effective beam width of a Gaussian beam in the atmosphere.