

## ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ОПТИКИ АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

УДК 551.590.21:551.510.42

М.Н. Дьяконов, С.П. Кнуренко, В.А. Колосов, И.Е. Слепцов

## ВОССТАНОВЛЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОГО ПРОФИЛЯ СРЕДНЕГО КОЭФФИЦИЕНТА ПРОПУСКАНИЯ АТМОСФЕРЫ ПО ДАННЫМ ОПТИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ

*Институт космофизических исследований и астрономии, Якутск*

Поступила в редакцию 17.07.98 г.

Принята к печати 4.02.99 г.

Предлагается метод получения информации об интегральной прозрачности атмосферы из измерений пространственного распределения черенковского света  $Q(R)$  широких атмосферных ливней предельных энергий ( $E_0 \geq 10^{17}$  эВ). По данным измерений  $Q(R)$  восстановлены вертикальные профили среднего коэффициента пропускания атмосферы для трех градаций погодных условий: с высокой, хорошей и удовлетворительной прозрачностью. На основании этого получены оценки эффективной прозрачности атмосферы для каждого случая. Это позволило количественно уточнить ряд характеристик широких атмосферных ливней предельных энергий.

**Введение**

Космические лучи сверхвысоких энергий, взаимодействуя с ядрами атомов воздуха, образуют целый каскад вторичных частиц, называемый широким атмосферным ливнем (ШАЛ). Такой ливень сопровождается мощными когерентными электромагнитными излучениями, из которых наиболее эффективным является черенковское излучение релятивистских частиц ШАЛ в оптическом диапазоне длин волн.

Идея предлагаемого метода заключается в том, что по мощности источника света на заданной высоте можно оценить величину ослабления света на пути его распространения, измеряя его интенсивность на уровне наблюдения. Ранее в работах [1, 2] мы определяли прозрачность атмосферы по относительному изменению интегральной частоты «вспышек» черенковского света для ШАЛ с энергией  $10^{15}$ – $10^{16}$  эВ, которые соответствовали средней высоте источника света 5,0–6,5 км. Для ШАЛ с энергией  $\sim 10^{18}$  эВ, высота источника света которых локализована на уровне  $\sim 3,5$  км, предлагаем новый метод определения коэффициента пропускания атмосферы по регистрации плотности потока черенковского света ШАЛ на разных расстояниях от оси ШАЛ. Так как детектор черенковского света (ФЭУ-49Б) чувствителен в интервале длин волн от  $\lambda_1 = 360$  до  $\lambda_2 = 800$  нм, то целесообразно вести речь об интегральной прозрачности атмосферы. При этом надо иметь в виду, что максимум чувствительности приемника света приходится на длине волн  $\lambda = 420$  нм и спектр источника света спадает как  $\lambda^{-2}$ .

Корректная постановка задачи восстановления вертикального профиля коэффициента пропускания атмосферы и адекватное ее решение крайне важны для анализа данных по космическим лучам предельно высоких энергий, полученных на Якутской установке ШАЛ. Детализация проблемы показала, что возникает некорректная задача типа интегрального уравнения Фредгольма первого рода и для ее решения надо привлечь современные методы решения обратных задач. Учитывая условия нашего экспери-

мента, из существующих регуляризирующих алгоритмов мы выбрали адаптивный метод [3], который по математической постановке задачи и априорной информации наиболее подходит к нашей проблеме.

**Исходное уравнение**

Детекторы обычно измеряют плотность потока  $Q(R)$  черенковского света на фиксированных расстояниях  $R$  от оси ливня, совокупность которых представляет собой пространственное распределение света на уровне наблюдения. Мощность источника света на высоте атмосферы  $z$  зависит от произведения полного числа частиц  $N(z)$  на функцию светового выхода  $g(R, z)$ . Здесь зависимость  $g(R, z)$  от  $R$  отражает факт распределения этих частиц по углам и вероятность попадания света от них на это расстояние. Исходное уравнение записывается в виде

$$Q(R) = \int_0^{\infty} A(R, z) T(z) dz. \quad (1)$$

Здесь  $T(z)$  – коэффициент пропускания атмосферы с высоты  $z$  до уровня наблюдений, а количество излучаемых фотонов на единице пути

$$A(R, z) = g(R, z) N(z) \rho(z), \quad (2)$$

где  $\rho(z)$  – плотность воздуха на высоте  $z$ .

Функция  $g(R, z)$  зависит от энергетического спектра излучающих частиц и от пороговой энергии для возникновения черенковского излучения. При постановке обратной задачи относительно неизвестного решения  $T(z)$  выражение (1) представляет собой интегральное уравнение Фредгольма первого рода, относящееся к классу некорректных задач. Обычно такие задачи решаются введением априорной информации об искомом решении, исходящей из ее физической сущности.

## Метод решения

Представим выражение (1), применяя квадратурную формулу Чебышева, в виде системы линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{j=1}^m A_{ij} T_j = Q_i, \quad i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, m, \quad (3)$$

где  $n$  – общее число сработавших детекторов;  $m$  – число точек на разных высотах в атмосфере, где восстанавливается коэффициент пропускания атмосферы.

Система (3) решалась адаптивным методом решения обратных задач, где в качестве априорной информации используются векторы начальных приближений неизвестных  $T_j^{(0)}$  и их достоверностей  $\sigma_{T_j}$ . Подставляя  $T_j^{(0)}$  в  $i$ -уравнение системы (3), получим прогнозное значение  $\bar{Q}_i$ . Разность  $\Delta Q_i = Q_i - \bar{Q}_i$  назовем невязкой и разложим ее в виде суммы:

$$\Delta Q_i = \sum_{j=0}^m u_j, \quad (4)$$

подразумеваемая  $u_0 = \xi_i$ , где  $\xi_i$  – ошибки измерения.

Предположим, что все слагаемые являются независимыми случайными величинами, распределенными по нормальному закону. Тогда совместная плотность вероятности в  $(m + 1)$ -мерном пространстве будет иметь вид

$$\mu(u_0, \dots, u_m) = \prod_{j=0}^m 1/(\sqrt{2\pi}\sigma_{u_j}) \exp(-u_j^2/2\sigma_{u_j}^2), \quad (5)$$

где

$$\sigma_{u_j}^2 = (A_{ij} \sigma_{T_j})^2, \quad \sigma_{u_0}^2 = \sigma_{\xi_i}^2; \quad u_0 = (\Delta Q_i - \sum_{j=1}^m u_j); \quad (6)$$

$\sigma_{Q_i}$  – средняя квадратическая ошибка каждого измерения.

Значения  $u_j$  выберем таким образом, чтобы плотность вероятности была максимальной. Это достигается при минимуме целевой функции:

$$v(u_1, \dots, u_m) = u_0^2/\sigma_{Q_i}^2 + \sum_{j=1}^m u_j^2/\sigma_{u_j}^2. \quad (7)$$

Нетрудно увидеть, что целевая функция аналогична минимизирующему функционалу А.Н. Тихонова. Если принять  $\sigma_{Q_i} = \sigma_Q$ ,  $\sigma_{u_j} = \sigma_u$  и  $\alpha = \sigma_Q^2/\sigma_u^2$ , то получим

$$\min v(u_1, \dots, u_m) = (\Delta Q_i - \sum_{j=1}^m u_j)^2 + \alpha \sum_{j=1}^m u_j^2, \quad (8)$$

что в точности соответствует регуляризирующему функционалу А.Н. Тихонова. Дифференцируя (8) по каждому из неизвестных, получим систему из  $n$  уравнений с  $m$  неизвестными, которая имеет следующее решение:

$$u_j = \Delta Q_i \left[ \sigma_{u_j}^2 / (\sigma_{Q_i}^2 + \sum_{j=1}^m \sigma_{u_j}^2) \right]. \quad (9)$$

Обозначим второй сомножитель в (9) через  $\beta_{ij}$  и, вводя  $k$  – номер очередного шага уточнения, получим рекуррентную формулу

$$T_j^{(k+1)} = T_j^{(k)} + \Delta Q_i^{(k+1)} \beta_{ij}/A_{ij}. \quad (10)$$

По мере увеличения номера итерации достигается уменьшение средней квадратической ошибки получаемого решения:

$$(\sigma_{u_j}^2)^{k+1} = (\sigma_{u_j}^2)^k (1 - \beta_{ij}). \quad (11)$$

Это следует из того, что параметр  $\beta_{ij}$  изменяется в пределах от 0 до 1 и средняя квадратическая ошибка уменьшается, приводя к необходимому уточнению искомого решения.

## Экспериментальные данные

Якутская комплексная установка ШАЛ располагает сетью станций наблюдения, расположенных на площади  $\sim 11 \text{ км}^2$  и отстоящих на расстоянии 500 и 1000 м друг от друга [4]. В каждой станции наблюдения имеется детектор черенковского излучения, который регистрирует черенковский свет от ШАЛ в безлунное, безоблачное ночное время суток.

Из расчетов [5] следует, что влияние рассеяния и поглощения фотонов в атмосфере при прохождении потока черенковского света от источника с высотой  $z_m$  до уровня наблюдения  $z_0$  сказывается в разной степени на ожидаемое значение плотности потока черенковского света ШАЛ на различных расстояниях  $R$  от оси ливня. Поэтому, измеряя потоки черенковского света на определенных расстояниях  $R$  от оси ливня при разных состояниях атмосферы, можно оценить коэффициент пропускания атмосферы по форме пространственного распределения черенковского света. Для этой цели ШАЛ отобраны по независимому от состояния атмосферы параметру ливня, а именно по плотности потока заряженных частиц на расстоянии  $R = 300 \text{ м}$  от оси ливня. Параметр  $\rho(300)$  связан с первичной энергией ливня, и, таким образом, ливни группировались по высоте расположения источника света. Считается, что в нашем случае источник света является точечным и поток света распространяется строго параллельно. Кроме того, ливни классифицировались еще по визуальной оценке прозрачности атмосферы, соответствующей 5, 4 и 3 баллам [6]. При оценке 5 баллов, когда отлично виден Млечный Путь и на его фоне можно различить отдельные звезды, прозрачность атмосферы соответствует метеорологической оценке – «очень высокая». При 4 баллах, что соответствует повышенной прозрачности атмосферы, Млечный Путь хорошо виден по всему небосводу. При 3 баллах – «нормальная» прозрачность атмосферы. Млечный Путь уже не виден, видны только звезды и отдельные созвездия. По этим признакам были сформированы три класса ливней. Во всех трех классах среднее значение  $\rho(300)$  равнялось  $14,6$  частиц на  $1 \text{ м}^2$ , что соответствует первичной энергии  $E_0 = 10^{18} \text{ эВ}$  и интенсивности космических лучей  $I = 7 \cdot 10^{-12} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{ср}^{-1}$  по энергетическому спектру, измеренному в [7]. На рис. 1 приведены пространственные распределения плотности потока черенковского света ШАЛ  $Q(R)$ , соответствующие этим трем классам ливней различной прозрачности атмосферы. Из рис. 1 видно небольшое различие по абсолютной величине между  $Q(R)$ , построенными для прозрачности, соответствующей 5 и 4 баллам, и существенное их различие для 5 и 3 баллов. При этом форма  $Q(R)$  тоже претерпевает некоторые изменения. Например, наклон  $Q(R)$  при описании его степенной функцией  $Q(R) \propto R^{-n}$  в ин-

тервале  $100 \leq R \leq 500$  м от оси ливня для 5 баллов  $n = 2,05 \pm 0,13$ , для 4 баллов  $n = 2,09 \pm 0,11$  и, наконец, для 3 баллов  $n = 2,32 \pm 0,08$ . Таким образом, изменение прозрачности атмосферы приводит к перераспределению света по расстояниям и соответственно к изменению формы  $Q(R)$  (табл. 1). Эти данные были использованы для восстановления вертикального профиля коэффициента пропускания атмосферы при ее различных оптических состояниях.

Т а б л и ц а 1

**Значения  $Q(R)$ , соответствующие аппроксимации экспериментальных точек степенной функцией, для трех классов визуальной оценки прозрачности атмосферы**

$R$ , м	5 баллов	4 балла	3 балла
50	$7,40 \cdot 10^8$	$6,60 \cdot 10^8$	$7,56 \cdot 10^8$
63	$4,80 \cdot 10^8$	$4,44 \cdot 10^8$	$4,70 \cdot 10^8$
79	$2,84 \cdot 10^8$	$2,59 \cdot 10^8$	$2,74 \cdot 10^8$
100	$1,71 \cdot 10^8$	$1,54 \cdot 10^8$	$1,54 \cdot 10^8$
126	$1,08 \cdot 10^8$	$9,34 \cdot 10^7$	$9,01 \cdot 10^7$
159	$6,31 \cdot 10^7$	$5,63 \cdot 10^7$	$5,06 \cdot 10^7$
200	$4,01 \cdot 10^7$	$3,54 \cdot 10^7$	$3,06 \cdot 10^7$
252	$2,46 \cdot 10^7$	$2,21 \cdot 10^7$	$1,85 \cdot 10^7$
317	$1,57 \cdot 10^7$	$1,38 \cdot 10^7$	$1,12 \cdot 10^7$
400	$9,67 \cdot 10^6$	$8,23 \cdot 10^6$	$6,51 \cdot 10^6$
504	$5,84 \cdot 10^6$	$5,06 \cdot 10^6$	$3,71 \cdot 10^6$
634	$3,66 \cdot 10^6$	$3,16 \cdot 10^6$	$2,24 \cdot 10^6$
800	$2,37 \cdot 10^6$	$2,05 \cdot 10^6$	$1,41 \cdot 10^6$

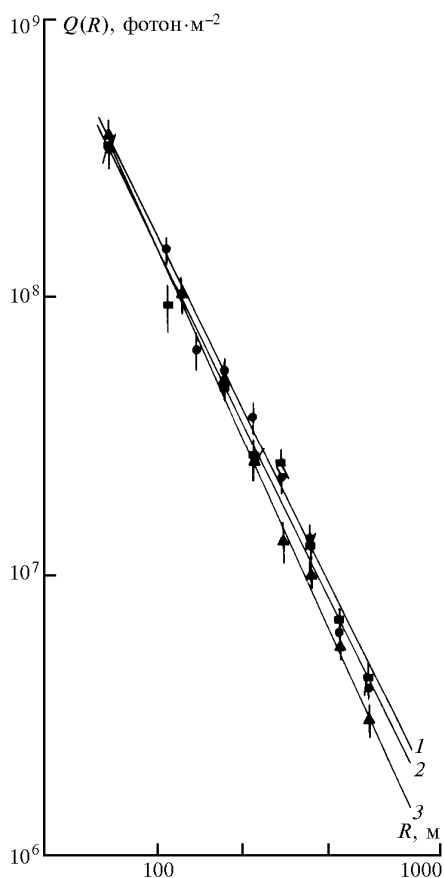


Рис. 1. Пространственное распределение черенковского света ШАЛ при разных погодных условиях: 1 – прозрачность 5 баллов, 2 – 4 балла, 3 – 3 балла

## Результаты

Задача (1) решается при начальном приближении  $T_j^{(0)} = \text{const}$  (самое нейтральное предположение об искомом решении) и векторах достоверностей  $\sigma_{T_j}$ , приведенных в табл. 2. Кроме того, в уравнении (3) погрешность правой части записывается как

$$\sigma_{Q_i}^2 = \{0,04 + n^2 (\Delta R/R)^2\} Q_i^2, \quad (12)$$

где  $\Delta R$  – ошибка лоцирования оси ливня; постоянная 0,04 связана с абсолютной калибровкой светоприемников, а  $n$  – показатели при степенной аппроксимации  $Q(R)$ , которые даны выше.

Полученные результаты, развернутые по высоте в виде вертикального профиля коэффициента пропускания атмосферы, приведены на рис. 2 и обобщены в табл. 2.

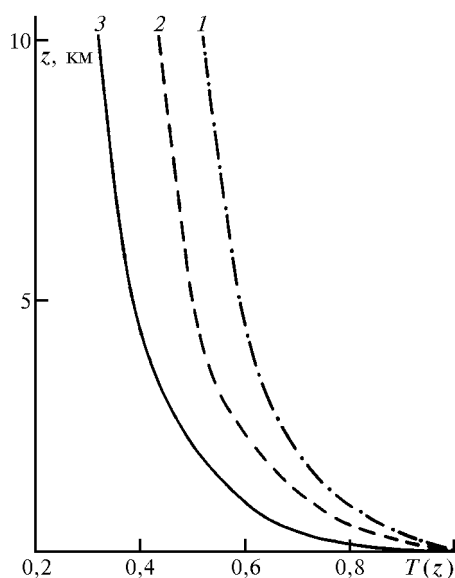


Рис. 2. Вертикальные профили среднего коэффициента пропускания атмосферы для разных состояний атмосферы. Обозначения те же, что и на рис. 1

Из рис. 2 видно, что кривые функций пропускания атмосферы сильно отличаются не только по абсолютной величине, но и по форме. Следовательно, при различных состояниях атмосферы существует разница как по величине прозрачности атмосферы, так и по вертикальному профилю коэффициента пропускания атмосферы. Если сравнить  $T_j$  с высотным ходом теоретически рассчитанного коэффициента пропускания атмосферы за счет молекулярного рассеяния частиц, то аэрозольная составляющая дает наибольший свой вклад на высотах  $\sim 2-3$  км. По кривизне нанесенных функций можно заключить, что доля аэрозольной составляющей более существенна для прозрачности атмосферы с визуальной оценкой 3 балла.

Для определения величины интегральной прозрачности атмосферы необходимо найти полный поток  $\Phi(E_0, \lambda)$  черенковского света ШАЛ по следующей формуле:

$$\Phi_i(E_0, \lambda) = 2\pi \int_0^\infty Q_i(E_0, R, \lambda) R dR, \quad (13)$$

где индекс  $i = 1, \dots, 3$  соответствует прозрачности атмосферы, визуально оцененной по баллам;  $E_0$  – энергия первичной частицы космического излучения, инициировавшей ливень на границе атмосферы;  $\lambda$  – длина волны света, излучаемого вторичными частицами ливня. Экспериментально измеренный полный поток света  $\Phi_{\text{экср}}$  позволяет найти

$$E_i = k(z_m, T_{\Delta\lambda}) \Phi_{\text{экср}}, \quad (14)$$

где  $k$  – коэффициент, напрямую зависящий от абсолютной прозрачности атмосферы и энергии первичной частицы, параметризованной через высоту источника света  $z_m$ .

Т а б л и ц а 2

Балл	$\sigma_{T_j}, T_j$	$z, \text{ м}$					
		500	2150	3200	5220	7820	10100
5	$\sigma_{T_j}$	0,50	0,33	0,31	0,37	0,72	1,87
5	$T_j$	$0,87 \pm 0$	$0,69 \pm 0$	$0,64 \pm 0$	$0,59 \pm 0$	$0,55 \pm 0$	$0,53 \pm 0,1$
4	$\sigma_{T_j}$	0,47	0,28	0,26	0,30	0,50	1,55
4	$T_j$	$0,80 \pm 0,1$	$0,62 \pm 0$	$0,55 \pm 0$	$0,50 \pm 0$	$0,47 \pm 0$	$0,45 \pm 0,1$
3	$\sigma_{T_j}$	0,25	0,32	0,34	0,44	1,13	5,75
3	$T_j$	$0,67 \pm 0,1$	$0,50 \pm 0$	$0,44 \pm 0$	$0,39 \pm 0$	$0,35 \pm 0$	$0,33 \pm 0,1$

Практически энергия  $E_i$  составляет  $\sim 80\%$  от энергии первичной частицы  $E_0$ . Полный поток света  $\Phi_0(E_0, \lambda)$ , на уровне наблюдения при условии прохождения света через атмосферу без потерь, вычисляется по формуле (13), где  $Q_0(E_0, R, \lambda)$  находится из выражения (1) при  $T(z) \equiv 1$ . Для анализа данных измерения характеристик ШАЛ нужна не спектральная, а эффективная прозрачность атмосферы [6], которая находится как

$$T_{i,\Delta\lambda}(E_0) = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \Phi_i(E_0, \lambda) S(\lambda) g(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \Phi_0(E_0, \lambda) S(\lambda) g(\lambda) d\lambda}, \quad (15)$$

где  $S(\lambda)$  – реальный спектр источника света;  $g(\lambda)$  – аппаратная функция, определяемая спектральной характеристикой фотомножителя ФЭУ-49Б.

Полученные таким образом значения  $T_i(E_0)$  при визуальной оценке прозрачности атмосферы 5 баллов равны  $T_5 = 0,67$ , а 4 и 3 балла  $T_4 = 0,6$ ,  $T_3 = 0,49$ . Следует подчеркнуть, что найденное значение  $T_5 = 0,67$  соответствует условиям высокой прозрачности и при таком состоянии атмосферы ослабление потока черенковского света ШАЛ минимальное и близко к профилю рэлеевского рассеяния. Для 4 и 3 баллов, как следует из их соотношений с прозрачностью 5 баллов, возникают значимые отклонения в наблюдаемых потоках света, например между 5 и 4 – 10%, 5 и 3 баллами  $\sim 30\%$ , и это приводит к искажению формы функции пространственного распределения черенковского света, а значит, и всей последующей информации: энергии ливня, характеристик продольного развития ливней и т.д.

### Заключение

Полученные результаты по восстановлению высотного профиля коэффициента пропускания атмосферы позволяют сделать следующие выводы.

1. Поскольку прозрачность атмосферы с оценкой 5 баллов по сравнению с ранее принятым ее значением [2] на 7% ниже, то первичная энергия, вычисленная с использованием формулы (14), должна быть увеличена на эту величину.

пользованием формулы (14), должна быть увеличена на эту величину.

2. Пространственное распределение черенковского света ШАЛ используется также для восстановления продольного развития ливней в атмосфере [8]. Поэтому для его корректного восстановления знание вертикального профиля коэффициента пропускания атмосферы необходимо. Полученные нами данные позволили оценить поправочные коэффициенты для  $X_{\text{max}}$  – глубины максимума развития ШАЛ. В частности, для прозрачности 4 балла она составила  $(12 \pm 4)$  г/см<sup>2</sup>, а 3 балла –  $(27 \pm 6)$  г/см<sup>2</sup>.

Согласно этим поправкам необходимо пересмотреть ранее полученные значения глубины максимума развития ливней [9].

Восстановленные профили функции пропускания атмосферы также могут быть использованы другими исследователями явления ШАЛ как в экспериментальном, так и в теоретическом плане.

3. Кроме того, знание вертикального профиля коэффициента пропускания атмосферы для прозрачности атмосферы 3 и 4 балла позволяет расширить статистику анализируемых событий в среднем на 30–40% (ранее использовались данные прозрачности атмосферы, соответствующей только 5 баллам).

1. Лиценюк Ф.Ф. А. с. № 519768, 1976.
2. Дьяконов М.Н., Кнуренко С.П., Колосов В.А., Слепцов И.Е. // Оптика атмосферы. 1991. Т. 4. № 8. С. 868–873.
3. Кочнев В.А. Адаптивный метод решения систем линейных уравнений в задачах геофизики // Применение ЭВМ в задачах управления. Красноярск, 1985. С. 62–71.
4. Артамонов В.П., Афанасьев Б.Н., Глушков А.В. и др. // Известия РАН. Сер. Физ. 1994. Т. 58. № 12. С. 92–97.
5. Дьяконов М.Н., Колосов В.А., Красильников Д.Д. и др. // Известия АН СССР. Сер. Физ. 1975. Т. 39. № 6. С. 1243–1251.
6. Гуцин Г.П. Методы, приборы и результаты измерений спектральной прозрачности атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1988. 196 с.
7. Aguirre C., Anda R., Trepp A. et al. // Proc. 16<sup>th</sup> ICRC, Kyoto (Japan). 1979. V. 8. P. 107–110.
8. Dyakonov M.N., Ivanov A.A., Knurenko S.P. et al. // Proc. 23<sup>th</sup> ICRC, Calgary. 1993. V. 4. P. 303.
9. Дьяконов М.Н., Иванов А.А., Кнуренко С.П. и др. Анализ характеристик продольного развития широких атмосферных ливней с энергией  $E_0 > 10^{17}$  эВ. Якутск: ЯФ СО АН СССР, 1985. С. 15–19.

*M.N. Dyakonov, S.P. Knurenko, V.A. Kolosov, I.E. Sleptsov.* **Reconstruction of Vertical Profile of Atmospheric Mean Transmittance from Data of Cosmic Rays Optical Observation.**

A method for obtaining information on integral transparency of the atmosphere from measurements of Cerenkov light  $Q(R)$  spatial distribution of extensive cosmic ray showers of ultra-high energy ( $A_0 \geq 10^{17}$  eV) is proposed in the paper. The atmospheric mean transmittance is reconstructed from the  $Q(R)$  measurements for three types of weather conditions: high, moderate, and satisfactory transparency. Based on these data, the estimates of the atmosphere efficient transparency are obtained for each case. It allowed us to define quantitatively more exactly a series of characteristics for the extensive atmospheric showers of ultra-high energy.