

Оптимизация процесса генерации второй гармоники при ограниченной плотности мощности основного излучения. Часть 2

В.О. Троицкий*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 9.02.2022 г.

Теоретически исследуется процесс генерации второй гармоники (ГВГ) лазерного излучения (ЛИ) в кристалле ВВО с целью определения таких оптимальных значений параметров фокусировки и волновой расстройки, при которых эффективность ГВГ становится максимальной. Задача оптимизации решалась с дополнительным условием (ДУ) — максимальная плотность мощности ЛИ в объеме кристалла не должна превышать априорно заданного значения. При этом никаких ограничений на саму мощность ЛИ не накладывалось.

Исследование состоит из двух частей. В настоящей работе (вторая часть) влияние ДУ на процесс и результаты решения задачи оптимизации рассмотрено с использованием строгих методов решения системы нелинейных волновых уравнений. Основные результаты проведенных исследований представлены в виде зависимостей максимально достижимых значений эффективности ГВГ от мощности ЛИ. Показано, что во многих случаях, представляющих практический интерес, для определения оптимальных значений параметров фокусировки и волновой расстройки можно использовать приближение заданного поля, что существенно уменьшает объем необходимых вычислений.

Ключевые слова: существенно нелинейный режим генерации второй гармоники, решение системы нелинейных волновых уравнений, оптимизация параметров фокусировки и волновой расстройки; significantly nonlinear second harmonic generation mode, solution to a set of nonlinear equations, preset field approximation, optimization of focusing and wave detuning parameters

Введение

Настоящая статья продолжает работу [1], в которой подробно обсуждались цели и была поставлена задача исследования. В связи с этим по ходу изложения материала часто будет необходимо обращаться к информации, уже представленной в [1]. Для этого везде ниже будет использоваться дополнительный индекс «1». Например, обращения (11.1), [10.1], рис. 3.1 будут, соответственно, означать, что речь идет о формуле (11), литературной ссылке 10 и рис. 3 из [1].

Вкратце суть проведенных исследований сводилась к определению таких оптимальных значений параметров фокусировки (7.1) и приведенной волновой расстройки (6.1):

$$\xi_x = \xi_{x, \text{opt}}(P_0, S_m), \quad \xi_y = \xi_{y, \text{opt}}(P_0, S_m), \\ \Delta_{k_0} = \Delta_{k_0, \text{opt}}(P_0, S_m), \quad (1)$$

при которых эффективность генерации второй гармоники (ГВГ), определенная в (10.1), достигает максимума: $\eta(P_0, S_m, \xi_x = \xi_{x, \text{opt}}, \xi_y = \xi_{y, \text{opt}}, \Delta_{k_0} = \Delta_{k_0, \text{opt}}) = \eta_{\text{max}}(P_0, S_m)$. В (1) (и везде ниже) P_0 — импульсная

мощность лазерного излучения (ЛИ) до кристалла (8.1). Сформулированная задача оптимизации, как правило, решалась с дополнительным условием (ДУ)

$$S(P_0, \xi_x, \xi_y) \leq S_m, \quad (2)$$

которое означает, что максимальная плотность мощности $S(P_0, \xi_x, \xi_y)$, создаваемая ЛИ в объеме нелинейного кристалла (см. (9.1)), не должна превышать некоторого априорно заданного значения S_m — максимально допустимой плотности мощности. Именно условие (2) и приводит к тому, что решение задачи оптимизации, записываемое в виде (1), должно зависеть не только от P_0 , но и от S_m . Если в (2)

$$S_m = \infty, \quad (3)$$

то считается, что никаких ограничений на максимальную плотность мощности ЛИ нет. Понятно, что в этом случае параметры (1) будут функциями только P_0 . В настоящей работе, как и в [1], рассматривается два способа фокусировки ЛИ в кристалл: «СФ» — фокусировка одной сферической линзой, и «ЦФ» — фокусировка с помощью двух скрещенных цилиндрических линз.

В [1] решение обозначенной задачи было получено с использованием приближения заданного поля (ПЗП). Следовательно, и приведенные в [1] результаты предлагается рассматривать в качестве

* Владимир Олегович Троицкий (qel@iao.ru).

«первого приближения» к строгому решению задачи оптимизации, которое представлено в настоящей работе. Термин «строгое решение» в данном случае означает, что речь будет идти о ГВГ в так называемом «существенно нелинейном режиме» (СНР) [1.1]. Физическая суть СНР состоит в том, что в этом режиме, в отличие от ПЗП, возмущения, которые испытывает поле на основной частоте в процессе нелинейного взаимодействия, уже нельзя считать пренебрежимо малыми, как, очевидно, и должно быть, если речь идет о строгом описании процесса ГВГ.

Переход к СНР существенно отражается и на математическом аспекте обсуждаемой задачи. Теперь уже нельзя, как в ПЗП, для описания взаимодействующих полей ограничиться решением двух отдельных уравнений — однородного и неоднородного для основного излучения и ВГ [1] соответственно. Необходимо искать решение исходной системы нелинейных неоднородных волновых уравнений. Общий вид этой исходной системы можно найти, например, в [1.1] или [14.1], а методика ее численного решения, которая использовалась в настоящей работе, подробно обсуждается в [13.1].

1. Фокусировка лазерного пучка в кристалл одной сферической линзой

Для случая СФ на рис. 1 приведены результаты теоретических исследований зависимости эффективности ГВГ $\eta(P_0, \xi_x = \xi_y = \xi, \Delta_{k_0})$ от величины параметра фокусировки $\xi_x = \xi_y = \xi$. Все результаты получены в предположении, что выполняется (3). В силу этого эффективность ГВГ не зависит от S_m . Результаты, представленные кривыми 1–4, получены для одной длины кристалла $L = 1$ см и различных значений P_0 . Кривые 4–6 относятся к другой ситуации: мощность ЛИ остается постоянной, а длина кристалла меняется. Все расчеты проводились следующим образом. Для каждой пары значений ξ и P_0 перебором определялась величина оптимальной приведенной волновой расстройки $\Delta_{k_0, \text{opt}}(\xi, P_0)$, после чего вычислялись значения функции $\eta(P_0, \xi, \Delta_{k_0, \text{opt}})$, которые и откладывались по оси Y на рис. 1. Точность определения $\Delta_{k_0, \text{opt}}(\xi, P_0)$ в этих исследованиях составляла приблизительно $\pm 5\%$. В пределах этого диапазона эффективность ГВГ могла измениться меньше чем на 0,01%.

Представленные на рис. 1 результаты позволяют сделать несколько замечаний.

1. Максимально достижимая эффективность ГВГ монотонно увеличивается по мере увеличения мощности ЛИ. Можно предположить (в рамках настоящей работы такие исследования не проводились), что при $P_0 \rightarrow \infty$ КПД рассматриваемого процесса будет асимптотически стремиться к 100%.

2. Максимальная эффективность ГВГ реализуется при единственном оптимальном значении $\xi = \Psi_{\text{opt}}(P_0)$, которое оказывается тем больше, чем меньше мощность ЛИ.

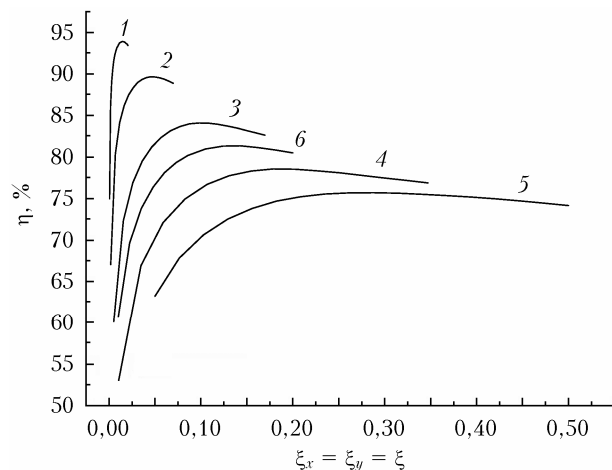


Рис. 1. Зависимость эффективности ГВГ от параметра фокусировки при $P_0 = 6,25$ (кривая 1); 1,875 (2); 0,75 (3); 0,375 МВт (4–6) и $L = 1$ (кривые 1–4); 0,5 (5); 2 см (6)

3. Каждой паре значений P_0 и $\Psi_{\text{opt}}(P_0)$ соответствует свое определенное значение плотности мощности ЛИ в плоскости перетяжки $S(P_0, \Psi_{\text{opt}}) \equiv W(P_0)$.

4. Можно показать, что $W(P_0)$ увеличивается с ростом мощности ЛИ от ~ 8 ГВт/см² при $P_0 = 0,375$ МВт (кривая 4) до ~ 11 ГВт/см² при $P_0 = 6,25$ МВт (кривая 1).

5. Также можно показать, что $W(P_0)$ зависит еще и от L . При уменьшении последней до 0,5 см (кривая 5 на рис. 1) $W(P_0)$ увеличивается до ~ 25 ГВт/см². Для случая $L = 2$ см (кривая 6), $W(P_0) \sim 3$ ГВт/см².

Возвращаемся теперь к задаче оптимизации процесса ГВГ с ДУ (2), где S_m — конечная величина. Если речь идет о СФ, то решение этой задачи должно иметь вид (1), где $\xi_{x, \text{opt}} = \xi_{y, \text{opt}} = \xi_{\text{opt}}(P_0, S_m)$. Как отмечалось в [1], учет (2) приводит всего лишь к тому, что диапазон возможных значений ξ становится ограничен сверху значением $\xi_m(P_0, S_m)$, которое является корнем уравнения $S(P_0, \xi_m) = S_m$. Для гауссова пучка явный вид функции $\xi_m(P_0, S_m)$ приведен в (13.1).

На рис. 1 видно (см., также раздел 3 из [1]), что в зависимости от соотношения величин $\xi_m(P_0, S_m)$ и $\Psi_{\text{opt}}(P_0)$ есть два принципиально различающихся способа решения задачи оптимизации (I и II):

$$\begin{aligned} \text{I. Если } \xi_m(P_0, S_m) > \Psi_{\text{opt}}(P_0), \\ \text{то } \xi_{\text{opt}}(P_0, S_m) &= \Psi_{\text{opt}}(P_0); \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{II. Если } \xi_m(P_0, S_m) \leq \Psi_{\text{opt}}(P_0), \\ \text{то } \xi_{\text{opt}}(P_0, S_m) &= \xi_m(P_0, S_m). \end{aligned} \quad (5)$$

Если реализуется вариант I, то решение задачи оптимизации находится стандартным образом [1] в результате двойного перебора возможных значений ξ и Δ_{k_0} — процесса, который занимает достаточно много времени. Именно таким двойным перебором и были получены все результаты, представленные

на рис. 1. В случае II объем необходимых вычислений заметно уменьшается, поскольку теперь (выполняется условие (5)) оптимальное значение параметра фокусировки можно найти сразу, воспользовавшись (13.1).

В силу определения $S(P_0, \xi_m) = S_m$ утверждение (5) может быть представлено в более удобной, эквивалентной форме:

$$\xi_{\text{opt}}(P_0, S_m) = \xi_m(P_0, S_m), \text{ если } S_m \leq W(P_0). \quad (6)$$

Везде ниже, как и в [1], будет предполагаться, что практический интерес представляют ситуации, когда

$$S_m \leq 2 \text{ ГВт/см}^2. \quad (7)$$

Тогда с учетом сделанных выше замечаний о $W(P_0)$ получается, что задачу оптимизации процесса ГВГ (используется СФ) с ДУ (2) можно решать по упрощенной схеме (6), по крайней мере, в тех случаях, когда речь идет о высокоэффективной ГВГ. Именно к таким ситуациям и относятся результаты, приведенные на рис. 1.

Дальнейшие исследования, основные результаты которых даны в табл. 1, показали, что процесс решения задачи оптимизации можно заметно упростить и в тех случаях, когда для ГВГ используется ЛИ со сравнительно невысокой импульсной мощностью.

Таблица 1

Некоторые результаты решения задачи оптимизации ГВГ при СФ лазерного излучения в кристалл длиной 1 см

P_0 , кВт	$\xi_{\text{opt}}(P_0)$	$\Delta_{k_0, \text{opt}}(P_0)$	$\eta_{\text{max}}(P_0)$, %	$W(P_0)$, ГВт/см ²	$O(P_0)$, %
0,25	1,42	-0,950	0,706	0,044	0,0000
2,50	1,42	-0,850	6,620	0,436	0,0002
7,50	1,42	-1,100	17,41	1,310	0,0015
25,0	1,42	-2,075	40,53	4,360	0,0820
37,5	1,37	-2,690	49,96	6,310	0,3000

Все результаты табл. 1 получены при выполнении условия (3). Рассмотрено пять ситуаций, каждой из которых соответствует своя строка. Каждая ситуация характеризуется своим значением мощности ЛИ, которое указывается в первом столбце. В результате решения задачи оптимизации для каждого случая с точностью приблизительно $\pm 2,5\%$ определялись оптимальные значения параметров фокусировки и приведенной волновой расстройки (столбцы 2 и 3). С этими оптимальными параметрами вычислялась максимально достижимая эффективность ГВГ (столбец 4) и плотность мощности в перетяжке (столбец 5). В последнем столбце приведены значения функции

$$O(P_0) = 100\% \cdot \frac{\eta(P_0, \xi_{\text{opt}}, \Delta_{k_0, \text{opt}}) - \eta(P_0, \Psi_0, D_0)}{\eta(P_0, \xi_{\text{opt}}, \Delta_{k_0, \text{opt}})}, \quad (8)$$

где $\Psi_0 = 0,42$ и $D_0 = -0,95$ (см. (11.1)). Легко увидеть, что (8) определяет относительную ошибку оценки максимального КПД. Эта ошибка возникает при

замене значений $\xi_{\text{opt}}(P_0)$ и $\Delta_{k_0, \text{opt}}(P_0)$ (приведенных в табл. 1 и полученных в результате строгого решения задачи оптимизации) приближенными значениями из (11.1).

Представленные в табл. 1 результаты позволяют дополнить выводы, сделанные в комментариях к рис. 1.

1. По мере уменьшения мощности ЛИ $\Psi_{\text{opt}}(P_0)$ монотонно возрастает, асимптотически стремясь (как, очевидно, и должно быть) к $\Psi_0 = 1,42$, которое было получено в [1] при решении задачи оптимизации в ПЗП.

2. Плотность мощности ЛИ в перетяжке при оптимальной фокусировке $W(P_0)$ растет по мере увеличения P_0 . До тех пор пока выполняется $\Psi_{\text{opt}}(P_0) \approx 1,42$, зависимость $W(P_0)$, очевидно, имеет приблизительно линейный характер. С дальнейшим увеличением P_0 рост $W(P_0)$ становится более медленным и перестает быть монотонным. Поведение функции $W(P_0)$ в данной работе детально не исследовалось.

Сравнивая результаты приближенного (11.1) и строгого (табл. 1) решений задачи оптимизации, приходим к заключению, что в случае СФ учет СНР в первую очередь отражается на результатах оценки оптимальных значений приведенной волновой расстройки. Хорошо видно, что $\Delta_{k_0, \text{opt}}(P_0) \approx D_0 = -0,95$ выполняется только при весьма низких уровнях эффективности ГВГ: $\eta_{\text{max}}(P_0) < \sim 1\%$, т.е. как раз в тех случаях, когда использование ПЗП оправдано. Можно показать (здесь эти результаты не приводятся как не имеющие прямого отношения к задачам исследований), что модуль $\Delta_{k_0, \text{opt}}(P_0)$ сначала, по мере роста P_0 , будет увеличиваться вплоть до значений $\sim 4,5$, а затем стремиться к нулю при $P_0 \rightarrow \infty$.

Для целей настоящей работы принципиальное значение имеет то обстоятельство, что равенство $\Psi_{\text{opt}}(P_0) \approx \Psi_0$ (которое выполняется тем точнее, чем меньше P_0) остается в силе при сравнительно больших уровнях мощности ЛИ: $W(P_0) = S(P_0, \Psi_{\text{opt}}) \approx S(P_0, \Psi_0) > 2 \text{ ГВт/см}^2$. Именно благодаря последнему утверждению и договоренности (7) вместо (4), (5) можно использовать условия

$$\xi_{\text{opt}}(P_0, S_m) = \Psi_0, \text{ если } \xi_m(P_0, S_m) > \Psi_0, \quad (9)$$

$$\xi_{\text{opt}}(P_0, S_m) = \xi_m(P_0, S_m), \text{ если } \xi_m(P_0, S_m) \leq \Psi_0. \quad (10)$$

Здесь необходимо отметить, что справедливость утверждений (9), (10) может нарушаться, если длина нелинейного кристалла будет превышать $\sim 1,25$ см. Чтобы не увеличивать и без того достаточно большой объем расчетов, везде ниже длина кристалла будет считаться равной 1 см.

Обратившись к [1], легко заметить, что утверждения (9), (10) точно совпадают с (15.1). Это означает, что зависимости $\xi_{\text{opt}}(P_0, S_m)$, полученные с использованием ПЗП (см. рис. 3.1), могут без каких-либо дополнительных замечаний применяться и в тех случаях, когда нелинейная задача решается с учетом СНР. Результаты исследований, проведенных

с упрощенной методикой (9), (10), представлены на рис. 2 в виде зависимостей функции $\eta(P_0, S_m, \xi_{\text{opt}}(P_0, S_m), \Delta_{k_0, \text{opt}}(P_0, S_m))$ от натурального логарифма отношения (P_0/P_{00}) , где P_0 выражается в Вт, а $P_{00} = 1$ Вт. Расчеты проводились для $S_m = 0,5; 1; 2$ ГВт/см² и двух случаев с условными названиями «приближенные» и «точные» решения. В первом случае значения $\Delta_{k_0, \text{opt}}(P_0, S_m)$ определялись с помощью методики, рассмотренной в [1] и построенной на использовании ПЗП. Во втором случае («точные» решения) значения $\Delta_{k_0, \text{opt}}(P_0, S_m)$ находились в результате решения задачи оптимизации с использованием строгих численных методов.

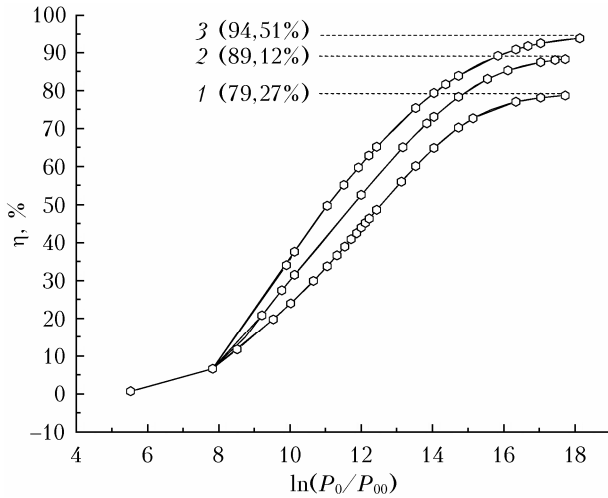


Рис. 2. Зависимости эффективности ГВГ (СФ) от мощности основного излучения: $S_m = 0,5$ (1); 1 (2); 2 ГВт/см² (3); $L = 1$ см; сплошные кривые — «приближенные» решения; кривые с символами — «точные» решения, на рисунке они практически совпали

Результаты на рис. 2 демонстрируют, что различия между «приближенными» и «точными» решениями (которые оказываются меньше $\sim 0,1\%$) во всех рассмотренных случаях можно считать несущественными. Следовательно, результаты, приведенные на рис. 3.1, можно с хорошей точностью считать искомым решением задачи оптимизации процесса ГВГ при ограниченной плотности мощности основного излучения. Если к этому добавить результаты, показанные на рис. 2, то можно констатировать, что цель запланированных исследований (см. введение из [1])

в той части, которая относится к СФ, выполнена. Сказанное справедливо при выполнении (7) и предположении о том, что длина кристалла $L \leq 1,25$ см.

Из результатов на рис. 2 видно, что для всех рассмотренных значений S_m эффективность ГВГ при неограниченном увеличении P_0 асимптотически стремится к некоторому предельному значению $\eta_m(S_m)$, которое оказывается тем больше, чем больше S_m . Исследования показали, что значения функции $\eta_m(S_m)$ (пунктирные горизонтальные линии на рис. 2) находятся в результате решения модельной задачи. В [1.1] эта модельная задача называется так: «ГВГ пространственно модулированного светового пучка в геометрооптическом приближении». Понятно, что применительно к обсуждаемой задаче необходимо считать, что «световой пучок» «модулируется» гауссовой функцией. Совпадение точного решения с решением модельной задачи при $P_0 \rightarrow \infty$ имеет простое объяснение. По мере увеличения P_0 величина $\xi_{\text{opt}}(P_0, S_m) = \xi_m(P_0, S_m)$ быстро уменьшается (см. рис. 3.1). В силу этого поперечные размеры перетяжки увеличиваются и, следовательно, учет влияния дифракции и двулучепреломления на эффективность ГВГ становится все менее обязательным. Это и означает, что «реальная» и модельная задачи при $P_0 \rightarrow \infty$ будут различаться все меньше и меньше.

2. Фокусировка лазерного пучка в кристалл двумя скрещенными цилиндрическими линзами

В табл. 2, как и в табл. 1, для нескольких значений мощности ЛИ (первый столбец) приведены результаты решения задачи оптимизации процесса ГВГ. Расчеты проводились при условии (3). Значения параметров (1) приведены, соответственно, в столбцах 2—4, где сверху в скобках указывается точность расчетов. Для случая ЦФ относительная ошибка $O(P_0)$ определялась как

$$O(P_0) = 100\% \cdot (\eta(P_0, \xi_{x, \text{opt}}, \xi_{y, \text{opt}}, \Delta_{k_0, \text{opt}}) - \eta(P_0, \Psi_{x_0}, \Psi_{y_0}, D_0)) (\eta(P_0, \xi_{x, \text{opt}}, \xi_{y, \text{opt}}, \Delta_{k_0, \text{opt}}))^{-1}, \quad (11)$$

где (см. (12.1)) $\Psi_{x_0} = 0,222$; $\Psi_{y_0} = 3,387$; $D_0 = -0,95$.

Таблица 2

Некоторые результаты решения задачи оптимизации процесса ГВГ при ЦФ лазерного излучения в кристалл длиной 1 см

P_0 , кВт	$\xi_{x, \text{opt}}(P_0)$ ($\pm 5\%$)	$\xi_{y, \text{opt}}(P_0)$ ($\pm 2,5\%$)	$\Delta_{k_0, \text{opt}}(P_0)$ ($\pm 2\%$)	$\eta_{\text{max}}(P_0)$, %	$W(P_0)$, ГВт/см ²	$O(P_0)$, %
0,25	0,2220	3,387	-0,950	0,91	0,027	0,00
2,5	0,2220	3,387	-0,95	8,40	0,270	0,00
12,5	0,1880	3,387	-0,970	31,58	1,230	0,03
25,0	0,1540	3,387	-0,940	48,17	2,220	0,05
37,5	0,1200	3,387	-0,930	58,37	2,940	0,15
50,0	0,0910	3,387	-0,910	65,27	3,410	0,30
100,0	0,0425	3,300	-0,715	79,25	4,600	1,68
200,0	0,0135	3,000	-0,495	88,25	4,950	7,39

Результаты в табл. 2 наглядно показывают, что, как и в случае СФ, функция $W(P_0) = S(P_0, \xi_{x,\text{opt}}, \xi_{y,\text{opt}})$ растет по мере увеличения P_0 сначала линейно, а затем по более медленному закону. При этом легко заметить, что до тех пор, пока $W(P_0)$ остается меньше $\sim 2 \text{ ГВт/см}^2$ ($\eta_{\text{max}}(P_0) < \sim 50\%$), в качестве решения задачи оптимизации вполне можно использовать приближенные результаты (12.1). Сказанное удобно представить в виде следующего утверждения. Если выполняется неравенство

$$S(P_0, \Psi_{x_0}, \Psi_{y_0}) \leq 2 \text{ ГВт/см}^2, \quad (12)$$

то для параметров (1) имеют место следующие приближенные представления:

$$\begin{aligned} \xi_{x,\text{opt}}(P_0) &\approx \Psi_{x_0} = 0,222, \quad \xi_{y,\text{opt}}(P_0) \approx \Psi_{y_0} = 3,387, \\ \Delta_{k_0,\text{opt}}(P_0) &\approx D_0 = -0,95. \end{aligned} \quad (13)$$

При записи (12) было учтено, что для любых P_0 (см. табл. 2) $S(P_0, \Psi_{x_0}, \Psi_{y_0}) \geq S(P_0, \xi_{x,\text{opt}}, \xi_{y,\text{opt}})$. Необходимо отметить, что приближение (12), (13) было получено чисто эмпирическим путем, причем для кристалла с $L = 1 \text{ см}$. Можно предположить (детальных исследований этого вопроса не проводилось), что при заметном увеличении длины кристалла качество этого приближения будет ухудшаться.

Использование (13) будет приводить к заметной ошибке в определении оптимального значения ξ_x . Эту ошибку можно считать несущественной в тех случаях, когда основная цель решения задачи оптимизации состоит в определении максимально возможной (для заданной мощности ЛИ) эффективности ГВГ (столбец 5, табл. 2). Это подтверждают величины ошибок (11) (столбец 7, табл. 2): чем меньше (11), тем ближе к «точному» будет решение, полученное с использованием (13).

Возвращаемся теперь к основной задаче проводимых исследований — оптимизация процесса ГВГ с ДУ (2), в котором S_m удовлетворяет (7). Применительно к случаю ЦФ учет (2) означает, что один параметр фокусировки, в наших исследованиях — ξ_y , может принимать любые значения: $0 < \xi_y \leq \infty$, а значения второго параметра должны варьироваться в диапазоне, ограниченном сверху: $0 < \xi_x \leq \xi_{xm}(\xi_y, P_0, S_m)$. Значение ξ_{xm} находится из решения уравнения $S(P_0, \xi_{xm}, \xi_y) = S_m$. Легко показать, используя (9.1), что для гауссовых пучков

$$\xi_{xm}(\xi_y, P_0, S_m) = \left(\pi L S_m / (2 T_1^2 n^2 P_0 k) \right)^2 / \xi_y, \quad (14)$$

где все использованные обозначения определены в [1].

Из сказанного выше следует, что для тех случаев, когда мощность ЛИ мала (неравенство (12) выполняется), решение сформулированной задачи оптимизации в той ее части, которая касается определения параметров (1), можно уже считать известным и имеющим вид (13). В ситуациях, когда (12) не выполняется (мощность P_0 достаточно велика), возможны два варианта. В обоих случаях значения P_0

и S_m считаются априорно заданными. Первый вариант решения задачи оптимизации сводится к определению максимума функции $\eta(P_0, S_m, \xi_x, \xi_y, \Delta_{k_0})$, которая для определенности будет называться исходной. Эта исходная функция зависит от трех переменных — $\xi_x, \xi_y, \Delta_{k_0}$, которые в процессе отыскания максимума должны варьироваться в пределах $0 < \xi_y \leq \infty$, $0 < \xi_x \leq \xi_{xm}(\xi_y, P_0, S_m)$ и $-\infty < \Delta_{k_0} \leq \infty$. Именно с помощью такой (стандартной) методики и были получены все результаты, приведенные в табл. 2.

Суть второго варианта, который и будет использован ниже, состоит в отыскании максимума другой, характеристической (27.1), функции $\eta_y(P_0, S, \xi_y, \Delta_{k_0})$ трех переменных (S, ξ_y, Δ_{k_0}) , которая следующим образом связана с исходной функцией:

$$\eta_y(P_0, S, \xi_y, \Delta_{k_0}) = \eta(P_0, S, \xi_{xm}(\xi_y, P_0, S), \xi_y, \Delta_{k_0}), \quad (15)$$

где плотность мощности S (9.1) рассматривается в качестве новой независимой переменной, которая может принимать любые значения из диапазона $0 < S \leq S_m$.

Физический смысл характеристической функции (15) совершенно понятен. Эта функция, как и исходная, определяет эффективность ГВГ при фокусировке ЛИ (с импульсной мощностью P_0) двумя скрещенными цилиндрическими линзами. Разница состоит в том, что (15) описывает такой способ ЦФ, при котором независимо может изменяться только один параметр фокусировки — ξ_y . Величина второго параметра фокусировки (ξ_x) выбирается с помощью (14). В результате плотность мощности ЛИ в перетяжке остается равной S при любых значениях ξ_y . Получается, что функция (15) позволяет в идеале (в результате перебора всех возможных значений $0 < \xi_y \leq \infty$) сравнить все возможные комбинации из двух цилиндрических линз, использование которых будет обеспечивать в плоскости перетяжки одинаковую плотность мощности, равную априорно заданной величине $S \leq S_m$.

С учетом вышесказанного методика решения задачи оптимизации процесса ГВГ лазерного излучения с импульсной мощностью P_0 , построенная на использовании метода характеристической функции (МХФ), должна выглядеть следующим образом. Сначала конкретизируются возможные значения S . Для этого предполагается, что $S = S_j$, где $j = 1, 2, \dots, N$; $0 < S_j \leq S_m$. Затем для каждого S_j перебором ξ_y ($0 < \xi_y \leq \infty$) и Δ_{k_0} ($-\infty < \Delta_{k_0} \leq \infty$) находят значения $\xi_y = \xi_{\text{max}}(P_0, S_j)$ и $\Delta_{k_0} = \Delta_{\text{max}}(P_0, S_j)$, при которых функция (15) имеет максимум $\eta_y(P_0, S_j, \xi_{\text{max}}(P_0, S_j), \Delta_{\text{max}}(P_0, S_j)) \equiv \eta_{\text{max}}(P_0, S_j)$. После перебора всех возможных значений $S = S_j$ оказывается определенным множество значений эффективности ГВГ $\eta_{\text{max}}(P_0, S_j)$, состоящее из N элементов, которое следует рассматривать в качестве численного представления функции $\eta_{\text{max}}(P_0, S)$.

Теперь для завершения процесса решения задачи оптимизации с помощью МХФ, т.е. для определения параметров из табл. 2, остается только найти максимальное значение функции $\eta_{\text{max}}(P_0, S)$.

Допустим, что этот максимум наблюдается при $S = S_k$. Тогда, очевидно, искомое решение будет иметь следующий вид (см. табл. 2): $W(P_0) = S_k$, $\eta_{\max}(P_0) = \eta_{\max}(P_0, S_k)$, $\xi_{y, \text{opt}}(P_0) = \xi_{\max}(P_0, S_k)$, $\xi_{x, \text{opt}}(P_0) = \xi_{xm}(\xi_{\max}(P_0, S_k), P_0, S_k)$, $\Delta_{k_0, \text{opt}}(P_0) = \Delta_{\max}(P_0, S_k)$.

Из вышесказанного следует, что МХФ в общем случае (S_m может быть любой) не имеет никаких преимуществ по сравнению со стандартной методикой решения задачи оптимизации. И в том, и в другом случае значения параметров (1) находятся в результате перебора возможных значений трех переменных. Единственным исключением является ситуация (см. (28.1)), когда максимальная эффективность ГВГ реализуется при таких оптимальных значениях параметров фокусировки, при которых плотность мощности ЛИ в перетяжке оказывается равной S_m . Из общих соображений понятно, что сформулированное условие может иметь место только в тех случаях, когда выбранное значение S_m является сравнительно небольшим. Легко увидеть, что в тех случаях, когда (28.1) выполняется, функция $\eta_{\max}(P_0, S)$ будет иметь максимальное значение при $S = S_m$. Из этого следует, что теперь для определения параметров (1) достаточно найти максимум функции $\eta_y(P_0, S = S_m, \xi_y, \Delta_{k_0})$, зависящей уже только от двух переменных — ξ_y и Δ_{k_0} . В результате решение задачи оптимизации существенно упрощается.

Исследования [1] показали, что в тех случаях, когда решение задачи оптимизации проводится в ПЗП, условие (28.1) выполняется при использовании обоих способов фокусировки — СФ или ЦФ. В разд. 1 настоящей работы было показано (см. (10)), что при СФ условие (28.1) остается справедливым и в том случае, когда процесс ГВГ рассматривается в СНР. Возможность использования (28.1) при ЦФ подтверждают результаты, приведенные на рис. 3. Во всех рассмотренных случаях максимальное значение S_m ограничивалось условием (7).

На рис. 3 показаны зависимости функции $\eta_{\max}(P_0, S)$ от S для шести значений P_0 (кривые 1–6). Результаты, представленные кривыми 2–6, как раз и показывают, что в тех случаях, когда P_0 достаточно велика (S_m), эффективность ГВГ монотонно

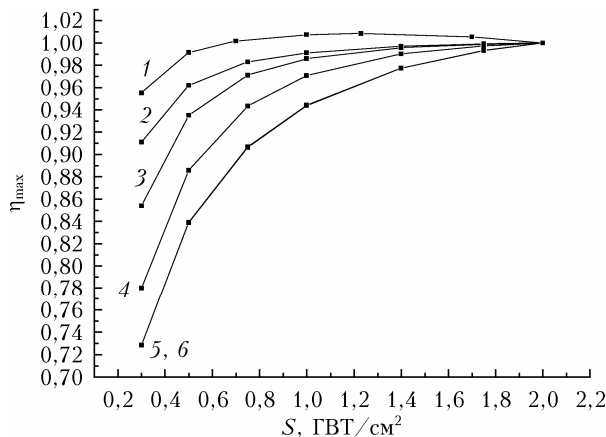


Рис. 3. Функция $\eta_{\max}(S)$ для нескольких значений мощности ЛИ: $P_0 = 12,5$ (кривая 1); 25 (2); 50 (3); 125 (4); 2000 (5) и 8000 кВт (6)

возрастает по мере увеличения S вплоть до S_m . Это означает, что при достаточно больших значениях P_0 и выполнении (7) равенство (28.1) будет действительно иметь место. В том случае, когда мощность ЛИ равна 12,5 кВт (кривая 1), функция $\eta_{\max}(S)$ имеет экстремум (максимум) в точке $S = S_{\text{opt}} = 1,23$ ГВт/см². Из этого, очевидно, следует, что при такой мощности ЛИ условие (28.1) для всех $S_m > S_{\text{opt}}$ выполняться не будет. Однако, как было сказано выше, использовать МХФ для решения задачи оптимизации ничто не запрещает и в этом случае. Просто при этом уменьшить объем необходимых вычислений уже не получится. В частности, обратившись к строке 4 из табл. 2, можно увидеть, что $S = S_{\text{opt}} = 1,23$ ГВт/см². Легко показать, что и для всех остальных параметров, приведенных в табл. 2 для $P_0 = 12,5$ кВт, использование МХФ даст точно такие же значения.

Основные результаты исследований, нацеленных на оптимизацию процесса ГВГ при ЦФ, представлены на рис. 4 и 5. При проведении расчетов в зависимости от мощности ЛИ использовалось либо приближение (12), (13), либо условие (28.1). Длина кристалла считалась равной 1 см.

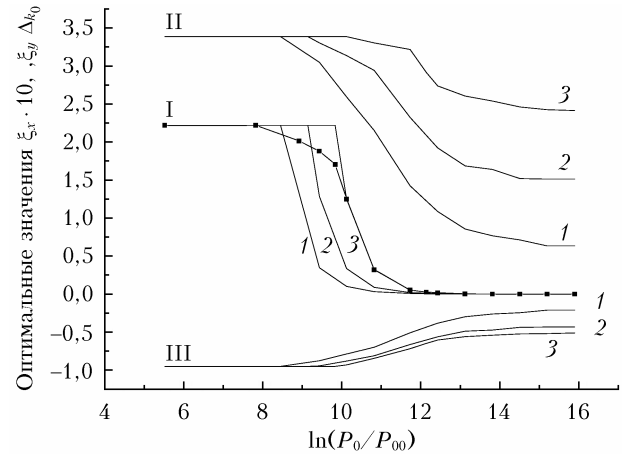


Рис. 4. Зависимости от мощности ЛИ параметров $10\xi_{x, \text{opt}}(P_0, S_m)$ (кривые I), $\xi_{y, \text{opt}}(P_0, S_m)$ (кривые II) и $\Delta_{k_0, \text{opt}}(P_0, S_m)$ (кривые III) при $S_m = 0,5$ (кривые 1); 1 (2); 2 ГВт/см² (3)

На рис. 4 показано, как в зависимости от мощности ЛИ (масштаб логарифмический, см. рис. 2) при ЦФ будут изменяться оптимальные значения параметров фокусировки и приведенной волновой расстройки. Для большей наглядности значения $\xi_{x, \text{opt}}(P_0, S_m)$ (кривые I) увеличены в 10 раз. Для случая $S_m = 2$ ГВт/см² на рис. 4 представлено два варианта зависимости $\xi_{x, \text{opt}}(P_0, S_m)$. В первом случае (кривая 3 без символов) использовалось приближение (13). В результате этого для всех $P_0 < \sim 18,75$ кВт оптимальные значения ξ_x были равны Ψ_{x0} . Это приближение, как уже отмечалось выше, достаточно грубое. Если для таких, сравнительно небольших значений P_0 , задачу оптимизации решать строго (используя либо стандартную методику, либо МХФ), то зависимость $\xi_{x, \text{opt}}(P_0)$ будет

иметь другой вид, показанный на рис. 4 кривой с символами. Как следует из табл. 2, уточнение значений $\xi_{x, \text{opt}}(P_0, S_m)$ практически не влияет на остальные результаты решения задачи оптимизации. По этой причине ниже, при расчетах эффективности ГВГ, использовалось именно приближение (12), (13).

Для случая ЦФ на рис. 5 показаны зависимости эффективности ГВГ от мощности ЛИ в логарифмическом масштабе.

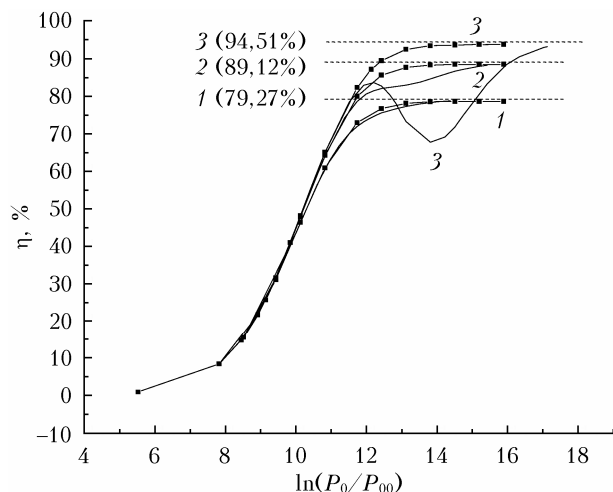


Рис. 5. Зависимости эффективности ГВГ (ЦФ) от мощности основного излучения: $S_m = 0,5$ (кривые 1); 1 (2); 2 ГВт/см² (3); $L = 1$ см; сплошные кривые — «приближенные» решения; кривые с символами — «точные» решения

Как и на рис. 2, результаты расчетов приведены для трех значений S_m и двух случаев с условными названиями «точные» (кривые с символами) и «приближенные» (кривые без символов) решения. При «точном» решении значения параметров (1) выбирались с помощью графиков, приведенных на рис. 4. «Приближенные» зависимости строились с использованием результатов, показанных на рис. 6.1, т.е. полученных в ПЗП.

Результаты, представленные на рис. 5, показывают, что при ЦФ, как и при СФ, максимально возможные значения эффективности ГВГ монотонно увеличиваются по мере увеличения мощности ЛИ и S_m . Последнее утверждение, разумеется, полностью соответствует результатам, приведенным на рис. 3. Необходимо отметить, что при фиксированном значении S_m и мощности ЛИ, стремящейся к бесконечности, эффективность ГВГ стремится к тем же самым предельным значениям, что и в случае СФ.

Заключение

В заключении представляется целесообразным сделать несколько замечаний общего характера.

1. Хорошо известно, что использование ПЗП позволяет оценивать эффективность ГВГ с приемлемой для практики точностью (ошибка $< 1\%$) только в одном случае. Эффективность ГВГ сама должна быть меньше или порядка 1%, т.е. (в рамках обсуждаемой задачи) мощность ЛИ должна быть очень

небольшой — случай, малоинтересный для практики. Проведенные исследования показали, что «границы применимости ПЗП» существенно расширяются (тем заметнее, чем меньше S_m в (2)), если это приближение используется только для оценки оптимальных значений параметров фокусировки. Справедливость сказанного подтверждают результаты, приведенные в последних столбцах табл. 1 и 2. Хорошо видно, что решения (11.1) и (12.1), которые были получены с использованием ПЗП, остаются вполне применимыми вплоть до значений эффективности ГВГ $\sim 50\%$.

Практическая значимость результатов, представленных в [1], еще более возрастает, если считать (как в настоящей работе), что S_m не должна превышать ~ 2 ГВт/см². Например, результаты, приведенные на рис. 2, показывают, что в случае СФ процесс определения оптимального значения параметра фокусировки вообще (для любых разумно больших значений мощности ЛИ) не требует использования строгих методов решения исходной системы нелинейных волновых уравнений. «Точные» и «приближенные» зависимости эффективности ГВГ от P_0 , показанные на рис. 2, практически не различаются. Ситуация несколько усложняется в тех случаях, когда для ГВГ используется ЦФ. Обратившись к рис. 5, нетрудно увидеть, что результаты «точных» и «приближенных» расчетов различаются довольно сильно, но только при таких больших значениях мощности ЛИ, при которых эффективность ГВГ оказывается больше $\sim 70\%$. Более того, сказанное имеет отношение только к крайней ситуации: в (2) $S_m = 2$ ГВт/см². По мере уменьшения S_m (кривые 1 и 2 на рис. 5) различия «точных» и «приближенных» зависимостей быстро нивелируются.

2. Легко заметить, что использование «цилиндрической» фокусировки — значительно более сложная задача по сравнению с простой «сферической» фокусировкой. Причем это справедливо и для практики, и для теории. В связи с этим возникает вполне резонный вопрос о целесообразности исследований возможностей фокусирующей системы, состоящей из двух скрещенных цилиндрических линз. Ответ на этот вопрос можно получить, введя функцию $\Delta_\eta = 100\% \cdot (\eta_{\text{ЦФ}} - \eta_{\text{СФ}}) / \eta_{\text{СФ}}$, где $\eta_{\text{СФ}}$ и $\eta_{\text{ЦФ}}$ обозначают, соответственно, максимально возможные эффективности ГВГ, реализуемые при «сферической» и «цилиндрической» фокусировке. Ранее было теоретически показано (все расчеты проводились в ПЗП для кристалла KDP) [3.1], что $\Delta_\eta \sim 25\%$ при углах синхронизма $\theta_c < 90^\circ$. Другими словами, при прочих равных условиях использование ЦФ увеличивает эффективности ГВГ в 1,25 раза, т.е. обеспечивает заметный, хотя и не очень впечатляющий, выигрыш. Кроме того, эта оценка, полученная с использованием ПЗП, будет справедливой только для случаев низкоэффективной ГВГ ($\eta < 1\%$). Результаты, представленные на рис. 2 и 5, позволили оценить значения функции Δ_η в очень широком диапазоне значений мощности ЛИ. Проведенные исследования показали, что выигрыш, который обеспечивает ЦФ, зависит и от мощности ЛИ, и от выбранной величины S_m в (2): $\Delta_\eta = \Delta_\eta(P_0, S_m)$.

В каждом случае (для каждого из трех рассмотренных значений S_m) функция $\Delta_\eta(P_0, S_m)$ имеет максимум, который попадает в диапазоне значений $\sim 35 < (P_0)_{\max} < \sim 85$ кВт (чем меньше S_m , тем меньше $(P_0)_{\max}$). Во всех трех случаях $\Delta_\eta \rightarrow \sim 28\%$ при $P_0 \rightarrow 0$ и $\Delta_\eta(P_0, S_m) \rightarrow 0$ при $P_0 \rightarrow \infty$. Максимальные значения $\Delta_\eta((P_0)_{\max}, S_m)$ возрастают от $\sim 40\%$ ($S_m = 2$ ГВт/см²) до $\sim 90\%$ ($S_m = 0,5$ ГВт/см²). Принципиально другая ситуация наблюдается в том случае, когда в (2) $S_m = \infty$. Предварительные оценки показали (детальных исследований не проводилось), что в этом случае при $P_0 \rightarrow \infty$ $\Delta_\eta(P_0)$ будет монотонно убывать от $\sim 28\%$ до нуля. Из сказанного следует уже вполне определенный вывод. Применение ЦФ, безусловно, целесообразно в тех случаях, когда для ГВГ используется ЛИ с не слишком большой мощностью ($P_0 < \sim 500$ кВт) и кристаллы с не очень высокой лучевой прочностью ($S_m < 2$ ГВт/см²).

3. Результаты, приведенные на рис. 2.1 и 4, показывают, что при больших мощностях ЛИ максимальная эффективность ГВГ достигается при очень слабой фокусировке: $\xi_{x, \text{opt}}(P_0, S_m)$ (в случае СФ) и $\xi_{x, \text{opt}}(P_0, S_m)$ (ЦФ) должны быть меньше, чем 10^{-3} . Легко увидеть, обратившись к (7.1), что фокусные расстояния линз при этом должны достигать значений в десятки и даже сотни метров. Если для теоретических исследований это обстоятельство не яв-

ляется чем-то экстраординарным, то практическая реализация ГВГ с такой оптимальной фокусировкой становится достаточно проблематичной. Чтобы обойти указанную проблему, связанную с неразумно большим увеличением «габаритов» экспериментальной установки, вместо длиннофокусных линз на практике часто используют [1.1] телескопические системы. В этой связи необходимо отметить, что такое изменение способа фокусировки ЛИ легко учитывается в рамках рассмотренной методики решения нелинейной задачи.

4. Привлечение дополнительного условия (2) к решению задачи оптимизации процессов ГВГ позволяет не только несколько приблизить «теорию к практике», исключив из расчетов ситуации, заведомо неподходящие для эксперимента, но и существенно уменьшает объем необходимых вычислений. Справедливость последнего утверждения, как показали проведенные исследования, может нарушаться, если не выполняется (7) и (или) длина нелинейного кристалла оказывается больше ~ 1 см.

1. Троицкий В.О. Оптимизация процесса генерации второй гармоники при ограниченной плотности мощности основного излучения. Часть 1 // Оптика атмосф. и океана. 2021. Т. 34, № 10. С. 825–833; Troitskii V.O. Second harmonic generation optimization under limited power density of fundamental radiation: Part 1 // Atmos. Ocean. Opt. 2022. V. 35, N 1. P. 81–88.

V.O. Troitskii. Second harmonic generation optimization under limited power density of fundamental radiation. Part 2.

The process of second harmonic generation (SHG) of laser radiation in a BBO crystal is theoretically studied with the aim of determining optimal values of focusing and wave detuning parameters providing maximal SHG efficiency. This optimization problem is solved under an additional condition, that is, the maximal radiation power density should not exceed an a priori specified value. No restrictions are posed on the radiation power. The study consists of two parts. This is the second part of the work, where the influence of the additional condition on the process and results of solution of the optimization problem is studied using rigorous methods for solution of a system of nonlinear wave equations. The main results of the studies are the dependences of the maximum attainable SHG efficiency on the laser radiation power. It is shown that the optimal values of focusing and wave detuning parameters can be found with the use of the preset field approximation, which significantly reduces the amount of calculations, in many practical cases.