«Оптика атмосферы», **2**, № 4 (1989) УДК 531.719.24.08

В.П. Нелюбина, Н.Ф. Нелюбин

ПРОСТОЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОПРАВКИ В ДАЛЬНОСТЬ НА НАКЛОННЫХ ТРАССАХ

На основе модели однородной атмосферы разработан оперативный и простой метод определения поправки в дальность. Выполнена оценка точности и исследованы границы применимости полученных формул для расчета поправки в дальность.

Как известно, для точного определения атмосферной поправки ΔS в измеренную дальность необходимо вдоль трассы измерения знать профиль показателя преломления, а вычисление ΔS выполнять методами численного интегрирования, что осложняет использование точных методов. В связи с этим целью данной работы являлась разработка простого, но достаточно точного метода определения ΔS, использующего минимум измеряемой метеорологической информации. Частично этим условиям удовлетворяют методы с использованием теоретических моделей атмосферы. Среди них практический интерес представляет модель однородной атмосферы, позволяющая получить точное аналитическое решение интегралов, содержащихся в строгих формулах.

Для однородной атмосферы ΔS вычисляется по формуле [1]:

$$\Delta S_e = n_0^g [\sqrt{(R_0 + H_e)^2 - A_1^2} - R_0 \cos\zeta] + \sqrt{(R_0 + H)^2 - A^2} - \\ - \sqrt{(R_0 + H_e)^2 - A^2} - \sqrt{(R_0 + H)^2 + R_0^2 - 2R_0 (R_0 + H) \cos\theta}, \quad (1)$$

где

$$\theta = \zeta - \arcsin \frac{A_1}{R_0 + H_e} + \arcsin \frac{A}{R_0 + H_e} - \arcsin \frac{A}{R_0 + H}, \quad (2)$$

где H_e — высота однородной атмосферы; $A = R_0 n_0 \sin\zeta$, $A_1 = R_0 \mathrm{sm}\zeta$; H и ζ — высота и зенитный угол наблюдаемого объекта; n_0 и n_0^g — фазовый и групповой показатель преломления воздуха в точке наблюдения; R_0 — радиус кривизны нормального сечения земного эллипсоида [2]:

$$R_0 = \frac{a\sqrt{1 - e^2}}{1 - e^2 \sin^2\varphi} \left(1 - \frac{e^2}{2} \cos^2\varphi \cos 2A_0\right). \quad (3)$$

В формуле (3) $a = 6378{,}245$ км — большая полуось земного эллипсоида; $e^2 = 0{,}006693422$; φ — широта точки наблюдения; A_0 — геодезический азимут наблюдаемого направления.

Если в строгих формулах для расчета ΔS пренебречь рефракционным удлинением траектории луча, то для однородной атмосферы можно .получить следующую простую формулу [1, 3]:

$$\Delta S_e^* = (n_0^g - 1) [\sqrt{(R_0 + H_e)^2 - A_1^2} - R_0 \cos\zeta]. \quad (4)$$

Основным параметром однородной атмосферы является ее высота H_e

$$H_e = \left[H_e^0 + \frac{\kappa_2}{2\kappa_1} (H_e^0)^2\right] / \kappa_1, \quad (5)$$

где

$$H_e^0 = \frac{R_c T_0^v}{g_0} \left[1 - \frac{P(H)}{P_0}\right]. \quad (6)$$

В формулах (5), (6) P_0 и $P(H)$ — давление в точке наблюдения и высоте H; $R_c = 287{,}05$ м^2/(град $\cdot$ с^2) — удельная газовая постоянная сухого воздуха; $\kappa_1 = 1 - 0{,}0026\cos 2\varphi$; $\kappa_2 = 3{,}14 \cdot 10^{-7}$ м$^{-1}$; g_0 — ускорение свободного падения в точке наблюдения, находящейся на высоте H_0 [5]:

$$g_0 = g_c \kappa_1 (1 - \kappa_2 H_0); \tag{7}$$

g_c = 9,80665 м/с^2 — ускорение свободного падения на уровне моря и широте $\varphi = 45°$; T_0^v — виртуальная температура в точке наблюдения, связанная с измеренной температурой T_0 соотношением [5]

$$T_0^v = T_0 (1 + 0{,}378\, e_0/P_0), \tag{8}$$

где e_0 — парциальное давление водяного пара.

Сравнение значений ΔS_e с точными значениями ΔS, вычисленными по строгим формулам с использованием реальных профилей показателя преломления, показывает, что формула (1) имеет ошибку δS. Систематическую ошибку имеет и формула (4). Величину и характер изменения этой ошибки иллюстрирует табл. 1, в которой приведены значения δS (мм) для двух экстремальных состояний атмосферы, соответствующих приземной температуре −60°С (числитель) и +60°С (знаменатель). Расчеты показали, что величина δS зависит также и от длины волны.

Таблица 1

Значения $\delta S = \Delta S - \Delta S_e$ (мм) для приземной температуры −60°С (числитель) и +60°С (знаменатель) λ = 0,6943 мкм

Высота, км	Зенитный угол, град						
	45	70	80	85	88	89	90
1	—0,2 / 0	—0,3 / 0	0,2 / 0,1	5,5 / 0,7	18,5 / 6,4	* / — 117	* / *
5	—3,0 / —0,3	— 6,9 / — 1,2	—17,9 / — 5,2	—64,2 / —29,0	—282 / —170	380 / — 201	29013 / 1466
10	—4,5 / —0,3	—14,2 / — 3,8	—61,8 / —28,5	—327 / —176	—1628 / —880	—1149 / —1267	31773 / 368
25	—6,4 / —1,0	—30,0 / —16,6	—168 / —126	—915 / —693	—4024 / —2705	—4283 / —3704	32322 / —2107
100	—6,9 / —1,3	—35,5 / —21,7	—200 / —156	—1075 / —833	—4658 / —3139	—5128 / —4249	35376 / —2461

Примечание. Знак * соответствует области неприменимости формулы (1).

Проведенные нами исследования зависимости δS от H, ζ и метеорологических условий позволили представить ее величину в виде эмпирической функции, являющейся поправкой к ΔS_e

$$\delta S = \delta S_{100} \{1 - \exp[-0{,}0027 (H - H_0)^2]\}. \tag{9}$$

В формуле (9) δS_{100} — значение δS на высоте H = 100 км, вычисляемое по формуле

$$\delta S_{100} = -\exp\left\{(\alpha_1 + \beta_1 T_0^{\upsilon} + \gamma_1 P_0) + (\alpha_2 + \beta_2 T_0^{\upsilon} + \gamma_2 P_0)\mathrm{tg}[\xi\text{-}(\alpha_3 + \beta_3 T_0^{\upsilon} + \gamma_3 P_0)]\right\}. \tag{10}$$

Коэффициенты α, β и γ, находившиеся из решения системы нелинейных уравнений (10), равны

$$\begin{array}{lll} \alpha_1 = 0{,}65329 & \beta_1 = -0{,}009955 & \gamma_1 = 0{,}001514 \\ \alpha_2 = 0{,}67008 & \beta_2 = 0{,}007787 & \gamma_2 = -0{,}000195 \\ \alpha_3 = 5{,}34512 & \beta_3 = 0{,}035466 & \gamma_3 = -0{,}000745 \end{array}$$

При использовании формул (9) и (10) следует иметь в виду, что числовые значения коэффициентов α_3, β_3 и γ_3 соответствуют градусной мере ζ, H и H_0 выражены в километрах, при этом поправка δS будет в миллиметрах. Также следует иметь в виду, что коэффициенты α, β и γ получены для λ = 0,6943 км. При вычислении ΔS для других длин волн необходимо δS умножить на коэффициент κ_λ, равный

$$\kappa_\lambda = N_0^g(\lambda)/N_0^g(0{,}6943), \tag{11}$$

где $N_0^g = (n_0^g - 1)10^6$ — индекс группового показателя преломления для требуемой длины волны и $\lambda = 0{,}6943$ мкм. Его величина рассчитывается по формулам Овенса [6].

При малых высотах ($H < 5$ км) величина δS невелика и имеет случайный характер, поэтому при вычислении ΔS ею можно пренебречь. Окончательно вычисление ΔS предлагаемым методом производится по формуле

$$\Delta S = \begin{cases} \Delta S_e, & H < 5 \text{ км}, \\ \Delta S_e + \kappa_\lambda \delta S, & H \geqslant 5 \text{ км}, \end{cases} \tag{12}$$

ΔS_e при этом рассчитывается по формуле (1). Формула (12) справедлива во всем диапазоне высот и зенитных углов за исключением случая, когда в формуле (2) выполняется условие $R_0 n_0 \sin\zeta/(R_0 + H_e) > 1$. Это условие соответствует высотам $H < R_0(n_0 \sin\zeta - 1)$, то есть случаю горизонтальных и слабонаклонных трасс.

Описанный выше метод исключения систематической погрешности δS формулы (1) был использован также для коррекции формулы (4). Характер изменения и величина систематической погрешности δS^* формулы (4) несколько отличаются от величины δS. Тем не менее в диапазоне зенитных углов $\zeta \leq 87°$ и $H \geq 8$ км δS^* хорошо описывается формулами, аналогичными формулам (9) и (10):

$$\delta S^* = \delta S^*_{100}\{1 - \exp[-0{,}0027(H - H_0)^2]\}. \tag{13}$$

δS^*_{100} вычисляется по формуле (10) при следующих значениях коэффициентов α, β и γ ($\lambda = 0{,}6943$ мкм):

$\alpha_1 = 0{,}97747$	$\beta_1 = -0{,}011137$	$\gamma_1 = 0{,}001316$
$\alpha_2 = 0{,}38951$	$\beta_2 = 0{,}008695$	$\gamma_2 = -0{,}000210$
$\alpha_3 = 4{,}87994$	$\beta_3 = 0{,}035608$	$\gamma_3 = -0{,}000048$

Для $\lambda \neq 0{,}6943$ мкм значение δS^* необходимо также умножить на коэффициент κ_λ, определяемый по формуле (11). При Н ≤ 8 км $\delta S^* \approx 0$ и окончательно формула для расчета ΔS (уже с учетом рефракционного удлинения траектории луча) будет иметь вид:

$$\Delta S = \begin{cases} \Delta S_e^*, & \text{если } H < 8 \text{ км}, \\ \Delta S_e^* + \kappa_\lambda \delta S, & \text{если } H \geqslant 8 \text{ км}, \end{cases} \tag{14}$$

где ΔS_e^* вычисляется по формуле (4). При $\zeta > 87°$ формулу (14) из-за большой ошибки использовать не рекомендуется.

При вычислении ΔS по формулам (12) или (14) для высот $H \lesssim 60$ км возникает необходимость определения давления воздуха $P(H)$ — формула (6). Погрешность определения $P(H)$ легко оценить, исходя из формул (1) или (4) и допустимой погрешности расчета $\sigma_{\Delta S}$.

Дифференцируя, например, формулу (4) по P, для величины ошибки $\sigma_{\Delta S}$ из-за погрешности определения давления σ_P получим следующую формулу:

$$\sigma_{\Delta S} = \frac{n_0^g - 1}{\sqrt{1 - [A_1/(R_0 + H_e)]^2}} \, \frac{R_c T_0^v}{g_0} \, \frac{\sigma_P}{P_0}. \tag{15}$$

При выводе (13) было положено $H_e = H_e^0$. На величину $\sigma_{\Delta S}$ это допущение почти не влияет. Практически те же значения $\sigma_{\Delta S}$ дает и формула (4).

Используя (15), легко найти погрешность определения давления на высоте H, если задана $\sigma_{\Delta S}$. Полагая, например, $\sigma_{\Delta S} = 1$ см при $\zeta = 85°$, получим $\sigma_P \simeq 0{,}7$ мб. Для обеспечения той же точности при $\zeta = 88°$ давление должно быть известно уже с ошибкой, не более 0,2 мб.

Обеспечить такую точность определения $P(H)$ во всей атмосфере, даже прямыми измерениями, затруднительно. Поэтому наиболее простой путь определения $P(H)$ заключается в использовании средних многолетних профилей давления для конкретного района и сезона. Дисперсия давления для средних профилей довольно велика: значение σ_P составляет в среднем 3—5 мб для тропосферы, около 1 мб в тропопаузе. Следовательно, наибольшую погрешность предлагаемый метод определения ΔS будет иметь для $H \lesssim 10$ км. Величина дополнительной ошибки формул (12) и (14) $\sigma_{\Delta S}$, получаемой при использовании средних сезонных профилей давления (на примере аэрологической станции г. Балхаш), приведена в табл. 2.

Таблица 2

Величина дополнительной погрешности (мм) определения ΔS при использовании средних сезонных профилей давления

H, км	Зенитный угол, град										
	30	60	70	75	80	82	85	86	87	88	89
1—5	11	19	27	38	53	66	102	122	152	194	192
5—10	10	18	26	36	52	64	98	116	141	173	192
15	4,3	7,5	11	14	21	26	39	46	55	66	74
20	2,7	4,7	6,8	9,0	13	16	24	29	34	41	46
25	1,9	3,3	4,8	6,3	9,2	11	17	20	24	29	32
30	1,1	1,9	2,7	3,6	5,3	6,5	10	12	14	16	18
50	0,5	0,9	1,4	1,8	2,6	3,2	4,0	5,8	7,2	8,0	8,8
60	0	0	0	0	0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4

Как видим, максимальные значения величина $\sigma_{\Delta S}$ имеет в тропосфере, резко уменьшаясь при $H > 15$ км. При $H \gtrsim 60$ км влияние давления уже пренебрежимо мало.

В целом оценка погрешности определения ΔS по формулам (12) и (14) производилась путем их сравнения с точными значениями ΔS. Для сравнения было использовано 43 профиля метеоэлементов в диапазоне приземных температур от -60 до $+60$°C, приземных давлений от 500 до 1100 мб и значений e_0 от 0 до 50 мб в диапазоне длин волн 0,4...10 мкм. Полученная таким образом величина средней квадратической ошибки определения ΔS приведена в табл. 3.

В табл. 3 не учтена дополнительная погрешность, обусловленная ошибками метода определения давления $P(H)$. Ее величина, естественно, будет разной в зависимости от способа определения $P(H)$ и легко может быть рассчитана по формуле (13). Общее представление о величине и характере изменения этой погрешности дает табл. 2.

Сравнение точностных характеристик формул (12) и (14) показывает, что в диапазоне зенитных углов $\zeta \leq 86°$ для вычисления ΔS при одной и той же точности целесообразно использовать более удобную формулу (12), лишь $\zeta > 86°$ — формулу (14). При $\zeta \geq 89°$ обе формулы дают значительную ошибку (до 10 м) и применять их для расчета ΔS нельзя. В диапазоне зенитных углов $\zeta \leq 87°$ точность формул (12) и (14) не уступает точности более сложных методов [1], но по сравнению с ними значительно проще и удобнее для практического применения. Измеряемыми параметрами атмосферы являются значения метеоэлементов только в точке наблюдения. Точность формул может быть увеличена, если в районе наблюдений есть возможность измерения профиля $P(H)$ или профиля температуры.

Таблица 3

Средняя квадратическая ошибка (в мм) определения ΔS по формулам (12) и (14)

Диапазон высот, км	Зенитный угол, град								
	60	70	75	80	82	85	86	87	88
				Формула (12)					
$H<5$	0,6	0,9	1,5	2,6	4,9	16	20	50	153
$5\leqslant H<100$	0,6	0,9	1,6	4,1	8,9	33	70	136	471
$H\geqslant 100$	0,3	0,6	1,0	3,0	5,6	18	30	50	392
				Формула (14)					
$H<8$	0,5	0,7	1,1	1,9	5,8	26	38	107	$\sim 8\cdot 10^2$
$8\leqslant H<100$	0,5	0,6	1,6	3,0	10,9	59	70	138	$\sim 10\cdot 10^2$
$H\geqslant 100$	0,3	0,4	1,3	2,8	4,8	17	28	58	$\sim 9\cdot 10^2$

1. Нелюбин Н.Ф. Учет влияния атмосферы при измерениях зенитных расстояний и наклонных дальностей. Автореф. дис. канд. техн. наук. Львов, 1984. 21 с.
2. Закатов П.С. Курс высшей геодезии. М.: Недра, 1976. 511 с.
3. Мотрунич И.И., Швалагин И.В. //Астрометрия и астрофизика. 1979. Вып. 37. С. 61–69.
4. Нелюбина В.П., Нелюбин Н.Ф. //Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 9. С. 90–93.
5. Матвеев Л.Т. Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1976. 639 с.
6. Owens J.C. //Appl. Optics. 1967. V. 6. № 1. P. 51.

Институт оптики атмосферы
СО АН СССР, Томск

Поступила в редакцию
19 декабря 1988 г.

V.P. Nelyubina, N.F. Nelyubin. **A Simple Method of Calculating the Range Correction for Slant Paths.**

Based on the model of homogeneous atmosphere a simple method is proposed for determining the range correction. The accuracy and applicability limits of the formulas for calculating the range correction are studied in the paper.