<Оптика атмосферы и океана>, **8,** N 4 (1995)

УДК 621.395:551.501.721

С.И. Бабкин, Г.В. Груша

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЛАЖНОСТИ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ ПО РАЗНОСТИ ФАЗ ПРИ РАДИОАКУСТИЧЕСКОМ ЗОНДИРОВАНИИ

Для определения влажности воздуха двухчастотным фазовым методом при радиоакустическом зондировании получены формула восстановления влажности и численная оценка влияния атмосферной турбулентности, применимые при любых соотношениях между релаксационной и зондирующими частотами. Относительное отклонение усредненной по турбулентным флуктуациям влажности от ее значений в нетурбулентной атмосфере определено в предположении малости турбулентных флуктуаций скорости звука и разности акустических фаз двух частот, гауссовой плотности распределения этих величин.

Дисперсия распределения флуктуаций разности фаз вычислена для ограниченного гауссова пучка в турбулентной среде со спектром Кармана. Для достаточно больших значений структурных характеристик температуры и скорости ветра (в конвективных условиях при умеренном ветре) относительное отклонение усредненной влажности на высотах 50–200 м в этом случае не превышает $2\cdot10^{-3}$ %, а среднеквадратическая турбулентная погрешность измерения влажности фазовым методом – не превышает 0,6%.

В основу метода определения влажности воздуха двухчастотным зондированием [1] положено измерение разности фаз акустических волн двух различных частот $\Delta\varphi_a$, возникающей вследствие дисперсии скорости звука во влажном воздухе [2]. При измерении этой разности предлагается использовать целочисленный преобразователь одной из частот, что позволяет выделить зависимость разности фаз акустических волн от разности скоростей их распространения:

$$\Delta\varphi_a = 2\pi f Z\,(\Delta C / C^2), \tag{1}$$

где $f = f_2$ – частота, на которой измеряется разность фаз; Z – расстояние от плоскости излучения; $\Delta C = C_2 - C_1$ – разность скоростей звука; C – средняя для двух акустических волн скорость звука. Соотношение (1) применимо, если температура и влажность воздуха медленно меняются с ростом высоты, а показатель преломления акустических волн $n\approx1$ вдоль пути их распространения. В [1] приведена формула восстановления влажности по результатам измерения разности фаз, полученная при условии $f_р \gg f_1$, $f_р \gg f_2$ ($f_р$ –релаксационная частота влажного воздуха), малом различии скоростей акустических волн и при выполнении условия Брэгга [3]. Там же выполнена оценка влияния турбулентных флуктуаций разности фаз методом геометрической оптики (МГО).

Как известно, релаксационная частота влажного воздуха обычно оценивается на основе данных экспериментальных работ [2, 4], либо теоретических расчетов, из которых наиболее известен стандарт ANSI [3]. Для рассматриваемого метода выбрана эмпирическая формула [4] $f_р$ (в герцах)

$$f_р = 3{,}06 \cdot 10^4\, h^{1,3}, \tag{2}$$

где $h = (e/p)\cdot 100\%$ – молярная концентрация, e – парциальное давление водяного пара; p – атмосферное давление. При различных метеоусловиях численное значение релаксационной частоты может изменяться от 0,22 до 200 кГц. Условие малости зондирующих частот в диапазоне 1–10 кГц по сравнению с релаксационными выполняется только при температуре воздуха $T > +15$°C, а при низкой влажности $H < 60\%$ – при более высокой температуре воздуха, т.е. в ограниченном числе реальных метеоусловий. В данной статье получены формула восстановления влажности и оценка влияния турбулентности, применимые при любых соотношениях между релаксационной и зондирующими частотами; для оценки влияния турбулентности использовался метод плавных возмущений (МПВ).

Явление дисперсии скорости звука в воздухе [2, 3, 4] создает разность скоростей звука двух частот f_1 и f_2, равную

$$\Delta C = \frac{C_\infty^2 - C_0^2}{2\,C}\left[\frac{f_2^2}{f_\text{р}^2+f_2^2} - \frac{f_1^2}{f_\text{р}^2+f_1^2}\right] + \Delta W, \tag{3}$$

где C_∞ и C_0 – скорости звука на частотах $f \gg f_\text{р}$, $f \ll f_\text{р}$; ΔW – разность проекций скорости ветра на направление распространения акустических волн. При одновременном излучении акустических волн различных частот в заданном направлении можно считать ΔW=0 вдоль всего пути их распространения. Решая уравнение (1) относительно h с учетом (2) и (3) и снимая ограничения $f_\text{р} \gg f_1$ и $f_\text{р} \gg f_2$, получим формулу восстановления влажности воздуха, пригодную для любых метеоусловий:

$$h = \exp\left\{0{,}385\,\ln\left[\frac{\pi f z\,(C_\infty^2 - C_0^2)}{2\,C^3\,\Delta\varphi_a}(f_2^2 - f_1^2) - \frac{f_1^2+f_2^2}{2} \pm \left\{\left[\frac{f_1^2+f_2^2}{2} - \frac{\pi f z\,(C_\infty^2 - C_0^2)}{2\,C^3\,\Delta\varphi_a}(f_2^2 - f_1^2)\right]^2 - f_1^2 f_2^2\right\}^{1/2}\right] - 7{,}947\right\}. \tag{4}$$

Здесь знак плюс определяет большее значение влажности при одном и том же сдвиге фаз.

При измерении влажности вертикальным радиоакустическим зондированием по данным разности фаз $\Delta\varphi_e = (w_{\text{D}_2} - w_{\text{D}_1})\,(Z/\text{C})$ между доплеровскими сдвигами радиочастот w_{D_1} и w_{D_2}, где $w_{\text{D}_i} = (4\pi f_e/C_e)\,C_i$; $i = 1, 2$; C_e – скорость радиоволны, формула (4) применима при условии Брэгга $2\,f_e/C_e = f/C$ [3] , когда $\Delta\varphi_e = \Delta\varphi_a$. Аналогичная формула применима и для случая, когда условие Брэгга не выполняется. При $f_\text{р} \gg f_1, f_\text{р} \gg f_2$ формула (4) принимает более простой вид, полученный в [1]:

$$h = \exp\left\{0{,}385\,\ln\left[\frac{\pi f z\,(C_\infty^2 - C_0^2)}{C^3\,\Delta\varphi_a}\,(f_2^2 - f_1^2)\right] - 7{,}947\right\}. \tag{5}$$

При зондировании в турбулентной атмосфере возникают турбулентные флуктуации скорости звука C_1 и C_2 [5] , что приводит к существованию турбулентных флуктуаций средней для двух акустических волн скорости звука C и разности фаз $\Delta\varphi_a$, $\Delta\varphi_e$.

Для оценки влияния атмосферной турбулентности на точность определения влажности воздуха по разности фаз при двухчастотном радио-акустическом зондировании необходимо провести статистическое усреднение соотношений (4), (5). Предполагая малость турбулентных флуктуаций C', $\Delta\varphi_a'$ (или $\Delta\varphi_e'$) и гауссову плотность распределения этих величин, применим линеаризацию логарифмов в формулах (4), (5) по флуктуациям C', $\Delta\varphi_a'$ (или $\Delta\varphi_e'$) и теорему о среднем значении экспоненты нормально распределенной флуктуирующей величины с нулевым средним значением. Корреляционные члены учтем в линейном приближении:

$$\left\langle \exp 1{,}155\,\frac{\Delta\varphi'\,C'}{\Delta\varphi_0\,C}\right\rangle \simeq 1 + 1{,}155\,\frac{\langle\Delta\varphi'\,C'\rangle}{\Delta\varphi_0\,C}. \tag{6}$$

Относительное отклонение усредненной по турбулентным флуктуациям влажности $\langle h\rangle$ от ее значения в нетурбулентной атмосфере h_0 в этом случае равно:

$$\frac{\langle h\rangle - h_0}{h_0} \simeq \left(1 + 1{,}155\,\frac{\langle\Delta\varphi'\,C'\rangle}{\Delta\varphi_0\,C}\right)\exp\left\{0{,}074\left[\frac{\langle\Delta\varphi'^2\rangle}{\Delta\varphi_0^2} + b^2\,\frac{\langle C'^2\rangle}{C^2}\right]\gamma^2(h_0)\right\} - 1 \simeq$$

$$\simeq 0{,}074\left[\frac{\langle\Delta\varphi'^2\rangle}{\Delta\varphi_0^2} + \beta^2\,\frac{\langle C'^2\rangle}{C^2}\right]\gamma^2(h_0) + 1{,}155\,\frac{\langle\Delta\varphi'\,C'\rangle}{\Delta\varphi_0\,C} \tag{7}$$

при малых турбулентных флуктуациях C', $\Delta\varphi'$. Здесь C и $\Delta\varphi_0$ – невозмущенные значения скорости звука и разности фаз ($\Delta\varphi_0 = \Delta\varphi_a$ либо $\Delta\varphi_0 = \Delta\varphi_e$),

$$\gamma(h_0) = (f_p^2 + f_2^2)\,(f_p^2 + f_1^2)\,/\,(f_p^4 - f_1^2 f_2^2),$$

причем $\beta = 3$ при выполнении, $\beta = 2$ при невыполнении условия Брэгга. При $f_p \gg f_1, f_p \gg f_2$, когда верна формула (5), $\gamma(h_0) \simeq 1$. Коэффициент $\gamma(h_0)$ существенно отличается от единицы, когда значения релаксационной частоты близки к значениям зондирующих частот (при температуре воздуха T меньше 15°С или низкой относительной влажности). На рисунке изображена зависимость коэффициента γ от относительной влажности H при температуре воздуха 0°С (обозначение пар частот: (*1*) – 3,4 и 6,8 кГц, (*2*) – 2,5 и 5 кГц, (*3*) – 5 и 10 кГц, (*4*) – 2,5 и 10 кГц).

Пренебрегая турбулентными флуктуациями атмосферного давления, отклонение среднего значения абсолютной e и относительной H влажностей можно определить также равенством (7), так как

$$\frac{\langle e\rangle - e_0}{e_0} = \frac{\langle H\rangle - H_0}{H_0} = \frac{\langle h\rangle - h_0}{h_0},$$

где $H = (p/e_н)\,h$, %; $e_н$ – упругость насыщенного водяного пара.

Для определения дисперсии распределения флуктуаций скорости звука $\langle C'^2\rangle$ воспользуемся отношением [5]:

$$\langle C'^2\rangle = 2\,C^2\,C_n^2\,L_0^{2/3}, \tag{8}$$

где C_n^2 – структурная характеристика акустического показателя преломления; L_0 – внешний масштаб турбулентности, равный в приземном слое 0,4 Z [5].

Дисперсия распределения малых турбулентных флуктуаций разности акустических фаз $\langle\Delta\varphi'^2\rangle$ двух частот может быть вычислена на основе соотношения для временной автокорреляционной функции фазы ограниченного гауссова пучка [6] в турбулентной среде со спектром Кармана. Зависимость спектра и структурной постоянной акустического показателя преломления C_n^2 от параметров движущейся атмосферы уточнена в [7]. Можно исходить из того, что акустическая антенна создает акустическую волну с плоским фазовым фронтом в плоскости апертуры [4]. При условии $\Delta k_a \ll k_a$, где $\Delta k_a = 2\pi f \Delta C/C^2$ – разность волновых чисел акустических волн частот f_2 и f_1, вычисленная после преобразования частоты, для дисперсии распределения флуктуаций разности фаз волновых пучков авторами данной статьи получено соотношение:

$$\langle\Delta\varphi'^2\rangle = 2\pi^2(\Delta k_a)^2 \int_0^Z d\xi \int_0^\infty d\kappa\,\kappa\,\Phi_n(\kappa)\exp\left\{-\alpha_2\frac{Z-\xi}{k_a}\kappa^2\right\}\left\{1+\cos\left[\alpha_1\frac{Z-\xi}{k_a}\kappa^2\right]\right\}, \tag{9}$$

где $\alpha_1 = \dfrac{\Omega^2 + \xi/Z}{1+\Omega^2}$; $\alpha_2 = \dfrac{\Omega\,(1-\xi/Z)}{1+\Omega^2}$; $\Omega = 2\pi a^2/Z\lambda$ – число Френеля передающей акустической антенны радиуса апертуры a, вычисленное на длине зондирующей волны $\lambda = \lambda_2$; $\Phi_n(\kappa)$ – спектр Кармана [7, 8] акустического показателя преломления n :

$$\Phi_n(\kappa) = 0{,}033\,C_n^2\,(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{-11/6},\ \ \kappa_0 = 2\pi/L_0.$$

При $\Omega \gg 1$ (условие плоской волны) $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 0$, а при $\Omega \ll 1$ (условие сферической волны) $\alpha_1 = \xi/Z$, $\alpha_2 = 0$. Формула (9) определяет в этих предельных случаях дисперсию распределения флуктуаций разности фаз плоских и сферических волн [8]. Для численной оценки $\langle\Delta\varphi'^2\rangle/\Delta\varphi_0^2$ преобразуем формулу (9) к виду:

$$\langle\Delta\varphi'^2\rangle/\Delta\varphi_0^2 = 0{,}326\,[\mathcal{L}(Z, \lambda, a)/Z^2], \tag{10}$$

где $\mathcal{L}(Z, \lambda, a) = \int\limits_0^Z d\,\xi\, C_n^2(\xi) \int\limits_0^\infty d\,y\,(y + y_0)^{-11/6}\, \mathrm{e}^{-Ay}\,(1 + \cos B\,y)$, м²; $y_0 = \mathrm{k}_0^2$; $A = \dfrac{\Omega\,(Z-\xi)^2}{k_a\,(1+\Omega^2)\,Z}$;
$B = \dfrac{(Z-\xi)\,(Z\,\Omega^2 + \xi)}{k_a\,(1+\Omega^2)\,Z}$; C_n^2 – структурная характеристика акустического показателя преломления [7], м$^{-2/3}$; Z – высота зондирования, м. Учтем, что при любых положительных значениях y

$$\left|\mathrm{e}^{-Ay}\right| < 1, \quad \left|1 + \cos B\,y\right| < 2.$$

Таким образом, оценка величины $\langle\Delta\varphi'^2\rangle / \Delta\varphi_0^2$, полученная для волновых пучков при малых флуктуациях фазы МПВ, всегда меньше оценки этой величины МГО, применимым при условии $\kappa^2(Z-\xi)/k_a \ll 1$, когда $e^{-Ay} \simeq 1$, $(1 + \cos B\,y) \simeq 2$. Верхний предел дисперсии флуктуаций разности фаз, определяемый МГО

$$\langle\Delta\varphi'^2\rangle / \Delta\varphi_0^2 < 3{,}64 \cdot 10^{-2}\, C_n^2\, L_0^{5/3} / Z \tag{11}$$

не зависит от выбора зондирующей частоты, размеров антенн и конкретного значения скорости ветра [1].

Для оценки значения корреляционной функции флуктуаций разности фаз и скорости звука необходимо учесть в формуле (1) влияние неоднородности акустического показателя преломления вдоль пути распространения акустической волны. В приближении геометрической оптики флуктуации разности фаз $\Delta\varphi'$ линейно связаны с флуктуациями акустического показателя преломления n' [5]:

$$\Delta\varphi' = \Delta\,k_0 \int\limits_0^Z n'(\kappa)\, d\,\kappa', \tag{12}$$

где $\Delta\,k_0 = 2\,\pi f\,\Delta C / C^2$, $n' = -\,C' / C$. Поскольку дисперсия флуктуаций разности фаз определяется интегралом

$$\langle\Delta\varphi'^2\rangle = (\Delta\,k_0)^2 \int\limits_0^Z \int\limits_0^Z \langle n'(\kappa)\, n'(\kappa')\rangle\, d\,\kappa\, d\kappa', \tag{13}$$

корреляционную функцию $\langle\Delta\varphi'\,C'\rangle / \Delta\varphi_0\,C$ можно связать с производной величины (13)

$$\frac{\langle\Delta\varphi'\,C'\rangle}{\Delta\varphi_0\,C} = -\frac{1}{Z}\int\limits_0^Z \langle n'(\kappa)\, n'(Z)\rangle\, d\,\kappa = -\frac{1}{2\,\Delta\varphi_0\,\Delta\,k_0}\frac{\partial}{\partial\,Z}\langle\Delta\varphi'^2\rangle = -\frac{\langle\Delta\varphi'^2\rangle}{2\,\Delta\varphi_0^2}\,\frac{\dfrac{\partial}{\partial\,Z}(C_n^2\,Z^{8/3})}{C_n^2\,Z^{5/3}}, \tag{14}$$

используя (11).

Над сухой подстилающей поверхностью структурная постоянная флуктуаций влажности и корреляций температуры и влажности на несколько порядков ниже, чем структурные постоянные флуктуаций температуры и скорости ветра. В этом случае для C_n^2 в (8), (11) и (14) необходимо использовать формулу [7]

$$C_n^2 = 1/4(C_T^2 / T^2 + 7{,}33\, C_V^2 / C^2). \tag{15}$$

Рассмотрим далее случай достаточно больших значений структурных характеристик, определяемых эмпирическими формулами [3] (в конвективных условиях при умеренном ветре):

$$\begin{aligned} C_T^2 &= C_{T_0}\,(Z / Z_0)^{-4/3}; \\ C_V^2 &= C_{V_0}\,(0{,}03 + 0{,}97\,(Z / Z_0)^{-2/3}), \end{aligned} \tag{16}$$

где $C_{T_0} = 62$ град^2 м$^{-2/3}$, $C_{V_0} = 1{,}54$ м$^{4/3} \cdot$ с$^{-2}$, $Z_0 = 10$ м.

Используем соотношение (15) и высотные зависимости (16) для оценки корреляционной функции (14):

$$\langle \Delta\varphi' C' \rangle / \Delta\varphi_0 C \simeq -1{,}2 \langle \Delta\varphi'^2 \rangle / \Delta\varphi_0^2, \tag{17}$$

а также дисперсии флуктуаций сдвига фазы и скорости звука:

$$\begin{aligned} &\langle \Delta\varphi'^2 \rangle / \Delta\varphi_0^2 \lesssim (1{,}1 \div 2{,}1) \cdot 10^{-7}; \\ &\langle C'^2 \rangle / C^2 \simeq (1{,}5 \div 2{,}9) \cdot 10^{-5} \end{aligned} \tag{18}$$

на высотах 50–200 м при температуре воздуха от + 20 до +40°C , H> 30% . В результате турбулентный сдвиг среднего значения влажности h, согласно формуле (7) и численным оценкам (17), (18), определяется, в основном, влиянием флуктуаций скорости звука и равен

$$\left| (\langle h \rangle - h_0) / h_0 \right| \lesssim (1{,}0 \div 1{,}9) \cdot 10^{-3}\%.$$

В заключение вычислим при тех же метеорологических условиях среднеквадратическое относительное отклонение в турбулентной атмосфере $\sqrt{\langle (h-h_0)^2 \rangle} / h_0$ при условии $f_р \gg f_1, f_р \gg f_2$:

$$\frac{\sqrt{\langle (h-h_0)^2 \rangle}}{h_0} = \frac{1}{h_0}\sqrt{\left(\frac{\partial h}{\partial \Delta\varphi}\right)^2 \langle \Delta\varphi'^2 \rangle + 2\frac{\partial h}{\partial \Delta\varphi}\frac{\partial h}{\partial C}\langle \Delta' C' \rangle + \left(\frac{\partial h}{\partial C}\right)^2 \langle C'^2 \rangle} =$$

$$= 0{,}385 \sqrt{\frac{\langle \Delta\varphi'^2 \rangle}{\Delta\varphi_0^2} + 3\,\frac{\langle \Delta\varphi' C' \rangle}{\Delta\varphi_0 C} + 9\,\frac{\langle C'^2 \rangle}{C^2}},$$

где $\dfrac{\partial h}{\partial C}$ и $\dfrac{\partial h}{\partial \Delta\varphi}$ – производные влажности h. На высотах 50–200 м при температуре воздуха от 20 до 40°C на основе численных оценок (17), (18)

$$\sqrt{\frac{\langle (h-h_0)^2 \rangle}{h_0}} \lesssim (0{,}45 \div 0{,}62)\ \%.$$

Если в атмосфере имеются только температурные неоднородности, то с ростом высоты вертикального зондирования абсолютное значение дисперсии флуктуаций сдвига фазы $\langle \Delta\varphi'^2 \rangle$ растет медленнее, чем квадрат сдвига фазы $\Delta\varphi_0^2$, поскольку на высотах до 1 км структурная функция $C_{n'}^{\,2}$ быстро убывает с увеличением высоты. В этих условиях среднеквадратическая погрешность и турбулентный сдвиг среднего значения влажности убывают пропорционально $Z^{-1/3}$ и $Z^{-2/3}$ соответственно. Однако такие условия наблюдаются редко. Под влиянием неоднородностей скорости ветра среднеквадратическая погрешность и турбулентный сдвиг влажности растут пропорционально $\sqrt{d + b\,Z^{2/3}}$ и $d + b\,Z^{2/3}$, где числа d и b зависят от температуры воздуха. Таким образом, для развитой турбулентности (в конвективных условиях при умеренном ветре) относительное отклонение усредненной влажности и среднеквадратическая погрешность измерения влажности по разности фаз, обусловленные турбулентностью, при двухчастотном радиоакустическом зондировании имеют существенно меньшие значения, чем в случае амплитудного радиоакустического метода [9].

1. Бабкин С. И., Васильченко Е. А., Груша Г. В. XVI Всесоюзн. конф. по распространению радиоволн. (Тезисы докл.) Харьков: ХПИ, 1990. Ч. 2. С. 312 .
2. Кнезер Г. // Физическая акустика. М.: Мир, 1974. Т. 2. Ч. А. С. 155–221 .
3. Каллистратова М. А., Кон А. И. Радиоакустическое зондирование атмосферы. М.: Наука, 1985. 195 с.
4. Ультразвук / под ред. И.П. Голяминой. Мал. энцикл. М.: Советская Энциклопедия. 1979. С. 120–123 .
5. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.

6. Лукин В.П., Миронов В.Л., Покасов В.В., Хмелевцев С.С. // Радиотехника и электроника. 1975. Т. 20. N 6. С. 1164–1170.
7. Осташев В.Е. Распространение звука в движущихся средах. М.: Наука, 1992. 206 с.
8. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. М.: Мир, 1981.Т. 2. 318 с.
9. Бабкин С.И., Груша Г.В. Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. N 10. С. 1064–1069.

Харьковский государственный
технический университет радиоэлектроники

Поступила в редакцию
20 декабря 1993 г.

S.I. Babkin, G.V. Grusha. **Evolution of Error When Determing the Turbulent Atmosphere Humidity from Phase Difference During the Radio-Acoustic Sounding.**

To determine the air humidity, the formula for humidity restoration and numerical evaluation of influence of atmospheric turbulence were obtained by two-frequency phase radio-acoustic sounding method. They are applicable at any ratio between the relaxation and sounding frequencies. The relative difference between the averaged over turbulent fluctuations of humudity magnitude and the same for unturbulent atmosphere had been determined under the assumption that fluctuations of the sound velocity and acoustic phase difference are insignificant in the case of Gaussian distribution of these parameters. The dispersion of distribution of the phase difference fluctuations was estimated for the limited Gaussian beam in the turbulent media with Karman spectrum. For the large enough values of structural characteristics of the temperature and wind velocity (under convective conditions at moderate wind) the relative distortion of the averaged humidity did not exceed 10^{-3}% and the mean square error of the humidity measured did not exceed 0,5%.