

С.Ю. Золотов, И.И. Ишполитов, М.В. Кабанов, С.В. Логинов
Прогнозирование климатических характеристик
с помощью метода вейвлет-преобразования

Институт мониторинга климатических и экологических систем СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 5.10.2004 г.

Описывается возможность прогнозирования климатических характеристик, связанная с использованием вейвлет-преобразования. Применение вейвлет-преобразования к временным рядам климатических характеристик позволяет выявить квазипериодические структуры различных временных масштабов. Суть предлагаемого подхода заключается в том, что строится прогноз не исходной функции, а гораздо более простых квазипериодических функций вейвлет-коэффициентов различных масштабов.

Результаты анализа накопленных рядов наблюдений по некоторым характеристикам региональной климатической системы показывают, что для среднегодовых значений этих характеристик наблюдаются закономерные изменения [1, 2]. Наряду с вытекающими отсюда выводами по комплексному мониторингу наблюдаемых природно-климатических изменений, полученные результаты представляются полезными и для прогноза этих изменений. Такой прогноз, основанный на результатах анализа эмпирических данных, можно отнести к числу формальных и не претендующих на учет физических механизмов наблюдаемых изменений. Тем не менее при удачном выборе метода статистического анализа фактических данных можно надеяться на достоверный прогноз наблюдаемых изменений в ближайшие годы.

Во временных последовательностях с точки зрения прогноза информативными являются скрытые квазипериодические колебания различных масштабов, а также долговременный тренд. Если после удаления тренда из исходного ряда остаток удовлетворяет свойству стационарности, то для прогноза (экстраполяции) можно использовать смешанную модель авторегрессии и скользящего среднего (ARIMA) [3]. В такой модели элемент временной последовательности $X(t)$ представляется через ранее известные элементы этой же последовательности:

$$X(t) = \beta_1 X(t-1) + \dots + \beta_p X(t-p) + \varepsilon(t) + \alpha_1 \varepsilon(t-1) + \dots + \alpha_q \varepsilon(t-q), \quad (1)$$

где p и q — порядок модели; $\beta_1, \dots, \beta_p, \alpha_1, \dots, \alpha_q$ — параметры модели ARIMA; $\varepsilon(t)$ — «белый» шум. Специфика прогноза при этом такова, что на практике задают небольшой порядок модели (не более десяти), и поэтому информация о колебательной структуре ряда, особенно ряда, представляющего собой систему периодичностей нелинейного характера, учитывается неудовлетворительно.

В исследованиях колебательной структуры часто используют преобразование Фурье, которое является полезным математическим аппаратом для час-

тотного анализа сигналов, но недостаточно эффективным при обработке сложных сигналов. В частности, преобразование Фурье не позволяет анализировать локальные свойства сигнала, так как базисные функции Фурье-преобразования определены на всей временной оси. Тем не менее существуют процедуры прогноза путем вычисления суммы ряда гармонических составляющих отдельных компонент узких максимумов Фурье-спектра [4].

В данной статье рассмотрим новый подход к прогнозированию, связанный с использованием вейвлет-преобразования временного ряда наблюдений. Вейвлет-преобразование сигнала [5] состоит в его разложении по базису, построенному из обладающей определенными свойствами специальной функции (вейвлета) посредством масштабных изменений и переносов. Таким образом, одномерный сигнал проектируется на плоскость время—частота в виде двухмерного распределения коэффициентов непрерывного вейвлет-преобразования:

$$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{ab}^*(t) dt, \quad (2)$$

где $W(a, b)$ — коэффициенты вейвлет-преобразования; $f(t)$ — исследуемая функция; t — время; $\psi_{ab}(t)$ — вейвлет, a — величина масштаба, b — параметр сдвига по временной оси; «*» — оператор комплексного сопряжения.

Обратное к (2) преобразование имеет вид

$$f(t) = C_{\psi}^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{da}{a^2} \int_{-\infty}^{\infty} W(a, b) \psi_{ab}(t) db, \quad (3)$$

где C_{ψ} — нормализующий коэффициент.

Формулы (2) и (3) для дискретного случая приведены в [6]. Выполненные вейвлет-преобразования рядов температуры [7] и некоторых геофизических индексов [8] показали, что для распределения $W(a, b)$ характерно наличие квазипериодических структур различных временных масштабов. Суть предлагаемого

подхода заключается в том, что выполняется прогноз не исходной функции $f(t)$, а гораздо более простых гладких квазипериодических функций $\phi_a(b) = W(a, b)$ для различных масштабов a , а затем исходная функция восстанавливается по соотношению (3). Для каждой функции $\phi_a(b)$ фиксируются локальные максимумы и минимумы. Непосредственно процедура экстраполяции $\phi_a(b)$ заключается в оценке как временного положения очередного максимума/минимума (в виде среднего периода данного ряда), так и его численного значения (с помощью линейного полинома). Заполнение значений вейвлет-коэффициентов в промежутке между максимумом и минимумом осуществляется кубическим сплайном. Оценка доверительных интервалов проводится путем расчетов нижнего и верхнего квантилей эмпирической функции распределения ряда остатков.

Выбор значений масштаба a , согласно [6], нами осуществлялся на основе операции квантования по степени два:

$$a_j = a_0 2^{j\delta_j}, \quad j = 0, 1, \dots, L,$$

где a_0 – наименьший возможный масштаб ($a_0 = 2\delta t$, δt – интервал между двумя соседними временными точками исходного временного ряда), δ_j – уровень точности дискретной реализации непрерывного вейвлет-преобразования (в предлагаемых примерах выбирался равным 0,1).

Первым этапом на пути реализации такого подхода являлся выбор формы вейвлета. Выполненный в различных работах [7, 8] анализ температурных рядов показал, что для выявления масштабов колебаний и временной локализации экстремумов ряда целесообразно выбирать вейвлет Морле.

В качестве тестовой функции для выбора формы вейвлета использовалась функция $f(t) = \sin(t)$, $t \in [0; 0,1\pi; \dots; 18\pi]$. Для этой функции вейвлет-коэффициенты вейвлета Морле имеют четкую квазипериодическую структуру с некоторыми искажениями в начале и конце рассматриваемого временного интервала, которые связаны с ограниченностью по времени исходного ряда. В случае применения биортогонального вейвлета [9] искажения на концах отрезка карты вейвлет-коэффициентов существенно уменьшаются, однако увеличивается некоторая «расплывчатость» на масштабах выше чем 2π . Далее, по значениям коэффициентов вейвлет-преобразования был выполнен прогноз в область $t \in [18,1\pi; 18,2\pi; \dots; 20\pi]$ и восстановлена по формуле (3) исходная функция. Анализ результатов прогноза, выполненных с помощью рассматриваемых вейвлетов, показывает, что при сопоставимой оценке восстановления функции тестовой гармонической функции на интервале $t \in [0; 0,1\pi; \dots; 18\pi]$ ошибка прогноза меньше, если применяется биортогональный вейвлет.

С учетом этого обстоятельства был выполнен прогноз для двух реальных рядов наблюдений. В качестве первого был выбран ряд среднегодовых чисел Вольфа за период с 1700 по 2003 г. Для этого ряда, характеризующего солнечную активность

и, в какой-то мере, солнечно-земные связи, характерно чередование максимумов (минимумов) в среднем через 11 лет. В качестве исходного был выбран ряд чисел Вольфа с 1700 по 1978 г. и осуществлен его прогноз на период с 1979 по 2003 г. Результат показан на рис. 1, а, где сплошной линией представлены результаты реальных наблюдений, штриховой – прогноз с помощью биортогонального вейвлета, точками – прогноз с помощью модели ARIMA. Вертикальными черточками показаны 90%-е доверительные интервалы для метода прогноза с помощью вейвлет-преобразования. Из рис. 1, а следует, что прогноз по методу вейвлет-преобразования дает более правильные результаты, чем прогноз по модели ARIMA.

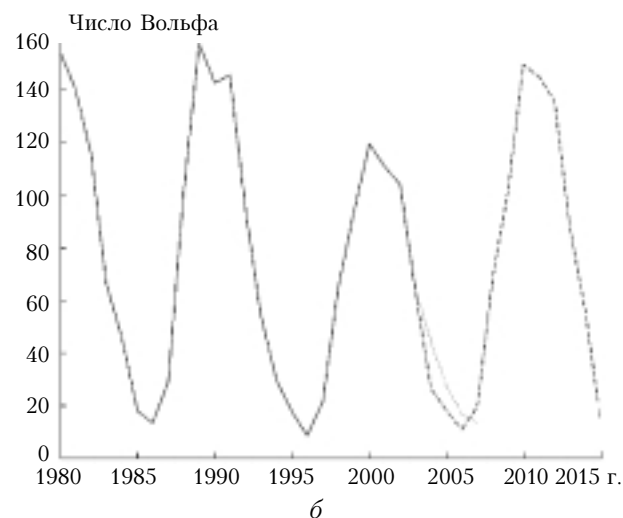
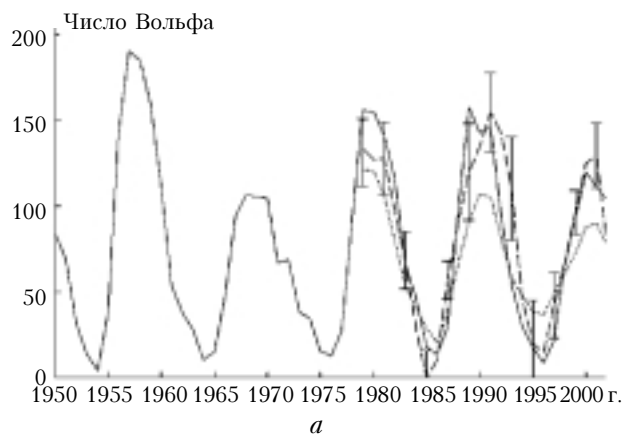


Рис. 1. Тестирование прогноза числа Вольфа (1979–2003 гг.)

На рис. 1, б дан прогноз чисел Вольфа на период 2004–2015 гг. с помощью биортогонального вейвлета (пунктир). Величина 90%-го доверительного интервала не превышала 15 ед. Вольфа. Для сравнения точками показан прогноз на 2004–2007 гг., взятый из [10]. В нем использовался метод Мак-Ниша (A.G. McNish) и Линкольна (J.V. Lincoln) [11] с учетом коэффициентов регрессии и средних значений чисел Вольфа в течение одного цикла. Исходными данными для прогноза стали значения чисел Вольфа с 8-го по 20-й цикл. Величина 90%-го доверительного интервала не превышала 20 ед. Вольфа.

Рис. 2 показывает прогноз среднемесячных значений приземного давления для метеостанции г. Омска на период с января 2002 г. по декабрь 2004 г. с 90%-м доверительным интервалом не более 5 мбар. Данный интервал прогноза был выбран исходя из имеющихся данных.

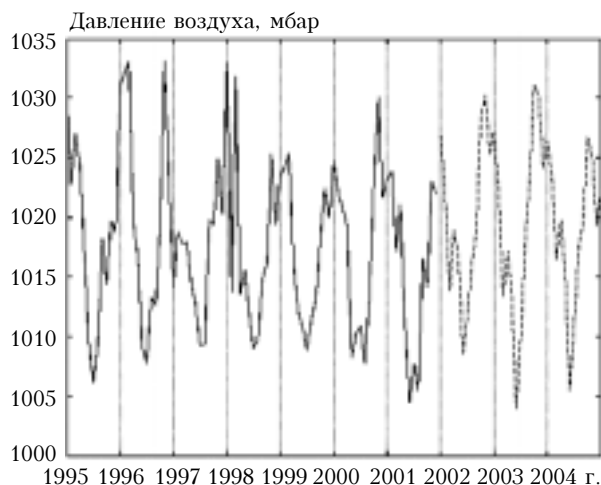


Рис. 2. Прогноз (штриховая линия) атмосферного давления для г. Омска с помощью метода вейвлет-преобразования

В качестве другого объекта исследований был взят ряд среднегодовых значений температуры для г. Омска за период 1916–2002 гг. С учетом того что в последние десятилетия в городах Сибири наблюдается существенный положительный тренд температуры, из исходного температурного ряда был выделен тренд, представленный кубическим полиномом. К модифицированному ряду была применена описанная выше процедура прогноза и к ее результатам были добавлены прогнозируемые кубическим полиномом значения тренда. Итоговый результат приведен на рис. 3, где показаны результаты реальных наблюдений и прогноза, выполненного за период 1995–2005 гг. Величина 90%-го доверительного интервала не превышала 0,5 °С.

Из рис. 3 следует ряд выводов. Для интервала 1995–2002 гг. видно неплохое качественное соответствие прогноза и наблюдений. При этом для нечетных годов наблюдается практически полное количественное согласие, а для четных имеет место расхождение прогноза и наблюдений, особенно ярко выраженное для 1996 г. Причина этих расхождений, на наш взгляд, заключается в том, что помимо тренда и квазипериодических колебаний в температурном ряду присутствует изменчивость, характеристики которой близки к случайному процессу. Такая изменчивость в карте распределения коэффициентов вейвлет-

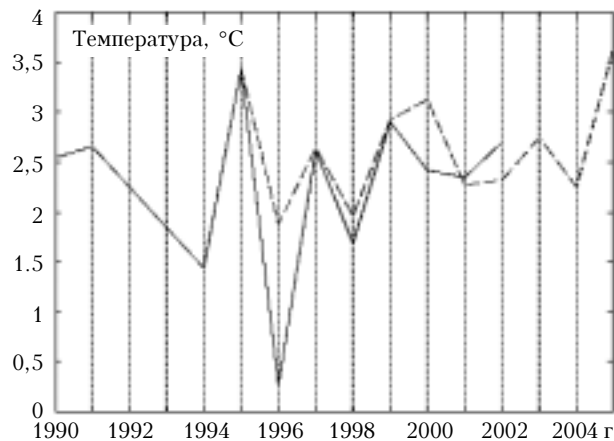


Рис. 3. Реальные наблюдения среднегодовых температур для г. Омска (сплошная линия) и прогноз на период 1995–2005 гг. (штриховая линия)

преобразования дает определенный вклад в область малых значений вейвлет-коэффициентов (по сравнению с численными значениями «пику»), что негативно сказывается на прогнозе вейвлет-коэффициентов.

1. *Кабанов М.В.* Итоги и задачи мониторинга современных природно-климатических изменений в Сибири // *Оптика атмосф. и океана.* 2002. Т. 15. № 1. С. 110–115.
2. *Ипполитов И.И., Кабанов М.В., Логинов С.В.* Закономерности современных природно-климатических изменений в Сибири: наблюдаемые периодичности для приземных температур, давления и некоторых геофизических индексов // *Геогр. и природ. ресурсы.* 2005. № 1 (в печати).
3. *Журбенко И.Г., Кожевникова И.А.* Стохастическое моделирование процессов. М.: МГУ, 1990. 150 с.
4. *Иванов В.В.* Периодические колебания погоды и климата // *Успехи физ. наук.* 2002. Т. 172. № 7. С. 777–811.
5. *Астафьева Н.М.* Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // *Успехи физ. наук.* 1996. Т. 166. № 11. С. 1145–1170.
6. *Torrence C., Compo G.P.* A practical guide to wavelet analysis // *Bull. Amer. Meteorol. Soc.* 1998. V. 79. N 1. P. 61–78.
7. *Ипполитов И.И., Кабанов М.В., Логинов С.В.* Вейвлет-преобразование при анализе природно-климатических изменений // *Оптика атмосф. и океана.* 2002. Т. 15. № 1. С. 21–28.
8. *Ипполитов И.И., Кабанов М.В., Логинов С.В.* Вейвлет-анализ скрытых периодичностей в некоторых индексах солнечной активности // *Изв. вузов. Физ.* 2002. № 11. С. 49–55.
9. *Misiti M., Misiti Y., Oppenheim G., Poggi J.M.* Wavelet toolbox. Mathworks Inc., 2001. 891 p.
10. ftp://ftp.ngdc.noaa.gov/STP/SOLAR_DATA/SUNSPOT_NUMBERS/pred0407.prn
11. ftp://ftp.ngdc.noaa.gov/STP/SOLAR_DATA/SUNSPOT_NUMBERS/sunspot.txt

S.Yu. Zolotov, I.I. Ippolotov, M.V. Kabanov, S.V. Loginov. **Forecasting of climatic characteristics by wavelet-transformation.**

The forecast of the climatic characteristics by wavelet-transformation is described in this paper. The wavelet-transformation of the time-series of climatic characteristics reveals the quasi-periodicity for the various time scales. The forecast of the time series is constructed on the basis of forecast of simple quasi-periodic series of the wavelet coefficients.