

В.Г. Гусев

Формирование в диффузно рассеянных полях интерференционных картин при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля двухэкспозиционной голограммы сфокусированного с помощью телескопической системы Кеплера изображения рассеивателя

Томский государственный университет

Поступила в редакцию 24.05.2006 г.

Анализируется чувствительность интерферометра к поперечному или продольному перемещению диффузно рассеивающей свет плоской поверхности. Показано, что интерференционные картины локализуются в плоскости голограммы и в дальней зоне дифракции. Для их регистрации необходимо проведение пространственной фильтрации дифракционного поля. Экспериментальные результаты соответствуют теоретическим предположкам.

В [1, 2] показано, что в случае контроля поперечного перемещения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности при двухэкспозиционной записи голограммы сфокусированного изображения интерференционные картины локализуются в ее плоскости и в плоскости формирования изображения зрачка положительной линзы, с помощью которой выполнялась запись голограммы. При этом чувствительность интерферометра при регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, зависит как от величины, так и знака радиуса кривизны сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения рассеивателя. В свою очередь для интерференционной картины, локализуемой в плоскости формирования изображения зрачка положительной линзы, отсутствует такая зависимость, а чувствительность интерферометра зависит от толщины предметного пространства в оптической схеме записи голограммы.

Интерференционная картина в полосах равного наклона, характеризующая продольное перемещение рассеивателя, локализуется в плоскости формирования изображения зрачка положительной линзы, где на стадии восстановления голограммы совмещаются идентичные субъективные спеклы двух экспозиций, и чувствительность интерферометра зависит от толщины предметного пространства в оптической схеме записи голограммы.

В настоящей статье анализируются особенности образования интерференционных картин, характеризующих поперечное или продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности при двухэкспозиционной записи с по-

мощью двухкомпонентной оптической системы голограммы сфокусированного изображения рассеивателя, с целью определения чувствительности интерферометра. При этом рассматривается случай, когда записываемое изображение предмета не ограничивается углом поля зрения телецентрической оптической системы, и случай его ограничения.

Согласно рис. 1 матовый экран, находящийся в плоскости (x_1, y_1) , освещается когерентным излучением с расходящейся сферической волной радиуса кривизны R . Его изображение в плоскости (x_3, y_3) фотопластины строится с помощью положительных тонких линз L_1, L_2 соответственно с фокусными расстояниями f_1, f_2 . При этом полагается, что дифракционная ограниченность поля обусловлена круглой диафрагмой p в частотной плоскости (x_2, y_2) , которая является зрачком рассматриваемой двухкомпонентной оптической системы.

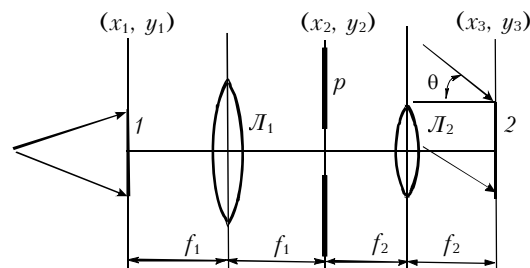


Рис. 1. Схема записи голограммы: 1 – матовый экран; 2 – фотопластина; L_1, L_2 – положительные линзы; p – пространственный фильтр в частотной плоскости оптической системы

С помощью внеосевой плоской опорной волны проводится запись голограммы за время первой экспозиции. θ — угол, который составляет коллимированный опорный пучок с нормалью к плоскости фотопластинки. Перед повторным экспонированием осуществляется перемещение матового экрана в плоскости его расположения, например в направлении оси x на величину a . Тогда в приближении Френеля без учета постоянных множителей распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее первой экспозиции, в предметном канале в плоскости (x_3, y_3) запишем в виде

$$u_1(x_3, y_3) \sim \int_{-\infty}^{\infty} u_1(x_2, y_2) \bar{p}(x_2, y_2) \times \exp\left[\frac{-ik(x_2 x_3 + y_2 y_3)}{f_2}\right] dx_2 dy_2, \quad (1)$$

где $p(x_2, y_2)$ — функция зрачка [3] двухкомпонентной оптической системы; k — волновое число;

$$u_1(x_2, y_2) \sim \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1, y_1) \exp\left[\frac{ik}{2R}(x_1^2 + y_1^2)\right] \times \exp\left[\frac{-ik(x_1 x_2 + y_1 y_2)}{f_1}\right] dx_1 dy_1; \quad (2)$$

$t(x_1, y_1)$ — комплексная амплитуда пропускания матового экрана, являющаяся случайной функцией координат.

В результате подстановки (2) в (1) получим

$$u_1(x_3, y_3) \sim t(-\mu x_3, -\mu y_3) \exp\left[\frac{ik\mu^2}{2R}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3), \quad (3)$$

где \otimes — символ операции свертки; $\mu = f_1/f_2$ — коэффициент масштабного преобразования; $P(x_3, y_3)$ — Фурье-образ функции $p(x_2, y_2)$ с пространственными частотами $x_3/\lambda f_2, y_3/\lambda f_2$; λ — длина волны когерентного источника света, используемого на стадиях записи и восстановления голограммы.

Из (3) следует, что в плоскости (x_3, y_3) каждая точка изображения предмета уширена до размера субъективного спекла, определяемого шириной функции $P(x_3, y_3)$, которая является результатом дифракции на диафрагме p (см. рис. 1) плоской волны.

Распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее второй экспозиции, в предметном канале в плоскости (x_3, y_3) определяется при замене в (2) $t(x_1, y_1)$ на $t(x_1 + a, y_1)$ выражением

$$u_2(x_3, y_3) \sim t(-\mu x_3 + a, -\mu y_3) \times \exp\left[\frac{ik\mu^2}{2R}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3). \quad (4)$$

В свою очередь на основании [4, 5]:

$$u_2(x_2, y_2) \sim \exp(ika x_2/f_1) F(x_2, y_2) \otimes \exp\left[-\frac{ikR}{2f_1^2}(x_2^2 + y_2^2)\right] = \exp(ika x_2/f_1) \times \left\{ F(x_2, y_2) \otimes \exp(-ika x_2/f_1) \exp\left[-\frac{ikR}{2f_1^2}(x_2^2 + y_2^2)\right] \right\}, \quad (5)$$

где $F(x_2, y_2)$ — Фурье-образ функции $t(x_1, y_1)$ с пространственными частотами $x_2/\lambda f_1, y_2/\lambda f_1$.

В результате подстановки правой части выражения (5) в (1) вместо $u_1(x_2, y_2)$ получим

$$u_2(x_3, y_3) \sim t(-\mu x_3, -\mu y_3) \times \exp\left\{\frac{ik\mu^2}{2R}[(x_3 + a/\mu)^2 + y_3^2]\right\} \otimes P(x_3 - a/\mu, y_3). \quad (6)$$

При условии выполнения записи двухэкспозиционной голограммы на линейном участке кривой почернения фотоматериала распределение комплексной амплитуды ее пропускания, соответствующее (-1) -му порядку дифракции, на основании выражений (3), (6) принимает вид

$$\tau(x_3, y_3) \sim \exp(-ikx_3 \sin \theta) \times \left\{ t(-\mu x_3, -\mu y_3) \exp\left[\frac{ik\mu^2}{2R}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P(x_3, y_3) + t(-\mu x_3, -\mu y_3) \exp\left\{\frac{ik\mu^2}{2R}[(x_3 + a/\mu)^2 + y_3^2]\right\} \otimes P(x_3 - a/\mu, y_3) \right\}. \quad (7)$$

Согласно (7) в плоскости голограммы субъективные спеклы, соответствующие второй экспозиции, смещены в направлении, противоположном направлению перемещения рассеивателя, на величину, которая зависит от увеличения оптической системы и не зависит от радиуса кривизны R . Кроме того, они имеют наклон на угол $a\mu/R$ по отношению к идентичным спеклам, соответствующим первой экспозиции, величина которого зависит от радиуса кривизны сферической волны излучения, используемого для освещения рассеивателя, причем знак угла наклона изменяется на противоположный, когда матовый экран 1 (см. рис. 1) освещается излучением со сходящейся сферической волной. В свою очередь однородное смещение спеклов в плоскости голограммы обуславливает, как и в [1, 2], формирование интерференционных картин в плоскости, где совпадают идентичные спеклы двух экспозиций, а их наклон — локализацию интерференционной картины в плоскости голограммы.

Пусть на стадии восстановления голограммы проводится в ее плоскости пространственная фильтрация дифракционного поля с помощью круглого отверстия в непрозрачном экране p_0 (рис. 2).

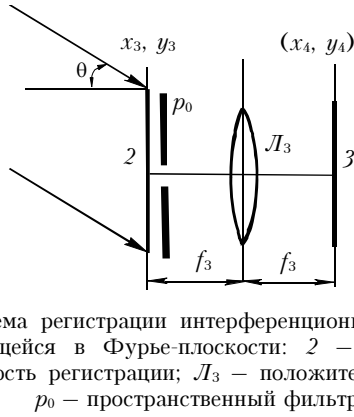


Рис. 2. Схема регистрации интерференционной картины, локализуемой в Фурье-плоскости: 2 – голограмма; 3 – плоскость регистрации; L_3 – положительная линза; p_0 – пространственный фильтр

Положим также, что в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы $k\mu a x_3/R$ не превосходит π и в общем случае центр фильтрующего отверстия имеет координаты $x_{03}, 0$. Тогда распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра определяется выражением

$$\begin{aligned}
 u(x_3, y_3) \sim & p_0(x_3, y_3) \left\{ t(-\mu x_3 - \mu x_{03}, -\mu y_3) \times \right. \\
 & \times \exp\left\{ \frac{ik\mu^2}{2R} [(x_3 + x_{03})^2 + y_3^2] \right\} \otimes P(x_3, y_3) + \\
 & + \exp\left(\frac{ika^2}{2R} \right) \exp(ik\mu a x_{03}/R) t(-\mu x_3 - \mu x_{03}, -\mu y_3) \times \\
 & \times \exp\left\{ \frac{ik\mu^2}{2R} [(x_3 + x_{03})^2 + y_3^2] \right\} \otimes \\
 & \left. \otimes \exp(-ik\mu a x_3/R) P(x_3 - a/\mu, y_3) \right\}, \quad (8)
 \end{aligned}$$

на основании которого в задней фокальной плоскости (x_4, y_4) линзы L_3 с фокусным расстоянием $f_3 = f_2$ (для сокращения записи) распределение комплексной амплитуды поля принимает вид

$$\begin{aligned}
 u(x_4, y_4) \sim & \left\{ \exp(-ik\mu x_{03} x_4/f_2) F(x_4, y_4) \otimes \right. \\
 & \left. \otimes \exp(ikx_{03} x_4/f_2) \exp\left[-\frac{ikR}{2f_1^2} (x_4^2 + y_4^2) \right] \right\} \times \\
 & \times \left\{ p(x_4, y_4) + p\left(x_4 + \frac{f_1}{R} a, y_4\right) \right\} \times \\
 & \times \exp\left[i \left(-\frac{ka^2}{2R} + \frac{k\mu a x_{03}}{R} - \frac{kax_4}{f_1} \right) \right] \otimes P_0(x_4, y_4), \quad (9)
 \end{aligned}$$

где $F(x_4, y_4)$, $P_0(x_4, y_4)$ – Фурье-образы соответственно функций $t(-\mu x_3, -\mu y_3)$, $p_0(x_3, y_3)$ с пространственными частотами $x_4/\lambda f_2$, $y_4/\lambda f_2$; $p_0(x_3, y_3)$ – функция пропускания пространственного фильтра [6].

Если в (9) период изменения функции $1 + \exp(ika x_4/f_1)$ хотя бы на порядок [7] превосходит ширину функции $P_0(x_4, y_4)$, которая определяет размер субъективного спекла в плоскости регистрации 3 (см. рис. 2), то распределение освещенности в последней в пределах перекрытия двух изображений зрачка двухкомпонентной оптической системы определяется выражением

$$\begin{aligned}
 I(x_4, y_4) \sim & \left\{ 1 + \cos\left(-\frac{ka^2}{2R} + \frac{k\mu a x_{03}}{R} - \frac{kax_4}{f_1} \right) \right\} \times \\
 & \times \left| p(x_4, y_4) \left\{ \exp\left(\frac{-ik\mu x_{03} x_4}{f_2} \right) F(x_4, y_4) \otimes \right. \right. \\
 & \left. \left. \otimes \exp\left(\frac{ikx_{03} x_4}{f_2} \right) \exp\left[-\frac{ikR}{2f_1^2} (x_4^2 + y_4^2) \right] \right\} \otimes P_0(x_4, y_4) \right|^2. \quad (10)
 \end{aligned}$$

Из (10) следует, что с учетом малости величины $a f_1/R$ в пределах изображения зрачка двухкомпонентной оптической системы субъективная спекл-структура промодулирована периодически изменяющимися на оси x интерференционными полосами с периодом повторения $\Delta x_4 = \lambda f_1/a$, который не зависит от величины радиуса кривизны R . Причем при смещении центра фильтрующего отверстия динамика поведения интерференционных полос состоит в том, что из-за слагаемого $k\mu a x_{03}/R$ в (10) изменяется фаза интерференционной картины на π , когда центр фильтрующего отверстия перемещается, например, с минимума интерференционной полосы для интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, на ее максимальное значение.

Если на стадии восстановления голограммы пространственная фильтрация дифракционного поля выполняется в Фурье-плоскости (x_4, y_4) (рис. 3)

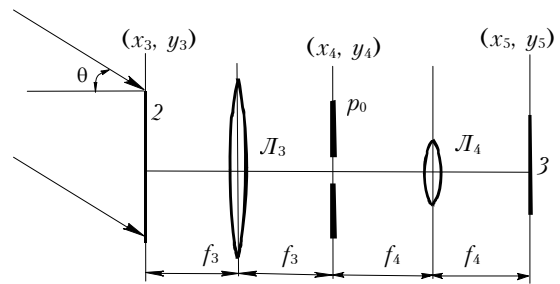


Рис. 3. Схема регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы: 2 – голограмма; 3 – плоскость регистрации; L_3, L_4 – положительные линзы; p_0 – пространственный фильтр

и в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы kax_4/f_1 не превосходит π , то при условии отсутствия дифракционной ограниченности поля из-за конечных размеров апертуры линзы L_3 распределение его комплексной амплитуды на выходе фильтрующего отверстия, центр которого имеет координаты $x_{04}, 0$, принимает вид

$$\begin{aligned}
u(x_4, y_4) \sim p_0(x_4, y_4) & \left\{ F(x_4 + x_{04}, y_4) \otimes \right. \\
& \otimes \exp \left\{ -\frac{ikR}{2f_1^2} [(x_4 + x_{04})^2 + y_4^2] \right\} + \\
& + F(x_4 + x_{04}, y_4) \otimes \exp(ika x_4 / f_1) \times \\
& \left. \times \exp \left\{ -\frac{ikR}{2f_1^2} [(x_4 + x_{04})^2 + y_4^2] \right\} \right\}, \quad (11)
\end{aligned}$$

где $p_0(x_4, y_4)$ – функция пропускания пространственного фильтра.

Положим для сокращения записи, что фокусное расстояние f_4 линзы L_4 (см. рис. 3) равно f_2 . Тогда после выполнения преобразования Фурье на основании полученного таким образом распределения комплексной амплитуды поля в плоскости (x_5, y_5) распределение освещенности в последней определяется выражением

$$\begin{aligned}
I(x_5, y_5) \sim & \left\{ 1 + \cos \left[\frac{ka^2}{2R} - \frac{k}{f_1} x_{04} x_5 - \frac{k\mu}{R} a x_5 \right] \right\} \times \\
& \times \left| t(\mu x_5, \mu y_5) \exp \left[\frac{ik\mu^2}{2R} (x_5^2 + y_5^2) \right] \right| \times \\
& \times \exp(i2kx_{04} x_5 / f_2) \otimes P_0(x_5, y_5) \Big|^2, \quad (12)
\end{aligned}$$

где $P_0(x_5, y_5)$ – Фурье-образ функции $p_0(x_4, y_4)$ с пространственными частотами $x_5/\lambda f_2$, $y_5/\lambda f_2$.

Согласно (12) в плоскости регистрации 3 (см. рис. 3) интерференционная картина в виде периодически чередующихся на оси x интерференционных полос модулирует в пределах изображения рассеивателя субъективную спекл-структуру. При этом период $\Delta x_5 = \lambda |R| / \mu a$ интерференционных полос зависит от увеличения двухкомпонентной оптической системы и радиуса кривизны сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения рассеивателя. Кроме того, при смещении центра фильтрующего отверстия динамика поведения интерференционных полос состоит в том, что из-за слагаемого $kx_{04} x_5 / f_1$ в (12) изменяется фаза интерференционной картины на π , когда центр фильтрующего отверстия перемещается, например, с минимума интерференционной полосы для интерференционной картины, локализуемой в Фурье-плоскости, на ее максимальное значение.

Из вышеприведенного анализа формирования интерференционных картин, характеризующих попереочное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, следует, что в отличие от [1, 2] чувствительность интерферометра в случае регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, не зависит от знака радиуса кривизны R сферической волны излучения, используемого для освещения рассеивателя. При этом освещение последнего коллимирован-

ным пучком сопровождается на стадии восстановления голограммы образованием в Фурье-плоскости «замороженных» интерференционных полос, регистрация которых не требует выполнения пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы. Кроме того, характерно явление параллакса интерференционных полос при вышеуказанных условиях их регистрации, что следует из вида выражений (10), (12).

Пусть перед повторным экспонированием фотопластины матовый экран 1 (см. рис. 1) оказывается смещенным по оси z на величину $\Delta l = f_1' - f_1$. Тогда в используемом приближении для $\Delta l \ll f_1$ распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее второй экспозиции, в плоскости (x_2, y_2) принимает вид

$$\begin{aligned}
u_2'(x_2, y_2) \sim & \exp(ik\Delta l) \exp \left[-\frac{ik\Delta l}{2f_1^2} (x_2^2 + y_2^2) \right] \times \\
& \times \left\{ F(x_2, y_2) \otimes \exp \left[-\frac{ik(R - \Delta l)}{2f_1^2} (x_2^2 + y_2^2) \right] \right\}. \quad (13)
\end{aligned}$$

Следовательно, в результате подстановки (13) в (1) вместо $u_1(x_2, y_2)$ получим

$$\begin{aligned}
u_2'(x_3, y_3) \sim & \exp(ik\Delta l) t(-\mu x_3, -\mu y_3) \times \\
& \times \exp \left[\frac{ik\mu^2}{2(R - \Delta l)} (x_3^2 + y_3^2) \right] \otimes \\
& \otimes \exp \left[\frac{ik\mu^2}{2\Delta l} (x_3^2 + y_3^2) \right] \otimes P(x_3, y_3). \quad (14)
\end{aligned}$$

На основании выражений (3), (14) распределение комплексной амплитуды пропускания двухэкспозиционной голограммы, соответствующее (-1) -му порядку дифракции для $\Delta l \ll R$, определяется следующим значением:

$$\begin{aligned}
\tau'(x_3, y_3) \sim & \exp(-ikx_3 \sin \theta) \left\{ t(-\mu x_3, -\mu y_3) \times \right. \\
& \times \exp \left[\frac{ik\mu^2}{2R} (x_3^2 + y_3^2) \right] \otimes P(x_3, y_3) + \exp(ik\Delta l) \times \\
& \times t(-\mu x_3, -\mu y_3) \exp \left[\frac{ik\mu^2}{2R} (x_3^2 + y_3^2) \right] \exp \left[\frac{ik\mu^2 \Delta l}{2R^2} (x_3^2 + y_3^2) \right] \otimes \\
& \left. \otimes \exp \left[\frac{ik\mu^2}{2\Delta l} (x_3^2 + y_3^2) \right] \otimes P(x_3, y_3) \right\}. \quad (15)
\end{aligned}$$

Согласно (15) в плоскости голограммы совпадают субъективные спеклы двух экспозиций. При этом спеклы, соответствующие второй экспозиции, уширены до величины

$$P(x_3, y_3) \otimes \exp \left[\frac{ik\mu^2}{2\Delta l} (x_3^2 + y_3^2) \right].$$

Кроме того, в плоскости голограммы имеет место изменение по радиусу от оптической оси угла наклона спеклов, соответствующих второй экспозиции, причем знак угла наклона, зависящего от величины μ , R , изменяется на противоположный, когда матовый экран 1 (см. рис. 1) освещается излучением со сходящейся сферической волной. В свою очередь, как и в случае контроля поперечного перемещения рассеивателя, интерференционные картины, характеризующие продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, должны локализоваться в двух плоскостях: в плоскости, где совмещаются идентичные спеклы двух экспозиций, и в плоскости голограммы.

Если на стадии восстановления голограммы (см. рис. 2) в ней проводится пространственная фильтрация дифракционного поля и в пределах диаметра фильтрующего отверстия, центр которого имеет координаты x_{03} , 0, изменение фазы $k\mu^2\Delta l x_{03}^2/2R^2$ не превосходит π , то распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра принимает вид

$$u'(x_3, y_3) \sim p_0(x_3, y_3) \left\{ t(-\mu x_3 - \mu x_{03}, -\mu y_3) \times \right. \\ \times \exp\left\{ \frac{ik\mu^2}{2R} [(x_3 + x_{03})^2 + y_3^2] \right\} \otimes \\ \otimes P(x_3, y_3) + \exp(ik\Delta l) \exp\left(\frac{ik\mu^2\Delta l}{2R^2} x_{03}^2 \right) \times \\ \times t(-\mu x_3 - \mu x_{03}, -\mu y_3) \exp\left\{ \frac{ik\mu^2}{2R} [(x_3 + x_{03})^2 + y_3^2] \right\} \otimes \\ \left. \otimes \exp\left[\frac{ik\mu^2}{2\Delta l} (x_3^2 + y_3^2) \right] \otimes P(x_3, y_3) \right\}, \quad (16)$$

на основании которого после выполнения преобразования Фурье получим распределение комплексной амплитуды поля в задней фокальной плоскости (x_4, y_4) линзы L_3 (см. рис. 2) с фокусным расстоянием $f_3 = f_2$, т.е.

$$u'(x_4, y_4) \sim p(x_4, y_4) \left\{ \left[1 + \exp(ik\Delta l) \exp\left(\frac{ik\mu^2\Delta l}{2R^2} x_{03}^2 \right) \right] \times \right. \\ \times \exp\left[-\frac{ik\Delta l(x_4^2 + y_4^2)}{2f_1^2} \right] \left\{ \exp(-ik\mu x_{03} x_4/f_2) F(x_4, y_4) \otimes \right. \\ \left. \otimes \exp\left[-\frac{ikR}{2f_1^2} (x_4^2 + y_4^2) \right] \exp(ikx_{03} x_4/f_2) \otimes P_0(x_4, y_4) \right\} \left. \right\}. \quad (17)$$

Если в (17) период изменения функции $1 + \exp[-ik\Delta l(x_4^2 + y_4^2)/(2f_1^2)]$ хотя бы на порядок превосходит ширину функции $P_0(x_4, y_4)$, то распределение освещенности в плоскости регистрации 3 (см. рис. 2) определяется выражением

$$I'(x_4, y_4) \sim \left\{ 1 + \cos \left[k\Delta l + \frac{k\mu^2\Delta l}{2R^2} x_{03}^2 - \frac{k\Delta l(x_4^2 + y_4^2)}{2f_1^2} \right] \right\} \times \\ \times \left| p(x_4, y_4) \left\{ \exp\left(-\frac{ik\mu x_{03} x_4}{f_2} \right) F(x_4, y_4) \otimes \right. \right. \\ \left. \left. \otimes \exp(ikx_{03} x_4/f_2) \exp\left[-\frac{ikR}{2f_1^2} (x_4^2 + y_4^2) \right] \right\} \otimes P_0(x_4, y_4) \right|^2. \quad (18)$$

Из (18) следует, что в пределах изображения зрачка двухкомпонентной оптической системы (см. рис. 1) субъективная спекл-структура промодулирована полосами равного наклона — системой концентрических колец. При этом их радиусы не зависят от величины радиуса кривизны R . Кроме того, при смещении центра фильтрующего отверстия динамика поведения интерференционных колец состоит в том, что из-за слагаемого $k\mu^2\Delta l x_{03}^2/2R^2$ в (18) изменяется фаза интерференционной картины на π , когда центр фильтрующего отверстия перемещается, например, с минимума интерференционной полосы для интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, на ее максимальное значение.

Если на стадии восстановления голограммы пространственная фильтрация дифракционного поля выполняется в Фурье-плоскости (x_4, y_4) (см. рис. 3) и в пределах диаметра фильтрующего отверстия, центр которого имеет координаты x_{04} , 0, изменение фазы $k\Delta l x_{04}^2/2f_1^2$ не превосходит π , то распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра с учетом вышеуказанных положений принимает вид

$$u'(x_4, y_4) \sim p_0(x_4, y_4) \left\{ F(x_4 + x_{04}, y_4) \otimes \right. \\ \left. \otimes \exp\left[-\frac{ikR}{2f_1^2} [(x_4 + x_{04})^2 + y_4^2] \right] + \exp(ik\Delta l) \times \right. \\ \times \exp\left(-\frac{ik\Delta l x_{04}^2}{2f_1^2} \right) \left\{ F(x_4 + x_{04}, y_4) \otimes \right. \\ \left. \otimes \exp\left[-\frac{ik(R - \Delta l)}{2f_1^2} [(x_4 + x_{04})^2 + y_4^2] \right] \right\} \left. \right\}. \quad (19)$$

Тогда после выполнения преобразования Фурье на основании полученного таким образом распределения комплексной амплитуды поля в плоскости (x_5, y_5) (см. рис. 3) распределение освещенности в последней определяется выражением

$$I'(x_5, y_5) \sim \left\{ 1 + \cos \left[k\Delta l - \frac{k\Delta l x_{04}^2}{2f_1^2} + \frac{k\mu^2\Delta l(x_5^2 + y_5^2)}{2R^2} \right] \right\} \times \\ \times \left| t(\mu x_5, \mu y_5) \exp\left[\frac{ik\mu^2}{2R} (x_5^2 + y_5^2) \right] \exp(i2kx_{04} x_5/f_2) \otimes \right. \\ \left. \otimes P_0(x_5, y_5) \right|^2. \quad (20)$$

Согласно (20) в плоскости регистрации z (см. рис. 3) интерференционная картина в виде полос равного наклона модулирует в пределах изображения рассеивателя субъективную спекл-структуру. При этом радиусы интерференционных колец зависят от величин μ , R . Кроме того, при смещении центра фильтрующего отверстия динамика поведения интерференционных колец состоит в том, что из-за слагаемого $k\Delta x_{04}^2/2f_1^2$ в (20) изменяется фаза интерференционной картины на π , когда центр фильтрующего отверстия перемещается, например, с минимума интерференционной полосы для интерференционной картины, локализуемой в Фурье-плоскости, на ее максимальное значение.

Из вышеприведенного анализа формирования интерференционных картин, характеризующих продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, следует, что в отличие от [1, 2] интерференционная картина локализуется как в плоскости формирования изображения зрачка двухкомпонентной оптической системы, с помощью которой выполнялась запись голограммы, так и в плоскости последней.

В однокомпонентной оптической системе, которая строит действительное изображение рассеивателя при его освещении когерентным излучением со сферической волной, в Фурье-плоскости имеет место неоднородное смещение по радиусу от оптической оси спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к идентичным спеклам первой экспозиции. С одной стороны, это приводит к декорреляции дифрагирующих на голограмме волн двух экспозиций. С другой стороны, последующее преобразование Френеля для получения распределения комплексной амплитуды поля в плоскости голограммы приводит к неоднородному проявлению действия дефокусировки в ней на каждый индивидуальный спекл. Последнее обстоятельство с учетом свойств субъективных спеклов сопровождается специфичным перераспределением интенсивности в плоскости формирования изображения зрачка положительной линзы [1, 2], когда на стадии восстановления двухэкспозиционной голограммы выполняется в ней пространственная фильтрация дифракционного поля. Причем это неодинаковое проявление действия дефокусировки на каждый индивидуальный спекл имеет место и в случае освещения рассеивателя коллимированным пучком, когда дифрагирующие на голограмме волны двух экспозиций оказываются полностью коррелированными (в пределах всего пространства изображения рассеивателя), так как в Фурье-плоскости в таком случае одинаковы Фурье-образы комплексной амплитуды пропускания предмета для двух экспозиций.

В рассматриваемой двухкомпонентной оптической системе (см. рис. 1) распределение комплексной амплитуды поля в плоскости формирования изображения рассеивателя получается при выполнении двух линзовых преобразований Фурье. В результате этого отсутствует декорреляция дифрагирующих на голограмме волн двух экспозиций и дефокусировка проявляет одинаковое действие на каждый индивидуальный субъективный спекл

в плоскости формирования изображения рассеивателя. Эти два обстоятельства обеспечивают возможность локализации интерференционных картин, характеризующих продольное перемещение диффузно рассеивающей свет поверхности, в двух плоскостях. При этом в случае регистрации интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, чувствительность интерферометра зависит от радиуса кривизны сферической волны излучения, используемого для освещения рассеивателя. Причем освещение последнего коллимированным пучком сопровождается на стадии восстановления голограммы образованием в Фурье-плоскости «замороженных» интерференционных колец, регистрация которых не требует выполнения пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы. Кроме того, характерно отсутствие явления параллакса интерференционных колец при вышеуказанных условиях их регистрации, что следует из вида выражений (18), (20).

В эксперименте двухэкспозиционные голограммы сфокусированного изображения матового экрана записывались на фотопластинках типа Микрат-ВРЛ с использованием излучения He-Ne-лазера на длине волны 0,63 мкм. Изображение строилось с помощью положительной линзы L_1 с фокусным расстоянием $f_1 = 250$ мм, диаметром 55 мм и положительной линзы L_2 с фокусным расстоянием $f_2 = 220$ мм, диаметром 50 мм. Диаметр диафрагмы p (см. рис. 1) равнялся 25 мм, а диаметр освещенной области матового экрана составлял 35 мм. Угол между опорным пучком и нормалью к плоскости фотопластинки равнялся 10° . Методика экспериментальных исследований заключалась в сравнении результатов записи голограмм как для фиксированных значений поперечного перемещения рассеивателя $a = (0,03 \pm 0,002)$ мм, так и для продольного перемещения $\Delta l = (2 \pm 0,002)$ мм, причем различные радиусы кривизны сферической волны излучения, используемого для освещения матового экрана, выбирались в диапазоне $200 \leq |R| \leq \infty$.

В качестве примера на рис. 4 представлены интерференционные картины, локализуемые в плоскости голограммы и характеризующие поперечное перемещение рассеивателя. Метка в виде буквы «Т» была предварительно нанесена на матовый экран.

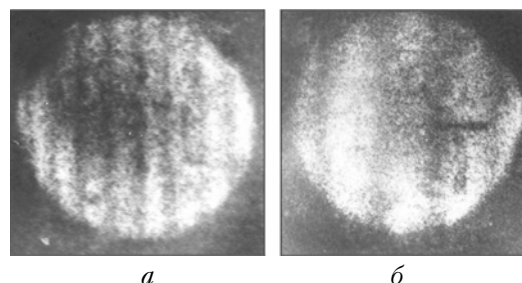


Рис. 4. Интерференционные картины: экран освещался излучением со сферической расходящейся (а) и сферической сходящейся (б) волнами

Интерференционные картины регистрировались при проведении пространственной фильтрации

дифракционного поля в задней фокальной плоскости положительной линзы L_3 (см. рис. 3) с фокусным расстоянием 300 мм, диаметром 90 мм и диаметром 2 мм фильтрующего отверстия. При этом рис. 4,а относится к случаю освещения рассеивателя на стадии записи двухэкспозиционной голограммы излучением с расходящейся сферической волной радиусом кривизны $R = 200$ мм, а рис. 4,б — со сходящейся с $R = 400$ мм. В этих двух случаях, как и в последующих, связанных с изменением величины и знака радиуса кривизны, проводилось измерение периодов интерференционных полос и они соответствовали $\Delta x_5 = \lambda |R|/\mu a$ с точностью до ошибки (10%), допускаемой в эксперименте. Кроме того, во всех случаях двухэкспозиционной записи голограммы для определения величины поперечного перемещения рассеивателя интерференционная картина (рис. 5,а), локализуемая в плоскости изображения зрачка двухкомпонентной оптической системы (см. рис. 1), имела одну и ту же частоту интерференционных полос $\Delta x_4 = \lambda f_1/a$.

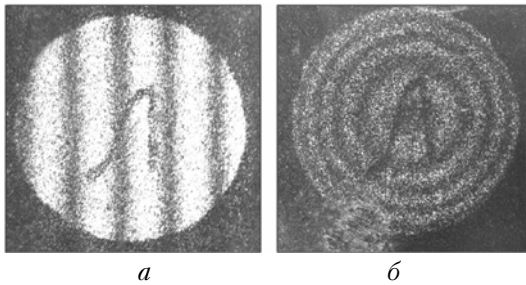


Рис. 5. Интерференционные картины, локализующиеся в Фурье-плоскости и характеризующие: а — поперечное, б — продольное перемещение рассеивателя

Метка в виде буквы «Л» была предварительно нанесена на тонкую стеклянную пластину, которая находилась в плоскости (x_2, y_2) (см. рис. 1). Регистрация интерференционной картины (см. рис. 5,а) осуществлялась согласно рис. 2 при выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы путем ее восстановления малоапертурным (≈ 2 мм) лазерным пучком. При этом в случае освещения рассеивателя на стадии записи голограммы коллимированным пучком для регистрации интерференционной картины, локализующейся в Фурье-плоскости, отсутствовала необходимость в выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля.

Интерференционные картины на рис. 6 локализируются в плоскости голограммы и характеризуют продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности. Их регистрация проводилась подобно регистрации интерференционных картин, характеризующих поперечное перемещение рассеивателя и локализующихся в плоскости голограммы. При этом рис. 6,а относится к случаю освещения матового экрана 1 (см. рис. 1) излучением с расходящейся сферической волной радиусом кривизны $R = 250$ мм, а рис. 6,б — со сходящейся с $R = 360$ мм. В этих двух случаях, как и в последующих, связанных с изменением величины и знака

радиуса кривизны, проводилось измерение радиусов интерференционных колец в соседних порядках интерференции, и на их основании для известных величин $\lambda, \mu, |R|$ в (20) определялась величина продольного перемещения рассеивателя, которая соответствует вышеуказанной величине $\Delta l = 2$ мм с точностью до ошибки (10%), допускаемой в эксперименте.

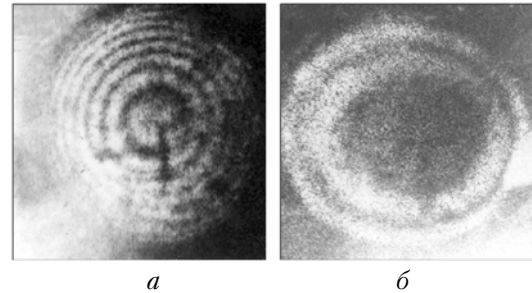


Рис. 6. Интерференционные картины: матовый экран освещался излучением со сферической расходящейся (а) и сферической сходящейся (б) волнами

При выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы, как в случае контроля поперечного перемещения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, в дальней зоне дифракции локализуется интерференционная картина, соответствующая рис. 5,б. При этом сохраняется разность квадратов радиусов интерференционных колец в соседних порядках интерференции, когда на стадии записи голограмм матовый экран 1 (см. рис. 1) освещался излучением со сферической волной с разной величиной ее радиуса кривизны и знака, что следует из (18), где для фиксированных величин $\lambda, \Delta l$ радиусы интерференционных колец зависят от фокусного расстояния f_1 . Кроме того, в случае освещения рассеивателя коллимированным пучком отсутствовала необходимость в выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы.

Рассмотрим двухэкспозиционную запись голограммы сфокусированного изображения для контроля поперечного или продольного перемещения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности с учетом дифракционной ограниченности поля апертурными диафрагмами p_1, p_2 соответственно линз L_1, L_2 (рис. 7).

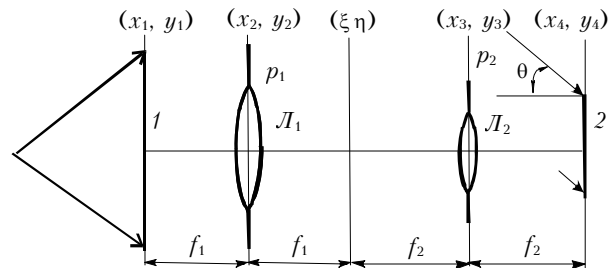


Рис. 7. Схема записи голограммы сфокусированного изображения рассеивателя: 1 — матовый экран; 2 — фотопластинка; L_1, L_2 — положительные линзы; p_1, p_2 — апертурные диафрагмы

На основании [8, 9] в используемом параболическом приближении распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее первой экспозиции, в предметном канале в плоскости (x_4, y_4) запишем в виде

$$u_1(x_4, y_4) \sim \left[\exp \frac{ik}{2f_2} (x_4^2 + y_4^2) \right] \left\{ \exp \left[-\frac{ik(x_4^2 + y_4^2)}{2f_2} \right] \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u_1(\xi, \eta) \exp[-ik(\xi x_4 + \eta y_4)/f_2] d\xi d\eta \otimes P_2(x_4, y_4) \right\}, \quad (21)$$

где $P_2(x_4, y_4)$ – Фурье-образ функции $p_2(x_3, y_3)$ зрачка линзы L_2 с пространственными частотами $x_4/\lambda f_2, y_4/\lambda f_2$;

$$u_1(\xi, \eta) \sim \exp \left[\frac{ik(\xi^2 + \eta^2)}{2f_1} \right] \times \left\{ \exp \left[\frac{-ik(\xi^2 + \eta^2)}{2f_1} \right] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x_1, y_1) \exp \left[\frac{ik}{2R} (x_1^2 + y_1^2) \right] \times \exp[-ik(x_1 \xi + y_1 \eta)/f_1] dx_1 dy_1 \otimes P_1(\xi, \eta) \right\}; \quad (22)$$

$P_1(\xi, \eta)$ – Фурье-образ функции $p_1(x_2, y_2)$ зрачка линзы L_1 с пространственными частотами $\xi/\lambda f_1, \eta/\lambda f_1$.

Если, как и в [8, 9], в пределах области существования функции $P_2(x_4, y_4)$ изменение фазы сферической волны с радиусом кривизны f_2 не превосходит π , то это условие будет выполняться в плоскости (x_4, y_4) в пределах области диаметром $D_2 \leq d_2$, где d_2 – диаметр зрачка линзы L_2 . Тогда в результате подстановки (22) в (21) получим

$$u_1(x_4, y_4) \sim P_2(x_4, y_4) \otimes \exp \left[-\frac{ik\mu(x_4^2 + y_4^2)}{2f_2} \right] \otimes p_1(\mu x_4, \mu y_4) \left\{ \exp \left[\frac{ik\mu}{2f_2} (x_4^2 + y_4^2) \right] \otimes t(-\mu x_4, -\mu y_4) \exp \left[\frac{ik\mu^2}{2R} (x_4^2 + y_4^2) \right] \right\}. \quad (23)$$

Воспользуемся в выражении (23) интегральным представлением операции свертки, в результате которого оно принимает вид

$$u_1(x_4, y_4) \sim P_2(x_4, y_4) \otimes \exp \left[-\frac{ik\mu(x_4^2 + y_4^2)}{2f_2} \right] \left\{ P_1(x_4, y_4) \otimes \exp \left[\frac{ik\mu}{2f_2} (x_4^2 + y_4^2) \right] t(-\mu x_4, -\mu y_4) \exp \left[\frac{ik\mu^2}{2R} (x_4^2 + y_4^2) \right] \right\}, \quad (24)$$

где $P_1(x_4, y_4)$ – Фурье-образ функции $p_1(x_2, y_2)$ с пространственными частотами $x_4/\lambda f_2, y_4/\lambda f_2$.

Если в пределах области существования функции $P_1(x_4, y_4)$ изменение фазы сферической волны с радиусом кривизны f_2/μ не превосходит π , то это условие будет выполняться в плоскости (x_4, y_4) в пределах области диаметром $D_1 \leq d_1/\mu$, где d_1 – диаметр зрачка линзы L_1 . Тогда распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее первой экспозиции, в предметном канале в плоскости фотопластинки в пределах перекрытия вышеуказанных областей определяется выражением

$$u_1(x_4, y_4) \sim t(-\mu x_4, -\mu y_4) \times \exp \left[\frac{ik\mu^2}{2R} (x_4^2 + y_4^2) \right] \otimes P_1(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4), \quad (25)$$

из которого следует, что каждая точка пространственно ограниченного изображения рассеивателя ширины до величины, определяемой шириной функции $P_1(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4)$, которая соответствует размеру субъективного спекла в плоскости голограммы.

Когда перед повторным экспонированием фотопластинки осуществляется поперечное перемещение матового экрана 1 (см. рис. 7), то распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее второй экспозиции, в предметном канале в плоскости (x_4, y_4) принимает вид

$$u_2(x_4, y_4) \sim \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u_2(\xi, \eta) \exp[-ik(\xi x_4 + \eta y_4)/f_2] d\xi d\eta \otimes P_2(x_4, y_4), \quad (26)$$

где

$$u_2(\xi, \eta) \sim \exp \left[\frac{ik(\xi^2 + \eta^2)}{2f_1} \right] \exp(ika\xi/f_1) \times \left\{ \exp \left[\frac{-ik(\xi^2 + \eta^2)}{2f_1} \right] \left[F(\xi, \eta) \otimes \exp(-ika\xi/f_1) \right] \times \exp \left[-\frac{ikR(\xi^2 + \eta^2)}{2f_1^2} \right] \otimes \exp(-ika\xi/f_1) P_1(\xi, \eta) \right\}; \quad (27)$$

$F(\xi, \eta)$ – Фурье-образ функции $t(x_1, y_1)$ с пространственными частотами $\xi/\lambda f_1, \eta/\lambda f_1$.

В результате подстановки (27) в (26) получим

$$u_2(x_4, y_4) \sim P_2(x_4, y_4) \otimes \exp \left\{ -\frac{ik\mu}{2f_2} [(x_4 - a/\mu)^2 + y_4^2] \right\} \otimes p_1(\mu x_4 + a, \mu y_4) \left\{ \exp \left[\frac{ik\mu}{2f_2} (x_4^2 + y_4^2) \right] \otimes t(-\mu x_4, -\mu y_4) \exp \left\{ \frac{ik\mu^2}{2R} [(x_4 + a/\mu)^2 + y_4^2] \right\} \right\}.$$

Так как, например [10]:

$$\exp\left[\frac{ik\mu}{2f_2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes \exp\left[-\frac{ik\mu}{2f_2}(x_4^2 + y_4^2)\right] = \delta(x_4, y_4),$$

где $\delta(x_4, y_4)$ — дельта-функция Дирака, то интегральное представление операции свертки обеспечивает возможность доказательства выполнения следующих тождеств:

$$\begin{aligned} & \exp\left\{-\frac{ik\mu}{2f_2}[(x_4 - a/\mu)^2 + y_4^2]\right\} \otimes \\ & \otimes \exp\left[\frac{ik\mu}{2f_2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes P_2(x_4, y_4) = P_2(x_4 - a/\mu, y_4), \quad (28) \\ & \exp\left[-\frac{ik\mu}{2f_2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes p_1(\mu x_4 + a, \mu y_4) \times \\ & \times \left\{ \exp\left[\frac{ik\mu(x_4^2 + y_4^2)}{2f_2}\right] \otimes t(-\mu x_4, -\mu y_4) \times \right. \\ & \times \exp\left\{\frac{ik\mu^2}{2R}[(x_4 + a/\mu)^2 + y_4^2]\right\} \Big\} = \\ & = \exp\left\{-\frac{ik\mu}{2f_2}[(x_4 + a)^2 + y_4^2]\right\} \times \\ & \times \left\{ P_1(x_4, y_4) \otimes \exp\left[\frac{ik\mu}{2f_2}[(x_4 + a)^2 + y_4^2]\right] \times \right. \\ & \times \left. t(-\mu x_4, -\mu y_4) \exp\left\{\frac{ik\mu^2}{2R}[(x_4 + a/\mu)^2 + y_4^2]\right\} \right\}, \quad (29) \end{aligned}$$

на основании которых распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее второй экспозиции, в предметном канале в плоскости (x_4, y_4) в пределах перекрытия областей с диаметрами D_1, D_2 , с учетом малости величины a , определяется выражением

$$\begin{aligned} u_2(x_4, y_4) \sim t(-\mu x_4, -\mu y_4) \exp\left\{\frac{ik\mu^2}{2R}[(x_4 + a/\mu)^2 + y_4^2]\right\} \otimes \\ \otimes P_1(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4 - a/\mu, y_4). \quad (30) \end{aligned}$$

При условии выполнения записи двухэкспозиционной голограммы на линейном участке кривой почернения фотоматериала распределение комплексной амплитуды ее пропускания, соответствующее (-1) -му порядку дифракции, на основании выражений (25), (30) принимает вид

$$\begin{aligned} \tau(x_4, y_4) \sim \exp(-ikx_4 \sin \theta) \{ t(-\mu x_4, -\mu y_4) \times \\ \times \exp\left[\frac{ik\mu^2}{2R}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes P_1(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4) + \\ + t(-\mu x_4, -\mu y_4) \exp\left\{\frac{ik\mu^2}{2R}[(x_4 + a/\mu)^2 + y_4^2]\right\} \otimes \\ \otimes P_1(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4 - a/\mu, y_4) \}. \quad (31) \end{aligned}$$

Из (31) следует, что в плоскости голограммы субъективные спеклы, соответствующие второй экспозиции, смещены в направлении, противоположном направлению перемещения рассеивателя. Кроме того, они имеют наклон по отношению к идентичным спеклам, соответствующим первой экспозиции, причем знак угла наклона изменяется на противоположный, когда матовый экран 1 (см. рис. 7) освещается когерентным излучением со сходящейся сферической волной.

Если на стадии восстановления голограммы в ее плоскости на оптической оси проводится согласно рис. 2 (здесь и в дальнейшем необходимо будет учитывать замену в обозначениях плоскостей: (x_3, y_3) на (x_4, y_4) , (x_4, y_4) на (x_5, y_5)) пространственная фильтрация дифракционного поля и в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы $k\mu a x_4/R$ не превосходит π , то распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра определяется выражением

$$\begin{aligned} u(x_4, y_4) \sim p_0(x_4, y_4) \left\{ t(-\mu x_4, -\mu y_4) \exp\left[\frac{ik\mu^2}{2R}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes \right. \\ \otimes P_1(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4) + \exp\left(\frac{ika^2}{2R}\right) t(-\mu x_4, -\mu y_4) \times \\ \times \exp\left[\frac{ik\mu^2}{2R}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes \exp(-ik\mu a x_4/R) \times \\ \times \left. P_1(x_4, y_4) \otimes \exp(-ik\mu a x_4/R) P_2(x_4 - a/\mu, y_4) \right\}. \quad (32) \end{aligned}$$

На основании (32) после выполнения преобразования Фурье для получения распределения комплексной амплитуды поля в задней фокальной плоскости линзы L_3 (см. рис. 2) с фокусным расстоянием $f_3 = f_2$ распределение освещенности в ней в пределах перекрытия функций

$$p_1(x_5, y_5) p_2(x_5, y_5), \quad p_1\left(x_5 + a \frac{f_1}{R}, y_5\right) p_2\left(x_5 + a \frac{f_1}{R}, y_5\right)$$

принимает вид

$$\begin{aligned} I(x_5, y_5) \sim \left[1 + \cos\left(\frac{ka^2}{2R} + \frac{kax_5}{f_1}\right) \right] \times \\ \times \left| p_1(x_5, y_5) p_2(x_5, y_5) \left\{ F(x_5, y_5) \otimes \exp\left[-\frac{ikR}{2f_1^2}(x_5^2 + y_5^2)\right] \right\} \otimes \right. \\ \left. \otimes P_0(x_5, y_5) \right|^2, \quad (33) \end{aligned}$$

где $F(x_5, y_5)$ — Фурье-образ функции $t(-\mu x_4, -\mu y_4)$ с пространственными частотами $x_5/\lambda f_2, y_5/\lambda f_2$.

Из (33) следует, что с учетом малости смещения изображений зрачков линз L_1, L_2 (см. рис. 7) субъективная спекл-структура промодулирована в пределах перекрытия функций $p_1(x_5, y_5), p_2(x_5, y_5)$

периодически изменяющимися на оси x интерференционными полосами с периодом повторения $\Delta x_5 = \lambda f_1/a$, который не зависит от величины радиуса кривизны сферической волны излучения, используемого для освещения рассеивателя на стадии записи голограммы.

Если на стадии восстановления голограммы пространственная фильтрация дифракционного поля выполняется на оптической оси в Фурье-плоскости (см. рис. 3) (где здесь и в дальнейшем необходимо будет учитывать замену в обозначениях плоскостей: (x_3, y_3) на (x_4, y_4) , (x_4, y_4) на (x_5, y_5) , (x_5, y_5) на (x_6, y_6)) и в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы $ka x_4/f_1$ не превосходит π , то при условии отсутствия пространственной ограниченности поля из-за конечного размера апертуры линзы L_3 распределение его комплексной амплитуды на выходе фильтрующего отверстия определяется выражением

$$u(x_5, y_5) \sim p_0(x_5, y_5) \times \left\{ F(x_5, y_5) \otimes \exp\left[-\frac{ikR}{2f_1^2}(x_5^2 + y_5^2)\right] + F(x_5, y_5) \otimes \exp\left[ika x_5/f_1\right] \exp\left[-\frac{ikR}{2f_1^2}(x_5^2 + y_5^2)\right] \right\}, \quad (34)$$

где $p_0(x_5, y_5)$ – функция пропускания пространственного фильтра.

На основании (34) для фокусного расстояния f_4 линзы L_4 (см. рис. 3), равной f_2 , после выполнения преобразования Фурье для получения таким образом распределения комплексной амплитуды поля в плоскости формирования изображения голограммы распределение освещенности в ней принимает вид

$$I(x_6, y_6) \sim \left[1 + \cos\left(\frac{ka^2}{2R} - \frac{k\mu}{R} a x_6\right) \right] \times \left| t(\mu x_6, \mu y_6) \exp\left[\frac{ik\mu^2}{2R}(x_6^2 + y_6^2)\right] \otimes P_0(x_6, y_6) \right|^2, \quad (35)$$

где $P_0(x_6, y_6)$ – Фурье-образ функции $p_0(x_5, y_5)$ пропускания пространственного фильтра с пространственными частотами $x_6/\lambda f_2$, $y_6/\lambda f_2$.

Согласно (35) в пределах пространственно ограниченного в рассматриваемом случае изображения рассеивателя интерференционная картина в виде периодически чередующихся на оси x интерференционных полос модулирует субъективную спекл-структуру. При этом период $\Delta x_6 = \lambda|R|/\mu a$ интерференционных полос зависит от увеличения двухкомпонентной оптической системы на рис. 7 и радиуса R кривизны сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения рассеивателя на стадии записи голограммы. Кроме того, как и в случае формирования изображения диффузно рассеивающей свет плоской поверхности согласно рис. 1, чувствительность интерферометра не зависит

от знака радиуса кривизны, и при $R = \infty$ в дальней зоне дифракции образуются «замороженные» интерференционные полосы, регистрация которых в Фурье-плоскости не требует выполнения пространственной фильтрации дифракционного поля.

Пусть перед повторным экспонированием фотопластины матовой экран l (см. рис. 7) оказывается смещенным по оси z на величину $\Delta l = f'_1 - f_1$. Тогда в используемом приближении распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее второй экспозиции, в частотной плоскости (ξ, η) (см. рис. 7) определяется выражением

$$u'_2(\xi, \eta) \sim \exp(ik\Delta l) \exp\left[\frac{ik}{2f_1}(\xi^2 + \eta^2)\right] \times \left\{ \exp\left[-\frac{ik(f_1 + \Delta l)}{2f_1^2}(\xi^2 + \eta^2)\right] \times \left\{ F(\xi, \eta) \otimes \exp\left[-\frac{ik(R - \Delta l)}{2f_1^2}(\xi^2 + \eta^2)\right] \right\} \otimes P_1(\xi, \eta) \right\}. \quad (36)$$

Так как в пределах субъективного спекла в плоскости (ξ, η) , определяемого шириной функции $P_1(\xi, \eta)$, равной $\approx \lambda f_1/d_1$, изменение фазы сферической волны с радиусом кривизны $f_1^2/\Delta l$ не превосходит π в пределах области $d_1 f_1/\Delta l$, диаметр которой значительно превышает d_1 для $\Delta l \ll f_1$, то в (36) можно вынести множитель $\exp[-ik\Delta l(\xi^2 + \eta^2)/2f_1^2]$ из-под знака интеграла свертки. Тогда в результате подстановки (36) в (21) вместо $u_1(\xi, \eta)$ получим распределение комплексной амплитуды поля в плоскости (x_4, y_4) в пределах области диаметром D_2 в виде

$$u'_2(x_4, y_4) \sim P_2(x_4, y_4) \otimes \exp\left[\frac{ik\mu^2}{2\Delta l}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes \exp\left[-\frac{ik\mu}{2f_2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes p_1(\mu x_4, \mu y_4) \left\{ \exp\left[\frac{ik\mu}{2f_2}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes t(-\mu x_4, -\mu y_4) \exp\left[\frac{ik\mu^2}{2(R - \Delta l)}(x_4^2 + y_4^2)\right] \right\} \exp(ik\Delta l). \quad (37)$$

В свою очередь на основании интегрального представления операции свертки в (37) распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее второй экспозиции, в предметном канале в плоскости фотопластины 2 (см. рис. 7) в пределах перекрытия областей с диаметрами D_1, D_2 определяется выражением

$$u'_2(x_4, y_4) \sim \exp(ik\Delta l) t(-\mu x_4, -\mu y_4) \exp\left[\frac{ik\mu^2}{2(R - \Delta l)}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes \exp\left[\frac{ik\mu^2}{2\Delta l}(x_4^2 + y_4^2)\right] \otimes P_1(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4). \quad (38)$$

При условии выполнения двухэкспозиционной записи голограммы на линейном участке кривой почернения фотоматериала распределение комплексной амплитуды ее пропускания, соответствующее (-1) -му порядку дифракции, для $\Delta l \ll R$ на основании (25), (38) принимает вид

$$\begin{aligned} \tau'(x_4, y_4) &\sim \exp(-ikx_4 \sin \theta) \times \\ &\times \left\{ t(-\mu x_4, -\mu y_4) \exp \left[\frac{ik\mu^2(x_4^2 + y_4^2)}{2R} \right] \otimes \right. \\ &\otimes P_1(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4) + \exp(ik\Delta l) t(-\mu x_4, -\mu y_4) \times \\ &\times \exp \left[\frac{ik\mu^2(x_4^2 + y_4^2)}{2R} \right] \exp \left[\frac{ik\mu^2 \Delta l (x_4^2 + y_4^2)}{2R^2} \right] \otimes \\ &\left. \otimes \exp \left[\frac{ik\mu^2(x_4^2 + y_4^2)}{2\Delta l} \right] \otimes P_1(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4) \right\}. \quad (39) \end{aligned}$$

Из (39) следует, что в плоскости голограммы совпадают субъективные спеклы двух экспозиций. При этом спеклы, соответствующие второй экспозиции, уширены до величины

$$P_1(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4) \otimes \left[\exp \frac{ik\mu^2}{2\Delta l} (x_4^2 + y_4^2) \right].$$

Кроме того, в плоскости голограммы имеет место изменение по радиусу от оптической оси угла наклона спеклов, соответствующих второй экспозиции, причем знак угла наклона, зависящего от величин μ , R , изменяется на противоположный, когда матовый экран 1 (см. рис. 7) освещается излучением со сходящейся сферической волной.

Если на стадии восстановления голограммы согласно рис. 2 в ее плоскости на оптической оси проводится пространственная фильтрация дифракционного поля и в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы $k\mu^2 \Delta l (x_4^2 + y_4^2) / 2R^2$ не превосходит π , то распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра определяется выражением

$$\begin{aligned} u'(x_4, y_4) &\sim p_0(x_4, y_4) \left\{ t(-\mu x_4, -\mu y_4) \exp \left[\frac{ik\mu^2}{2R} (x_4^2 + y_4^2) \right] \otimes \right. \\ &\left. \otimes P_1(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4) \left\{ 1 + \exp(ik\Delta l) \exp \left[\frac{ik\mu^2}{2\Delta l} (x_4^2 + y_4^2) \right] \right\} \right\}, \quad (40) \end{aligned}$$

на основании которого после выполнения преобразования Фурье для определения распределения комплексной амплитуды поля в задней фокальной плоскости линзы L_3 (см. рис. 2) с фокусным расстоянием $f_3 = f_2$ распределение освещенности в ней принимает вид

$$\begin{aligned} I'(x_5, y_5) &\sim \left\{ 1 + \cos \left[k\Delta l - \frac{k\Delta l (x_5^2 + y_5^2)}{2f_1^2} \right] \right\} \times \\ &\times \left| p_1(x_5, y_5) p_2(x_5, y_5) \left\{ F(x_5, y_5) \otimes \exp \left[-\frac{ikR}{2f_1^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \right\} \otimes \right. \\ &\left. \otimes P_0(x_5, y_5) \right|^2. \quad (41) \end{aligned}$$

Из (41) следует, что в пределах перекрытия изображений зрачков линз L_1, L_2 (см. рис. 7) субъективная спекл-структура промодулирована полосами равного наклона — системой концентрических колец. При этом их радиусы не зависят от величины радиуса кривизны сферической волны излучения, используемого для освещения рассеивателя на стадии записи голограммы.

Если на стадии восстановления голограммы пространственная фильтрация дифракционного поля выполняется на оптической оси в Фурье-плоскости (см. рис. 3) и в пределах диаметра фильтрующего отверстия изменение фазы $k\Delta l (x_5^2 + y_5^2) / 2f_1^2$ не превосходит π , то при условии отсутствия пространственной ограниченности поля из-за конечных размеров апертуры линзы L_3 распределение его комплексной амплитуды на выходе фильтрующего отверстия определяется выражением

$$\begin{aligned} u'(x_5, y_5) &\sim p_0(x_5, y_5) \left\{ F(x_5, y_5) \otimes \exp \left[-\frac{ikR}{2f_1} (x_5^2 + y_5^2) \right] + \right. \\ &\left. + \exp(ik\Delta l) F(x_5, y_5) \otimes \exp \left[-\frac{ik(R-\Delta l)}{2f_1^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \right\}. \quad (42) \end{aligned}$$

Тогда после выполнения преобразования Фурье, считая что фокусное расстояние линзы L_4 (см. рис. 3) равно f_2 , на основании полученного таким образом распределения комплексной амплитуды поля в плоскости формирования изображения голограммы распределение освещенности в ней принимает вид

$$\begin{aligned} I'(x_6, y_6) &\sim \left\{ 1 + \cos \left[k\Delta l + \frac{k\mu^2 \Delta l (x_6^2 + y_6^2)}{2R^2} \right] \right\} \times \\ &\times \left| t(\mu x_6, \mu y_6) \exp \left[\frac{ik\mu^2}{2R} (x_6^2 + y_6^2) \right] \otimes P_0(x_6, y_6) \right|^2. \quad (43) \end{aligned}$$

Согласно (43) в плоскости регистрации 3 (см. рис. 3) интерференционная картина в виде полос равного наклона модулирует в пределах пространственно ограниченного в рассматриваемом случае изображения рассеивателя субъективную спекл-структуру с размером спекла, определяемого шириной функции $P_0(x_6, y_6)$. При этом радиусы интерференционных колец зависят от величин μ , R . Кроме того, при $R = \infty$ в дальней зоне дифракции образуются «замороженные» интерференционные полосы (концентрические кольца), регистрация которых в Фурье-плоскости не требует выполнения

пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы.

Из вышеприведенного анализа формирования интерференционных картин, характеризующих поперечное или продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности, следует их локализация в двух плоскостях, что приводит к разной чувствительности интерферометра. С одной стороны, интерференционная картина локализуется в дальней зоне дифракции (плоскости Фурье), где совпадают идентичные спеклы двух экспозиций. С другой стороны, наличие угла наклона субъективных спеклов, соответствующих второй экспозиции, по отношению к спеклам первой экспозиции в плоскости голограммы, постоянного в случае контроля поперечного перемещения рассеивателя и изменяющегося по радиусу от оптической оси в случае контроля продольного перемещения, обуславливает локализацию интерференционных картин в плоскости голограммы. В результате этого только путем выполнения пространственной фильтрации дифракционного поля в соответствующих плоскостях локализации можно обеспечить однозначное определение чувствительности интерферометра к перемещениям рассеивателя.

В эксперименте диаметры зрачков линз L_1 , L_2 (см. рис. 7), которые использовались для формирования изображения матового экрана 1, составляли 25 мм, а фиксированная величина поперечного или продольного перемещения рассеивателя перед повторным экспонированием фотопластинки соответствовала вышеуказанным значениям: $a = (0,03 \pm 0,002)$ мм, $\Delta l = (2 \pm 0,002)$ мм.

В качестве примера на рис. 8, а представлена интерференционная картина, локализуемая в Фурье-плоскости и характеризующая поперечное перемещение матового экрана. Ее регистрация выполнялась при восстановлении голограммы на оптической оси с помощью малоапертурного (≈ 2 мм) лазерного пучка. Метка в виде цифры «1» была предварительно нанесена слева на боковую поверхность линзы L_1 (рис. 8), а справа на боковую поверхность линзы L_2 — метка в виде цифры «2».

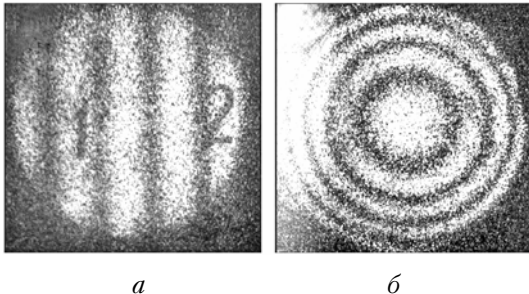


Рис. 8. Интерференционные картины, локализуемые в Фурье-плоскости и характеризующие поперечное (а) и продольное (б) перемещения рассеивателя

При этом частота интерференционных полос оставалась неизменной при изменении как величины, так и знака радиуса кривизны сферической волны

когерентного излучения, используемого для освещения рассеивателя на стадии записи голограммы. Кроме того, определенная по результатам измерения периода Δx_5 интерференционных полос величина поперечного перемещения $a = \lambda f_1 / \Delta x_5$ матового экрана соответствует вышеуказанной величине с точностью до ошибки (10%), допускаемой в эксперименте. Выполнение пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы вне оптической оси, когда центр фильтрующего отверстия имеет координаты $x_{04}, 0$, приводит с учетом пространственно ограниченного изображения рассеивателя к распределению его комплексной амплитуды на выходе пространственного фильтра в виде

$$\begin{aligned}
 u(x_4, y_4) \sim & p_0(x_4, y_4) \left\{ t(-\mu x_4 - \mu x_{04}, -\mu y_4) \times \right. \\
 & \times \exp \left\{ \frac{ik\mu^2}{2R} [(x_4 + x_{04})^2 + y_4^2] \right\} \otimes \exp(-ikx_{04} x_4 / f_2) \times \\
 & \times P_1(x_4, y_4) \otimes \exp(ikx_{04} x_4 / f_2) P_2(x_4, y_4) + \\
 & + \exp(ika^2 / 2R) \exp(ik\mu a x_{04} / R) t(-\mu x_4 - \mu x_{04}, -\mu y_4) \times \\
 & \times \exp \left\{ \frac{ik\mu^2}{2R} [(x_4 + x_{04})^2 + y_4^2] \right\} \otimes \exp(-ik\mu a x_4 / R) \times \\
 & \times \exp(-ikx_{04} x_4 / f_2) P_1(x_4, y_4) \otimes \exp(-ik\mu a x_4 / R) \times \\
 & \left. \times \exp(ikx_{04} x_4 / f_2) P_2(x_4, y_4) \right\}, \quad (44)
 \end{aligned}$$

следовательно, в задней фокальной плоскости линзы L_3 (см. рис. 2) распределение комплексной амплитуды поля определяется выражением

$$\begin{aligned}
 u(x_5, y_5) \sim & \left\{ F(x_5, y_5) \exp(-ik\mu x_{04} x_5 / f_2) \otimes \right. \\
 & \left. \otimes \exp \left[-\frac{ikR}{2f_1^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \exp(ikx_{04} x_5 / f_2) \right\} \times \\
 & \times \left\{ p_1(x_5 + x_{04}, y_5) p_2(x_5 - x_{04}, y_5) + p_1 \left(x_5 + x_{04} + \frac{f_1}{R} a, y_5 \right) \times \right. \\
 & \left. \times p_2 \left(x_5 - x_{04} + \frac{f_1}{R} a, y_5 \right) \exp \left[i \left(\frac{ka^2}{R} - \frac{k\mu a x_{04}}{R} + \frac{kax_5}{f_1} \right) \right] \right\} \otimes \\
 & \otimes P_0(x_5, y_5). \quad (45)
 \end{aligned}$$

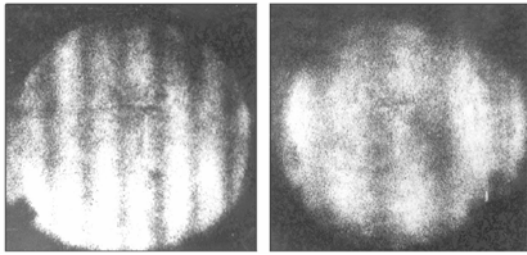
Если в (45) период изменения функции $1 + \exp(ika x_5 / f_1)$ хотя бы на порядок превосходит ширину функции $P_0(x_5, y_5)$, определяющей размер субъективного спекла в Фурье-плоскости, то с учетом малости величины af_1 / R распределение освещенности в ней принимает вид

$$I(x_5, y_5) \sim \left[1 + \cos \left(\frac{ka^2}{2R} - \frac{k\mu a x_{04}}{R} + \frac{kax_5}{f_1} \right) \right] \times \left| p_1(x_5 + x_{04}, y_5) p_2(x_5 - x_{04}, y_5) \times \left\{ F(x_5, y_5) \exp(-ik\mu x_{04} x_5 / f_2) \otimes \exp \left[-\frac{ikR}{2f_1^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \exp(ikx_{04} x_5 / f_2) \right\} \otimes P_0(x_5, y_5) \right|^2. \quad (46)$$

Из (46) следует, что в пределах перекрытия изображений зрачков линз L_1, L_2 субъективная спекл-структура промодулирована периодически чередующимися на оси x интерференционными полосами. При этом динамика их поведения при смещении центра фильтрующего отверстия на оси x аналогична динамике поведения интерференционных полос, которая имеет место в случае формирования изображения рассеивателя согласно рис. 1. Кроме того, в обоих случаях наблюдается параллакс интерференционных полос. Последнее следует из вида выражения (46).

Интерференционные картины на рис. 9 характеризуют поперечное перемещение рассеивателя и локализуются в плоскости голограммы.

Их регистрация выполнялась при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля на оптической оси в Фурье-плоскости с диаметром 2 мм фильтрующего отверстия. При этом рис. 9,а относится к случаю освещения матового экрана 1 (см. рис. 7) когерентным излучением с расходящейся сферической волной радиусом кривизны $R = 200$ мм, а рис. 9,б — со сходящейся с $R = 330$ мм.



а б

Рис. 9. Интерференционные картины: экран освещался излучением со сферической расходящейся (а) и сферической сходящейся (б) волнами

Как в этих двух случаях, так и в других, связанных с изменением как величины, так и знака радиуса кривизны, проводилось измерение периодов интерференционных полос, и они соответствующим образом зависят от величины $\Delta x_6 = \lambda |R| / \mu a$ с точностью до ошибки (10%), допускаемой в эксперименте.

Для анализа проведения пространственной фильтрации дифракционного поля в Фурье-плоскости вне оптической оси необходимо определить в ней его распределение при условии отсутствия дифракционной ограниченности поля из-за ко-

нечных размеров апертуры линзы L_3 (см. рис. 3). На основании выражения (21) получим

$$u_1(x_5, y_5) \sim \exp \left[-\frac{ik}{2f_2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \otimes p_2(x_5, y_5) \left\{ \exp \left[\frac{ik}{2f_2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \otimes g(x_5, y_5) \right\}, \quad (47)$$

где

$$g(x_5, y_5) \sim \exp \left[\frac{ik}{2f_1} (x_5^2 + y_5^2) \right] \left\{ \exp \left[-\frac{ik}{2f_1} (x_5^2 + y_5^2) \right] \times \left\{ F'(-x_5, -y_5) \otimes \exp \left[-\frac{ikR}{2f_1^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \right\} \otimes P_1'(x_5, y_5) \right\};$$

$F'(x_5, y_5), P_1'(x_5, y_5)$ — Фурье-образы соответственно функций $t(x_1, y_1), p_1(x_2, y_2)$ с пространственными частотами $x_5 / \lambda f_1, y_5 / \lambda f_1$. Тогда, используя вышеуказанный анализ образования субъективных спеклов в рассматриваемой оптической системе, можно показать, что распределение комплексной амплитуды поля в Фурье-плоскости, соответствующее первой экспозиции, в пределах перекрытия областей с диаметрами $D_1 \leq d_1, D_2 \leq d_2$ принимает вид

$$u_1(x_5, y_5) \sim F'(-x_5, -y_5) \otimes \exp \left[-\frac{ikR}{2f_1^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \otimes P_1'(x_5, y_5) \otimes P_2(x_5, y_5). \quad (48)$$

В свою очередь распределение комплексной амплитуды, соответствующее второй экспозиции, определяется выражением

$$u_2(x_5, y_5) \sim \exp(-ika x_5 / f_1) \left\{ F'(-x_5, -y_5) \otimes \exp(ika x_5 / f_1) \times \left\{ \exp \left[-\frac{ikR}{2f_1^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \otimes P_1'(x_5, y_5) \otimes P_2(x_5, y_5) \right\} \right\}. \quad (49)$$

Если центр фильтрующего отверстия имеет координаты $x_{05}, 0$, то на основании (48), (49) распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра принимает вид

$$u(x_5, y_5) \sim p_0(x_5, y_5) \left\{ F'(-x_5 - x_{05}, -y_5) \otimes \exp \left\{ -\frac{ikR}{2f_1^2} [(x_5 + x_{05})^2 + y_5^2] \right\} \otimes \exp(-ikx_{05} x_5 / f_1) \times \right. \\ \times P_1'(x_5, y_5) \otimes \exp(ikx_{05} x_5 / f_2) P_2(x_5, y_5) + \\ \left. + \exp(-ika x_{05} / f_1) F'(-x_5 - x_{05}, -y_5) \otimes \exp \left\{ -\frac{ikR}{2f_1^2} [(x_5 + x_{05})^2 + y_5^2] \right\} \exp(-ika x_5 / f_1) \otimes \right. \\ \left. \otimes \exp(-ikx_{05} x_5 / f_1) \exp(ika x_5 / f_1) \times \right. \\ \left. \times P_1'(x_5, y_5) \otimes \exp(ikx_{05} x_5 / f_2) \exp(ika x_5 / f_1) P_2(x_5, y_5) \right\}, \quad (50)$$

на основании которого распределение освещенности в плоскости формирования изображения голограммы с учетом малости величины af_2/f_1 по сравнению с x_{05} (в функции зрачка) определяется выражением

$$I(x_6, y_6) \sim \left[1 + \cos \left(\frac{ka^2}{2R} - \frac{kx_{05}x_6}{f_1} - \frac{k\mu x_6}{R} \right) \right] \times \\ \times \left| p_1(\mu x_6 + x_{05}, \mu y_6) p_2(x_6 - x_{05}, y_6) t(\mu x_6, \mu y_6) \right| \times \\ \times \exp \left[\frac{ik\mu^2}{2R} (x_6^2 + y_6^2) \right] \otimes P_0(x_6, y_6) \quad (51)$$

Согласно (51) в пределах перекрытия функций $p_1(\mu x_6 + x_{05}, \mu y_6)$, $p_2(x_6 - x_{05}, y_6)$, ограничивающих пространственную протяженность изображения рассеивателя в плоскости формирования изображения голограммы, субъективная спекл-структура промодулирована периодически изменяющимися на оси x интерференционными полосами. При этом динамика их поведения при смещении на оси x центра фильтрующего отверстия аналогична динамике поведения интерференционных полос, которая имеет место в случае формирования изображения рассеивателя при записи голограммы на рис. 1. Кроме того, в обоих случаях наблюдается параллакс интерференционных полос. Последнее следует из вида выражения (51).

Регистрация интерференционной картины (см. рис. 8, б), характеризующей продольное перемещение рассеивателя и локализуемой в Фурье-плоскости, проводилась при восстановлении двухэкспозиционной голограммы на оптической оси малоапертурным (≈ 2 мм) лазерным пучком. При этом сохраняется разность квадратов радиусов интерференционных колец в соседних порядках интерференции, когда на стадии записи голограмм матовый экран 1 (см. рис. 7) освещался излучением со сферической волной с разной величиной ее радиуса кривизны и знака, что следует из (41), где для фиксированных величин λ , Δl радиусы интерференционных колец зависят от фокусного расстояния f_1 . Кроме того, в случае освещения рассеивателя коллимированным пучком отсутствовала необходимость в выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы.

В общем случае выполнения пространственной фильтрации вне оптической оси, например, центр фильтрующего отверстия находится в точке с координатами $x_{04}, 0$ и в пределах его диаметра изменение фазы $k\mu^2\Delta l x_4^2/2R^2$ не превосходит π , то распределение комплексной амплитуды поля на выходе пространственного фильтра принимает вид

$$u'(x_4, y_4) \sim p_0(x_4, y_4) \left\{ t(-\mu x_4 - \mu x_{04}, -\mu y_4) \times \right. \\ \left. \times \exp \left[\frac{ik\mu^2}{2R} [(x_4 + x_{04})^2 + y_4^2] \right] \right\} \otimes$$

$$\otimes \exp(-ikx_{04}x_4/f_2) P_1(x_4, y_4) \otimes \exp(ikx_{04}x_4/f_2) P_2(x_4, y_4) \times \\ \times \left\{ 1 + \exp(ik\Delta l) \exp(ik\mu^2\Delta l x_{04}^2/2R^2) \exp \left[\frac{ik\mu^2}{2\Delta l} (x_4^2 + y_4^2) \right] \right\} \quad (52)$$

Следовательно, в результате выполнения преобразования Фурье для определения распределения комплексной амплитуды поля в задней фокальной плоскости положительной линзы с фокусным расстоянием, равным f_2 , распределение освещенности в ней будет определяться выражением

$$I'(x_5, y_5) \sim \left\{ 1 + \cos \left[k\Delta l + \frac{k\mu^2\Delta l x_{04}^2}{2R^2} - \frac{k\Delta l(x_5^2 + y_5^2)}{2f_1^2} \right] \right\} \times \\ \times \left| p_1(x_5 + x_{04}, y_5) p_2(x_5 - x_{04}, y_5) \right| \times \\ \times \left\{ \exp(-ik\mu x_{04}x_5/f_2) F(x_5, y_5) \otimes \right. \\ \left. \otimes \exp(ikx_{04}x_5/f_2) \exp \left[-\frac{ikR}{2f_1^2} (x_5^2 + y_5^2) \right] \right\} \otimes P_0(x_5, y_5) \quad (53)$$

Согласно (53) в пределах перекрытия изображений зрачков $p_1(x_5 + x_{04}, y_5)$ и $p_2(x_5 - x_{04}, y_5)$ (рис. 10, а для $\Delta x_4 = 4$ мм) субъективная спекл-структура промодулирована полосами равного наклона — системой концентрических колец. При этом динамика их поведения при смещении на оси x центра фильтрующего отверстия аналогична динамике поведения интерференционных колец, которая имеет место в случае формирования изображения рассеивателя при записи голограммы на рис. 1. Кроме того, в обоих случаях отсутствует параллакс интерференционных полос. Последнее следует из выражений (18), (53) и рис. 10, а.

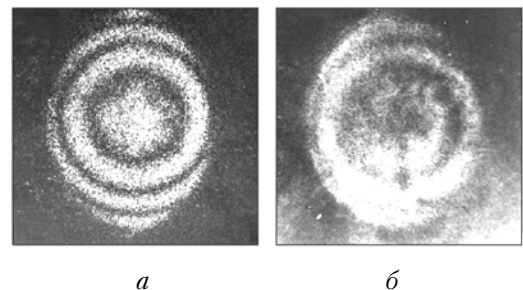


Рис. 10. Интерференционные картины, характеризующие продольное перемещение рассеивателя и зарегистрированные при выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля вне оптической оси: а — в Фурье-плоскости; б — в плоскости формирования изображения голограммы

Интерференционные картины на рис. 11 характеризуют продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности и локализуются в плоскости голограммы. Их регистрация проводилась при выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля на оптической оси в Фурье-плоскости с диаметром фильтрующего отверстия 2 мм.

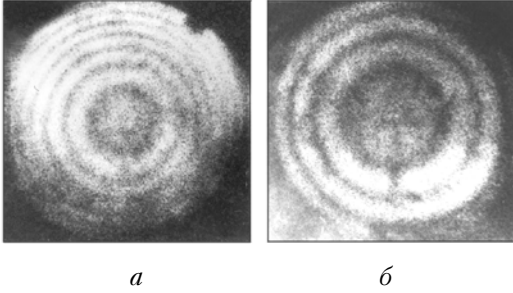


Рис. 11. Интерференционные картины: экран освещался излучением со сферической расходящейся (а) и сферической сходящейся (б) волнами

При этом рис. 11,а относится к случаю освещения матового экрана (см. рис. 7) когерентным излучением с расходящейся сферической волной радиусом кривизны $R = 200$ мм, а рис. 11,б — со сходящейся с $R = 330$ мм. В этих двух случаях, как и в других, связанных с изменением величины и знака радиуса кривизны, проводилось измерение радиусов интерференционных колец в соседних порядках интерференции, и на их основании для известных значений λ , μ , $|R|$ в (43) определялась величина продольного перемещения рассеивателя, которая соответствует вышеуказанной $\Delta l = 2$ мм с точностью до ошибки (10%), допускаемой в эксперименте.

В более общем случае выполнения пространственной фильтрации вне оптической оси с учетом распределения в Фурье-плоскости комплексной амплитуды поля, соответствующего первой экспозиции (48), а для второй:

$$u_2(x_5, y_5) \sim \exp(ik\Delta l) \left\{ F'(-x_5, -y_5) \otimes \exp\left[-\frac{ik(R-\Delta l)}{2f_1^2}(x_5^2 + y_5^2)\right] \otimes P_1(x_5, y_5) \otimes P_2(x_5, y_5) \right\} \times \exp\left[-\frac{ik\Delta l}{2f_1^2}(x_5^2 + y_5^2)\right], \quad (54)$$

распределение комплексной амплитуды поля на выходе фильтрующего отверстия, центр которого имеет, например, координаты $x_{05}, 0$, и в пределах его диаметра изменение фазы $k\Delta l x_5^2/2f_1^2$ не превосходит π , принимает вид

$$u'(x_5, y_5) \sim p_0(x_5, y_5) \left\{ F'(-x_5 - x_{05}, -y_5) \otimes \exp\left[-\frac{ikR}{2f_1^2}[(x_5 + x_{05})^2 + y_5^2]\right] \otimes \exp(-ikx_{05}x_5/f_1) \times \right. \\ \times P_1'(x_5, y_5) \otimes \exp(ikx_{05}x_5/f_2) P_2(x_5, y_5) + \\ \left. + \exp(ik\Delta l) \exp\left[-\frac{ik\Delta l x_{05}^2}{2f_1^2}\right] F'(-x_5 - x_{05}, -y_5) \otimes \exp\left[-\frac{ik(R-\Delta l)}{2f_1^2}[(x_5 + x_{05})^2 + y_5^2]\right] \otimes \exp(-ikx_{05}x_5/f_1) \times \right. \\ \left. \times P_1'(x_5, y_5) \otimes \exp(ikx_{05}x_5/f_2) P_2(x_5, y_5) \right\}. \quad (55)$$

Следовательно, в результате выполнения преобразования Фурье для получения распределения комплексной амплитуды поля в задней фокальной плоскости положительной линзы с фокусным расстоянием f_2 распределение освещенности в ней будет определяться выражением

$$I'(x_6, y_6) \sim \left\{ 1 + \cos\left[k\Delta l - \frac{k\Delta l x_{05}^2}{2f_1^2} + \frac{k\mu^2 \Delta l (x_6^2 + y_6^2)}{2R^2}\right] \right\} \times \\ \times \left| p_1(\mu x_6 + x_{05}, \mu y_6) p_2(x_6 - x_{05}, y_6) t(\mu x_6, \mu y_6) \right. \\ \left. \times \exp\left[\frac{ik\mu^2}{2R}(x_6^2 + y_6^2)\right] \otimes P_0(x_6, y_6) \right|^2. \quad (56)$$

Согласно (56) в пределах перекрытия функций $p_1(\mu x_6 + x_{05}, \mu y_6)$, $p_2(x_6 - x_{05}, y_6)$, ограничивающих формируемое в плоскости голограммы изображение рассеивателя (рис. 10,б для $x_{05} = 3,5$ мм, $R = -330$ мм) субъективная спекл-структура промодулирована полосами равного наклона — системой концентрических колец. При этом динамика их поведения при смещении на оси x центра фильтрующего отверстия аналогична динамике поведения интерференционных колец, которая имеет место в случае формирования изображения рассеивателя при записи голограммы на рис. 1. Кроме того, в обоих случаях отсутствует параллакс интерференционных полос, что следует из вида выражений (20), (56) и рис. 10,б.

Таким образом, результаты теоретического анализа формирования интерференционных картин, характеризующих поперечное или продольное перемещение диффузно рассеивающей свет плоской поверхности при двухэкспозиционной записи с помощью телецентрической оптической системы голограммы сфокусированного изображения, и проведенные экспериментальные исследования показали следующее.

На стадии восстановления записи интерференционные картины, характеризующие поперечное или продольное перемещения рассеивателя, локализуются в плоскости голограммы и в Фурье-

плоскости. При этом для интерференционной картины, локализуемой в плоскости голограммы, чувствительность интерферометра зависит от величины радиуса кривизны сферической волны когерентного излучения, используемого для освещения рассеивателя, и не зависит от знака радиуса кривизны. Для интерференционной картины, локализуемой в Фурье-плоскости, чувствительность интерферометра зависит от фокусного расстояния объектива телецентрической оптической системы. При выполнении пространственной фильтрации дифракционного поля в соответствующих плоскостях, когда осуществляется регистрация интерференционных картин, характеризующих продольное перемещение рассеивателя, отсутствует параллакс интерференционных полос. Кроме того, когда на стадии записи голограммы диффузно рассеивающая свет плоская поверхность освещается коллимированным пучком, то в Фурье-плоскости локализуется «замороженная» интерференционная картина, характеризующая поперечное (или продольное) перемещение рассеивателя. Для ее регистрации отсутствует необходимость выполнения пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы.

1. Гусев В.Г. Формирование в диффузно рассеянных полях интерференционных картин при проведении

пространственной фильтрации дифракционного поля двухэкспозиционной голограммы сфокусированного изображения рассеивателя // Оптика атмосф. и океана. 2006. Т. 19. № 1. С. 84–94.

2. Гусев В.Г. Пространственная фильтрация дифракционного поля двухэкспозиционной голограммы сфокусированного изображения рассеивателя // Изв. вузов. Физ. 2007 (в печати).
3. Гудмен Д. Введение в Фурье-оптику. М.: Мир, 1970. 360 с.
4. Гусев В.Г. Пространственная фильтрация голографических интерферограмм бокового сдвига // Оптика и спектроскопия. 1990. Т. 69. Вып. 5. С. 1125–1128.
5. Гусев В.Г. Формирование в диффузно рассеянных полях интерферограмм бокового сдвига при двухэкспозиционной записи линзовой голограммы Фурье // Оптика атмосф. и океана. 1993. Т. 6. № 9. С. 1054–1063.
6. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 846 с.
7. Джоунс Р., Уайкс К. Голографическая и спекл-интерферометрия. М.: Мир, 1986. 320 с.
8. Гусев В.Г. Пространственная фильтрация голографических интерферограмм бокового сдвига // Оптика и спектроскопия. 1993. Т. 74. Вып. 5. С. 989–994.
9. Гусев В.Г. Формирование голографических и спекл-интерферограмм бокового сдвига для контроля телеметрической оптической системы // Оптика атмосф. и океана. 1997. Т. 10. № 7. С. 751–760.
10. Сороко Л.М. Основы голографии и когерентной оптики. М.: Наука, 1971. 601 с.

V.G. Gusev. Formation of interferograms in diffusively scattered fields due to spatial filtration of a diffractive field of the double-exposure hologram records of the image focused using the Kepler telescope.

Analysis of sensitivity of the holographic interferometer to transversal or longitudinal displacements of plate surface, diffusively scattering light, is presented. It is shown that the interference patterns are located in the hologram plane and in the far-zone diffraction. The spatial filtration of a diffractive field provides recording of the interference pattern. The experimental results are in a good agreement with theoretical arguments.