

АДАПТИВНАЯ ОПТИКА

УДК 621.378.325:535.3

В.И. Шмальгаузен, Н.А. Яицкова

АДАПТИВНАЯ КОРРЕКЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ В УСЛОВИЯХ АНИЗОПЛАНАТИЗМА ДЛЯ МОДЕЛИ СЛОИСТОЙ АТМОСФЕРЫ

Изучена эффективность работы адаптивно-оптической системы в режиме видения протяженного объекта сквозь слой искажающей среды. Оценено изменение размера области компенсации слабых неоднородностей при помещении корректора в область изображения центра слоя. Показано, что относительный выигрыш от смещения корректора зависит от толщины и положения слоя. Предложена модификация алгоритма коррекции, позволяющая расширить область изопланатизма системы. Анализ проведен на основе разложения волнового фронта по полиномам Цернике.

1. Введение

Анизопланатизм адаптивной оптической системы является одним из факторов, ограничивающих возможность коррекции изображения протяженных объектов, наблюдаемых сквозь искаженную среду. Этот эффект обусловлен трехмерностью искажающей среды и проявляется в том, что с помощью одного плоского корректора волнового фронта можно улучшить изображение только небольшой области на объекте – зоны изопланатизма. Размер зоны изопланатизма связан с распределением оптических неоднородностей вдоль трассы и зависит от положения корректора. Располагая корректор таким образом, чтобы плоскость изображения корректора совместилась с плоскостью, в окрестности которой сосредоточены наиболее интенсивные флуктуации показателя преломления, можно добиться расширения зоны изопланатизма и улучшения качества изображения.

Обычно при анализе рассматриваются такие оптические системы, в которых корректор совмещен с приемной апертурой. В этом случае на размер приосевой области качественного изображения влияет общая интегральная характеристика турбулентности, а улучшение качества изображения возможно только путем исключения крупномасштабных аберраций волнового фронта [1]. Если конструкция адаптивной оптической системы предполагает возможность перемещения корректора, то можно попытаться улучшить изображение, оптимально расположив корректор.

Когда атмосферная турбулентность равномерно распределена по всей трассе, существенного выигрыша от перемещения корректора получить не удастся. Можно, однако, улучшить изображения дальних от центра точек за счет неполной коррекции центральной области. Такой модифицированный метод настройки корректора для атмосферных неоднородностей, равномерно распределенных вдоль всей трассы, рассмотрен в [2].

Из экспериментальных исследований известно, что турбулентность земной атмосферы распределена по вертикали неравномерно. Согласно [3] оптические неоднородности земной атмосферы сосредоточены обычно в небольшом числе слоев. В таких условиях адаптивно-оптическая система с несколькими корректорами могла бы существенно улучшить качество видения. С этой целью нужно поместить корректирующие элементы в плоскости, сопряженные слоям, и настроить соответственно сосредоточенным в них оптическим неоднородностям [4]. Но даже в такой сложной системе полная коррекция недостижима. Дело в том, что атмосферные слои имеют конечную толщину порядка 100–200 м. Поэтому эффект анизопланатизма, обусловленный трехмерностью искажающей среды, сохраняется. Остаточная ошибка будет зависеть от толщины и положения слоев.

Рассматриваемая в данной статье модель содержит один искажающий слой и один корректирующий элемент. Выясняется вопрос об эффективности совмещения корректора с плоскостью, сопряженной с центром слоя, и оценивается размер зоны изопланатизма в зависимости от положения и толщины слоя.

В первой части статьи используется классический метод коррекции – по искажениям волны от опорного источника, помещенного в центре объекта [5]. Во второй части выясняется, в каком случае целесообразно использовать модификацию метода, основанную на регистрации усредненных по области наблюдения аберраций.

2. Постановка задачи. Остаточная ошибка

Схема задачи представлена на рис. 1. Объект наблюдения O отделен от апертуры L оптической системы искажающим слоем неоднородной среды S . Слой толщиной $2d$ расположен на оптической трассе с центром в точке z_3 . Ось z направлена вдоль оптической трассы от плоскости объекта O ($z = 0$) к плоско-

сти приемной апертуры L ($z = H$). В системе имеется корректор волнового фронта, координату которого z_C можно изменять. В реальной адаптивной системе корректор волнового фронта помещается за приемной апертурой, в плоскости $z'_C(z_C)$. Не учитывая трудности, связанные с преобразованием координаты корректора $z'_C(z_C)$ и радиуса ограничивающей его апертуры $R'_C(R_C)$, мы рассматриваем систему, в которой корректор с фиксированным радиусом находится перед приемной апертурой. Полагаем, что дифракционные ограничения обуславливаются только размером корректора как наиболее сложного элемента системы.

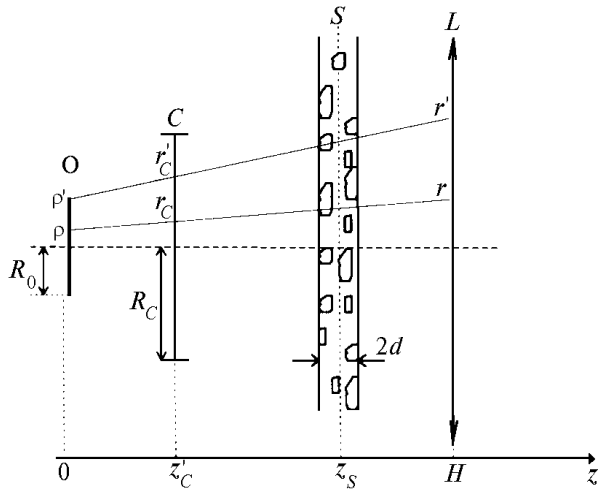


Рис. 1. Схема наблюдения протяженного объекта сквозь искажающий слой турбулентной среды: O – объект, C – корректор волнового фронта, S – слой, L – приемная апертура

Будем считать, что оптические неоднородности искажающего слоя турбулентной атмосферы подчиняются колмогоровской статистике с пространственным спектром:

$$\Phi_n(k) = C_n^2 k^{-11/3}. \quad (1)$$

Структурную постоянную выберем таким образом, чтобы турбулентные слои с различной толщиной и координатой имели одинаковую интегральную характеристику – фридковский радиус r_0 :

$$\left(\frac{1}{r_0}\right)^{5/3} = \frac{2,92}{6,88} k_0^2 C_n^2(d, z_S) \int_{z_S-d}^{z_S+d} \left(1 - \frac{z}{H}\right)^{5/3} dz = \text{const}, \quad (2)$$

где k_0 – волновое число; $z_S, 2d$ – координата и толщина слоя; H – длина оптической трассы.

Обозначим через $\varphi(\mathbf{r}_C, \rho)$ обусловленные влиянием слоя S фазовые искажения волны, идущей из точки ρ на объекте O , измеренные в плоскости апертуры L . Так как анализ основывается на принципах геометрической оптики, то можно сказать, что $\varphi(\mathbf{r}_C, \rho)$ – обусловленный слоем случайный фазовый набег вдоль луча, идущего из точки ρ на объекте через точку \mathbf{r}_C в плоскости корректора, и измеренный в плоскости

апертуры, т.е. в точке \mathbf{r} (см. рис. 1). Через $u(\mathbf{r}_C)$ обозначим корректирующую фазу, вносимую корректором C . Остаточной ошибкой будем называть усредненные по апертуре корректора остаточные среднеквадратические искажения:

$$\langle J^2 \rangle(\rho) = \frac{1}{S_C} \int_{S_C} \langle (\varphi(\mathbf{r}_C, \rho) - u(\mathbf{r}_C))^2 \rangle d^2 r_C, \quad (3)$$

где S_C – площадь корректора.

Величина остаточной ошибки (3) зависит от толщины слоя и положения корректора относительно слоя. Распределение ошибки по объекту определяется методом коррекции, т.е. способом выбора функции $u(\mathbf{r}_C)$. Выбрав метод коррекции, по заданным параметрам слоя можно определить оптимальное расположение корректора, соответствующее минимуму остаточной ошибки (3).

3. Коррекция по точечному источнику

Рассмотрим известный метод коррекции, когда корректор настраивается по искажениям волны, идущей от точечного опорного источника, находящегося в центре объекта. При этом центральная точка объекта будет изображаться без искажений:

$$u(\mathbf{r}_C) = \varphi(\mathbf{r}_C, \rho). \quad (4)$$

Остаточная ошибка равна нулю в центре объекта и постепенно возрастает по мере удаления от центра:

$$\langle J^2 \rangle(\rho) = \frac{1}{S_C} \int_{S_C} \langle (\varphi(\mathbf{r}_C, \rho) - \varphi(\mathbf{r}_C, 0))^2 \rangle d^2 r_C. \quad (5)$$

Пусть корректирующий элемент рассматриваемой оптической системы является идеальным модальным корректором, реализующим основные оптические aberrации, т.е. фазовые искажения представляются в виде ряда по полиномам Цернике [6] $Z_i(\mathbf{r}_C)$:

$$\varphi(\mathbf{r}_C, \rho) = \sum_i a_i(\rho) Z_i(\mathbf{r}_C). \quad (6)$$

В таком представлении среднеквадратическая ошибка (3) является суммой ошибок по отдельным aberrациям:

$$\langle J^2 \rangle(\rho) = \sum_i \langle J_i^2 \rangle(\rho). \quad (7)$$

Далее будет показано, что поведение различных слагаемых в сумме (7) как функций ρ различно. Чтобы показать, какой выигрыш можно получить от смещения корректора, рассмотрим каждое слагаемое отдельно. Среднеквадратическую ошибку для i -й aberrации можно представить следующим образом [6]:

$$\langle J_i^2 \rangle(\rho) = \frac{1}{S_C} \int_{S_C} \int_{S_C} \langle \{\varphi(\mathbf{r}_C, \rho) - \varphi(\mathbf{r}_C, 0)\} \{\varphi(\mathbf{r}'_C, \rho) - \varphi(\mathbf{r}'_C, 0)\} \rangle \times Z_i(\mathbf{r}_C) Z_i(\mathbf{r}'_C) d^2 r_C d^2 r'_C. \quad (8)$$

В выражение (8) входит корреляционная функция $\langle \varphi(\mathbf{r}_C, \rho) \varphi(\mathbf{r}'_C, \rho') \rangle$. По смыслу – это корреляционная функция в плоскости приемной апертуры L фазовых набегов вдоль лучей, идущих из точек ρ и ρ' на объекте через точки \mathbf{r}_C и \mathbf{r}'_C в плоскости корректора соответственно (см. рис. 1). Выразим корреляционную функцию через спектр оптических неоднородностей турбулентного слоя (1):

$$\langle \varphi(\mathbf{r}_C, \rho) \varphi(\mathbf{r}'_C, \rho') \rangle = 2\pi k_0^2 \int_0^H \int \int \Phi_n(k) \exp(i 2\pi \mathbf{k} \mathbf{r}(z)) \times d^2 k dz, \quad (9)$$

где

$$\mathbf{r}(z) = \left(1 - \frac{z}{z_C}\right) (\rho - \rho') + \frac{z}{z_C} (\mathbf{r}_C - \mathbf{r}'_C). \quad (10)$$

Для колмогоровского спектра интеграл (9) при $\mathbf{r}(z) = 0$ расходится. Но это не влияет на общий результат, так как дисперсия фазы не входит в конечное выражение. Используя Фурье-представление полиномов Цернике, для остаточной ошибки получим

$$\begin{aligned} \langle J_i^2 \rangle(\rho) &= \left(\frac{HD_C}{z_C r_0}\right)^{5/3} \int_0^H \tilde{C}_n^2(d, z_S, z) \times \\ &\times \int_0^\infty 3,8954(n+1) J_{n+1}^2(x) x^{-14/13} \left(\frac{z}{H}\right)^{5/3} \times \\ &\times \left\{ 2 - 2 \left[J_0 \left(x \frac{1-z/z_C}{z/z_C} \frac{\rho}{R_C} \right) + l(-1)^m \times \right. \right. \\ &\times \left. \left. J_{2m} \left(x \frac{1-z/z_C}{z/z_C} \frac{\rho}{R_C} \right) \cos(2m\varphi_\rho) \right] \right\} dx \frac{1}{H} dz. \quad (11) \end{aligned}$$

Здесь $i = (n, m, l)$ – номер церниковской моды; $\rho = (\rho, \varphi_\rho)$ – точка на объекте в полярных координатах; $J_n(\xi)$ – функция Бесселя n -го порядка; $D_C = 2R_C$ – диаметр корректора; z_C – координата корректора.

Функция $\tilde{C}_n^2(d, z_S, z)$ обеспечивает выполнение равенства (2) – нормировка структурной постоянной таким образом, чтобы фридковский радиус r_0 для любого положения и толщины слоя был одним и тем же:

$$\tilde{C}_n^2(d, z_S, z) = \begin{cases} 0, & z < z_S - d, z > z_S + d, \\ \left(\int_{\frac{z_S-d}{H}}^{\frac{z_S+d}{H}} (1-\eta)^{5/3} d\eta \right)^{-1}, & z \in (z_S - d, z_S + d). \end{cases} \quad (12)$$

Это нормировка позволяет представить результат в общем виде, а величину остаточной ошибки выразить в единицах $[HD_C/(z_C r_0)]^{5/3}$. Величина HD_C/z_C имеет смысл эффективной апертуры пучка в плоскости корректора. При смещении корректора к объекту эффек-

тивная апертура увеличивается. Соответственно растут дисперсия фазы и абсолютная величина ошибок.

На рис. 2 изображена зависимость остаточной ошибки от положения корректора для нескольких точек на объекте, отличающихся расстоянием ρ от центра и лежащих на одной прямой ($\varphi_\rho = 0$). Графики приведены для аберрации астигматизма ($n=2, m=2, l=1$). Слой находится в центре трассы $z_S = 0,5 H$ и имеет толщину $2d = 0,02 H$ (рис. 2,а) и $2d = 0,1 H$ (рис. 2,б). Заметим, что существует оптимальное положение корректора вблизи центра слоя, соответствующее минимуму остаточной ошибки. Чем тоньше искажающий слой, тем более четко выражен минимум.

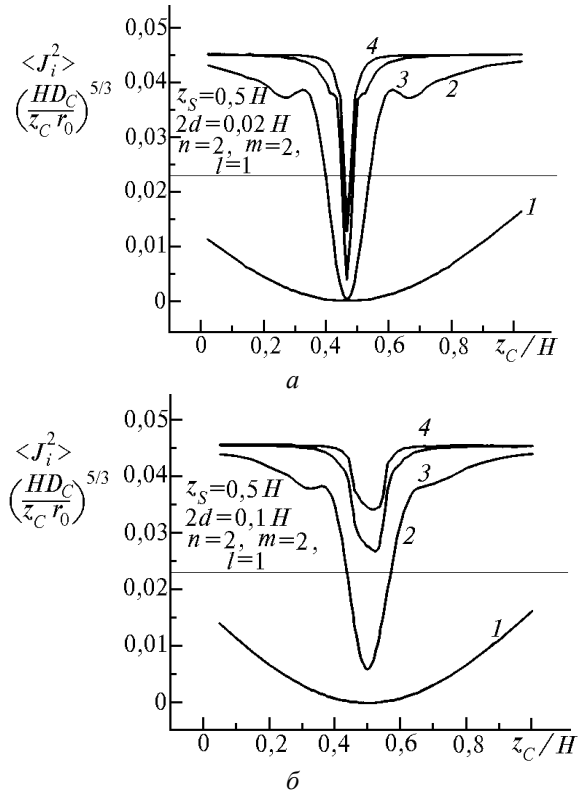


Рис. 2. Зависимость остаточной ошибки от положения корректора для различных точек на объекте: 1 – $\rho = 0,5 R_C$; 2 – $5 R_C$; 3 – $20 R_C$; 4 – $40 R_C$. Слой расположен посередине трассы $z_S = 0,5 H$. Толщина слоя $2d = 0,02 H$ (а); $0,1 H$ (б)

Распределение ошибки по объекту для тонкого слоя $2d = 0,02 H$ изображено на рис. 3. Для сравнения рассмотрены два расположения корректора: корректор, совмещенный с центром слоя (кривые 1–3), и расположенный в плоскости приемной апертуры (кривые 4–6). На графике отмечен уровень искажений при отсутствии коррекции. Этот уровень равен величине холловского коэффициента $\langle a_0^2 \rangle$ дисперсии коэффициентов разложения фазовых искажений (6). Для тех точек, где величина остаточной ошибки меньше указанного уровня, происходит улучшение качества изображения. Эту приосевую область назовем зоной изопланатизма для i -й аберрации. Для точек, лежащих вне зоны изопланатизма, величина

остаточной ошибки превышает величину нолловского коэффициента, т.е. при попытке скорректировать приосевую область в изображение дальних точек вносятся дополнительные искажения. Можно оценить, насколько увеличивается зона изопланатизма при совмещении корректора с центром слоя для различных его положений. При удалении слоя от объекта зона изопланатизма становится больше и увеличивается при совмещении корректора со слоем. В табл. 1 приведены значения зоны изопланатизма (в единицах R_C) для aberrаций наклона и астигматизма при различных положениях корректора относительно тонкого слоя $2d = 0,1 H$.

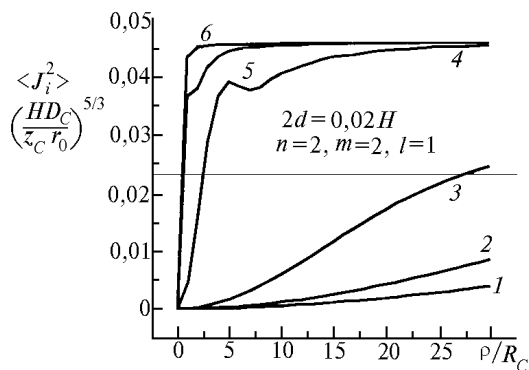


Рис. 3. Остаточная ошибка как функция расстояния от точки на объекте до центра. Корректор помещается в центр слоя (1 – 3) и совмещается с приемной апертурой (4 – 6); 1 – $z_S = z_C = 0,8H$; 2 – $z_S = z_C = 0,5H$; 3 – $z_S = z_C = 0,2H$; 4 – $z_S = 0,8H, z_C = H$; 5 – $z_S = 0,5H, z_C = H$; 6 – $z_S = 0,2H, z_C = H$

Таблица 1

Зона изопланатизма (в единицах R_C)

Положение слоя на трассе	Наклон ($n = 1, m = 1, l = 1$)		Астигматизм ($n = 2, m = 2, l = 1$)	
	Положение корректора			
	Расположен вблизи приемной апертуры	Совмещен с центром слоя	Расположен вблизи приемной апертуры	Совмещен с центром слоя
0,2H	2,1	95,1	0,16	5,8
0,4H	5,4	187,9	0,42	11,3
0,6H	12,2	281,3	0,95	16,9
0,8H	33,0	374,6	2,55	22,5

Выясним, какой выигрыш от смещения корректора в область слоя можно получить для разных aberrаций. Чтобы учесть средний вклад в искажения группы aberrаций с одним и тем же радиальным индексом n , усредним остаточную ошибку по центросимметричной круговой области радиуса R_0 .

На рис. 4 изображена усредненная остаточная ошибка в зависимости от радиуса области усреднения. Параметром является индекс радиальной составляющей n . Каждая кривая нормирована на соответствующий нолловский коэффициент. Таким образом, единичный уровень, отмеченный на графике, соответствует величине ошибки в отсутствие коррекции. Тонкий слой, ширина которого составляет $0,1H$, находится в центре трассы. Рассмотрены два

типичных случая: фазовый корректор помещен в плоскость входной апертуры (рис. 4,а) и в центре искажающего слоя (рис. 4,б). Видно, что для всех aberrаций, за исключением группы наклонов ($n = 1$), область коррекции в первом случае мала – величина ее равна примерно одному радиусу корректора. Область слегка увеличивается с уменьшением индекса радиальной составляющей. Во втором случае область коррекции значительно увеличивается по сравнению с первым случаем (см. рис. 4,а) и ее зависимость от номера aberrации становится более заметной.

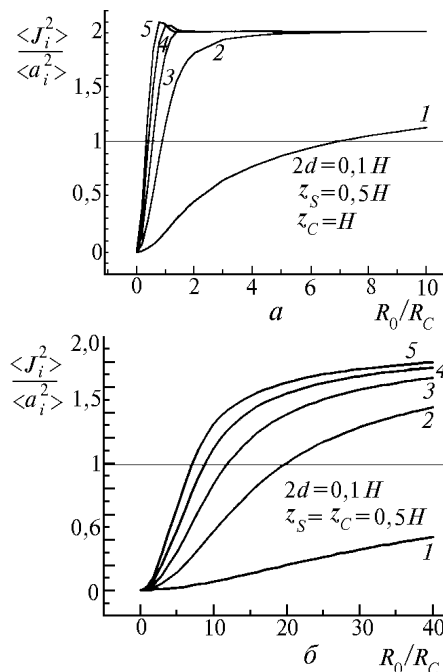


Рис. 4. Усредненные по круговой области S_0 остаточные ошибки в зависимости от радиуса области усреднения R_0 для групп aberrаций с различным индексом радиальной составляющей: 1 – $n = 1$; 2 – $n = 2$; 3 – $n = 3$; 4 – $n = 4$. Толщина слоя $2d = 0,1$. Слой находится в центре трассы; а – корректор помещен в плоскость приемной апертуры; б – корректор совмещен с центром слоя

С увеличением толщины слоя эффект анизопланатизма проявляется сильнее и размер корректируемой области уменьшается. В табл. 2 приведены соответствующие значения величины зоны изопланатизма для трех групп aberrаций в зависимости от толщины слоя $2d$. Центр слоя и корректор расположены посередине трассы.

Таблица 2

Зона изопланатизма для слоя различной толщины (в единицах R_C)

Толщина слоя, $2d$	Наклоны ($n = 1$)	Дефокусировка, астигматизм ($n = 2$)	Кома ($n = 3$)
0,05H	468,3	28,1	14,7
0,1H	234,6	14,7	7,4
0,2H	118,2	7,2	3,7
0,3H	79,8	4,9	2,6
0,4H	60,8	3,8	2,0
0,5H	49,7	3,1	1,7

Одним из возможных способов расширения зоны изопланатизма является использование нового алгоритма коррекции. В следующем пункте мы рассмотрим модифицированный алгоритм, когда корректор настраивается по среднему по некоторой области искажению.

4. Модифицированный метод коррекции

Для расширения зоны изопланатизма в случае широких искажающих слоев можно предложить другой метод настройки корректора, например по среднему по некоторой области искажению. В этом случае изображение центральной точки не будет корректироваться полностью, но область, для которой остаточная ошибка меньше, чем в отсутствие коррекции, расширится.

Рассмотрим centrosимметричную область S_0 , плоскость которой совпадает с плоскостью объекта, а центр находится на оптической оси (см. рис. 1). Допустим, что фазовые искажения волн, идущих от точек этой области, известны. Корректирующую функцию $u(\mathbf{r}_C)$ выберем соответственно среднему по области S_0 искажению:

$$u(\mathbf{r}_C) = \frac{1}{S_0} \int_{S_0} \varphi(\mathbf{r}_C, \rho) d^2 \rho. \quad (13)$$

Выражение (13) представляет собой корректирующую фазу при модифицированном методе коррекции. При $S_0 \rightarrow 0$ он совпадает с классическим методом коррекции по центральной точке. Подставляя (13) в выражение для остаточной ошибки (3) и проводя преобразования, аналогичные п. 3, получим:

$$\begin{aligned} \langle J_i^2 \rangle(\rho) = & \left(\frac{HD_C}{z_C r_0} \right)^{5/3} \int_0^H \tilde{C}_n^2(d, z_S, z) \int_0^\infty 3,8954(n+1) \times \\ & \times J_{n+1}^2(x) x^{-14/3} \left(\frac{z}{H} \right)^{5/3} \left\{ 1 - 2F \left(x \kappa \frac{R_0}{R_C} \right) \times \right. \\ & \times \left. \left[J_0 \left(x \kappa \frac{\rho}{R_C} \right) + (-1)^m l J_{2m} \left(x \kappa \frac{\rho}{R_C} \right) \cos(2m\varphi_r) \right] \right\} + \\ & + F^2 \left(x \kappa \frac{R_0}{R_C} \right) \left. \right\} dx \frac{1}{H} dz, \quad (14) \end{aligned}$$

где

$$F \left(x \kappa \frac{R_0}{R_C} \right) = J_0 \left(x \kappa \frac{R_0}{R_C} \right) + J_2 \left(x \kappa \frac{R_0}{R_C} \right) = \frac{1 - z/z_C}{z/z_C};$$

R_0 – радиус области усреднения S_0 .

Выясним, как меняется зона изопланатизма при использовании различных размеров области усреднения в модифицированном методе коррекции на примере aberrации наклона (рис. 5). Метод коррекции определяется величиной области усреднения R_0 . Искажающий слой шириной $2d = 0,4H$ находится

посередине трассы. При $R_0 = 0$ (коррекция по центральной точке) область изопланатизма меньше, чем при $R_0 > 0$, но изображение центральной точки корректируется полностью. При увеличении R_0 область коррекции расширяется за счет ухудшения изображения центра. Когда размер области усреднения неограниченно возрастает, кривая приближается к линии нолловского коэффициента – величине фазовых искажений в случае отсутствия коррекции.

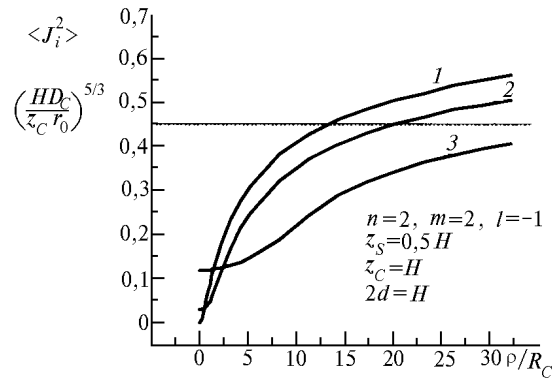


Рис. 5. Распределения ошибки по объекту при модифицированном методе коррекции для различных размеров области усреднения: 1 – $R_0 = 0$ (коррекция по центральной точке); 2 – $R_0 = 2R_C$; 3 – $R_0 = 10R_C$

Как следует из рис. 5, область, где остаточная ошибка меньше уровня нолловского коэффициента, больше области усреднения S_0 . Можно показать, что это свойство сохраняется для любой aberrации (n, m, l) и для любого радиуса области усреднения R_0 . Следовательно, область изопланатизма и для суммарной остаточной ошибки (7) также будет больше области усреднения. Это значит, что объект, размер которого не превышает области усреднения S_0 , целиком находится внутри области изопланатизма и вследствие этого улучшается качество изображения всех его точек.

5. Заключение

Итак, если корректор поместить в плоскость изображения центра слоя искажающей среды, то область изопланатизма расширится по сравнению с ситуацией, когда корректор совмещен с плоскостью приемной апертуры. Расширение этой области наблюдается для всех aberrаций. Поэтому в адаптивной оптической системе со смещенным корректором появляется возможность компенсировать большее число aberrаций.

Размер области изопланатизма при совмещении с центром слоя корректора уменьшается обратно пропорционально толщине слоя. Для широких слоев область качественного изображения мала и слабо зависит от положения корректора.

Для формирования изображения протяженного объекта, не укладывающегося целиком в зону изопланатизма, предлагается использовать модифици-

рованный алгоритм коррекции. При этом приосевая область, в которой остаточная среднеквадратическая ошибка меньше, чем в отсутствие коррекции, будет всегда больше области усреднения.

1. *Hu P.H., Stone J. and Stanly T.* // J. Opt. Soc. Am. A. 1994. V. 11. P. 347–357.

2. *Шмальгаузен В.И., Яцкова Н.А.* // Оптика атмосферы и океана. 1996. Т. 9. N 11. С. 1462–1471.

3. *Vernin J. and Roddier F.* // J. Opt. Soc. Am. 1973. V. 63. P. 270–273.

4. *Dustin C. Johnston and Byron M. Welsh* // J. Opt. Soc. Am. A. 1994. V. 11. P. 394–409.

5. *Лукин В.П.* Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 176 с.

6. *Noll R.J.* // J. Opt. Soc. Am. 1976. V. 66. P. 207–211.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
Международный лазерный центр

Поступила в редакцию
10 июня 1997 г.

V.I. Shmalhausen, N.A. Yaitskova. **Adaptive Correction of Image in Anisoplanatic Conditions for Stratified Atmosphere.**

Adaptive optics system performance for extended object imaging through a layer of turbulent medium has been studied. The increase of compensation area caused by setting the corrector in the image plane of the layer centre was evaluated. It is shown that the relative gain due to the corrector displacement depends on the thickness and location of the layer. A modified compensation algorithm that permits the extension of the anisoplanatic area of the system is suggested. Analysis is based on expansion of the phase distortions using Zernike polynomials.