

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛН

УДК 551.593.13:621.396.96

## Спектры мерцаний, формируемых неоднородностями с переменной анизотропией

О.В. Федорова\*

*Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН  
119017, г. Москва, Пыжевский пер., 3*

Поступила в редакцию 8.07.2011 г.

Проведены расчеты спектров мерцаний звезд, наблюдаемых сквозь атмосферу Земли на космических аппаратах. Рассмотрены три различные модели 3D-спектра неоднородностей, формирующих мерцания: изотропные, анизотропные и неоднородности с переменной анизотропией. Вычислены 2D- и 1D-спектры мерцаний для фазового экрана в приближении слабых мерцаний. Показано, что одномерные спектры для разных моделей неоднородностей могут быть близки друг к другу. Учет переменной анизотропии не меняет радикально характер спектров по сравнению с моделью неоднородностей с постоянной анизотропией.

*Ключевые слова:* зондирование атмосферы из космоса, турбулентность, анизотропные и изотропные неоднородности, переменная анизотропия, спектры слабых мерцаний; sounding of atmosphere from space, turbulence, anisotropic and isotropic irregularities, variable anisotropy, weak scintillation spectra.

### Введение

Атмосфера содержит неоднородности плотности различных типов, влияющие на общую циркуляцию и определяющие статистические свойства световых и акустических волн, распространяющихся сквозь атмосферу. Исследование неоднородностей в верхней тропосфере и нижней стратосфере имеет важное практическое значение, связанное с безопасностью полетов воздушной техники [1]. Одним из способов изучения неоднородностей является активно развивающийся в последние десятилетия метод наблюдения со спутников сквозь атмосферу мерцаний излучения звезд либо источников, находящихся на борту космических аппаратов, в оптическом или радиодиапазонах. Как показали эти исследования, в устойчиво-стратифицированных слоях атмосферы неоднородности вытянуты в горизонтальном направлении [2, 3]. Свойства трехмерных неоднородностей характеризуются их 3D-спектром, который определяет вид 2D- и 1D-спектров формируемых мерцаний. Поскольку 2D-спектры мерцаний измерять трудно, в эксперименте, как правило, измеряются 1D-спектры.

В настоящей статье рассматриваются спектры мерцаний, порождаемые тремя различными типами неоднородностей. Первый тип – изотропные неоднородности. Формируемые ими спектры мерцаний исследуются давно [4], и мы приводим их только для сравнения. Второй – анизотропные неоднородности, которые рассматривались в работах по сильным мерцаниям [5–7]. Третий из рассматриваемых здесь 3D-спектров вначале был предложен И.П. Чунгузовым в [8], где была развита теория, показавшая

возможность возникновения сильно анизотропных неоднородностей температуры и скорости ветра в нелинейном поле случайных внутренних волн в устойчиво-стратифицированной атмосфере. Затем этот спектр был модифицирован в [9, 10], где было учтено плавное уменьшение анизотропии неоднородностей при уменьшении их вертикального масштаба. Спектры мерцаний, формируемые неоднородностями с переменной анизотропией, до сих пор не исследовались. Здесь они вычисляются и сравниваются со спектрами, формируемыми изотропными и анизотропными неоднородностями.

### 1. Уравнения для трех вариантов 3D-спектра

Будем рассматривать 3D-спектры относительных флуктуаций  $N$  – показателя преломления:  $v = (N - \langle N \rangle) / \langle N \rangle$ . Для изотропных неоднородностей использовался спектр Колмогорова–Обухова–Корзина [4] с внутренним и внешним масштабами:

$$\Phi_{1v}(\mathbf{k}) = C_v^2 (K^2 + \kappa_*^2)^{-\frac{11}{6}} \exp\left(-\frac{K^2}{\kappa_m^2}\right), \quad K^2 = k_{\perp}^2 + k_z^2, \quad (1)$$

где  $k_z$  – вертикальное волновое число;  $k_{\perp}$  – волновое число в горизонтальной плоскости:  $k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2$ . Структурная характеристика  $C_v^2$  задает «мощность» изотропных неоднородностей,  $\kappa_*$ ,  $\kappa_m$  определяют соответственно внешний  $2\pi/\kappa_*$  и внутренний  $2\pi/\kappa_m$  масштабы.

Для анизотропных неоднородностей, аналогично [5–7], использовалась следующая модель 3D-спектра:

\* Ольга Владимировна Федорова (ovfedorova@mail.ru).

$$\Phi_{2v}(\mathbf{k}) = C_2 \eta^2 (K_{an}^2 + \kappa_*^2)^{-5/2} \exp\left(-\frac{K^2}{\kappa_w^2}\right),$$

$$K_{an}^2 = \eta^2 k_{\perp}^2 + k_z^2, \quad (2)$$

где  $\eta$  – коэффициент анизотропии. В экспоненту в (2) вертикальное и горизонтальное волновые числа входят одинаковым образом, так как внутренний масштаб  $\kappa_w$  связан с молекулярной вязкостью. При  $\kappa_* \ll \kappa_w$  спектр (2) имеет достаточно протяженный интервал  $\kappa_* \ll K_{an} \ll \kappa_w$ , внутри которого приближенно выполняется степенная зависимость  $\Phi_{2v} \sim \eta^2 K_{an}^{-5}$ . Этот спектр переходит в изотропный при масштабировании по оси  $Z$ .

3D-спектр относительных флуктуаций показателя преломления, основанный на предложенном в [9, 10] 3D-спектре относительных флуктуаций температуры, имеет вид

$$\Phi_{3v}(\mathbf{k}) = \frac{C_3 T_0^2 \omega_{BV}^4 \eta^2 (k_z)}{2g^2 |k_z|^5} \exp\left[-\frac{k_{\perp}^2 \eta^2 (k_z)}{2k_z^2}\right] \times$$

$$\times R\left(\frac{k_z}{\kappa_*}\right) \exp\left[-\frac{k_z^2 + k_{\perp}^2}{\kappa_w^2}\right]. \quad (3)$$

Здесь  $T_0$  – температура невозмущенной среды на данной высоте;  $\omega_{BV}$  – частота Брента–Вяйсяля;  $g$  – ускорение силы тяжести. Уравнение (3) так же, как и (1) и (2), включает два характерных масштаба. Вблизи внутреннего масштаба  $\kappa_w$  происходит сток энергии в турбулентность из-за процессов обрушения волн. Кроме того, в (3) неявно присутствует третий характерный масштаб  $\kappa_M$ . Он появляется в уравнении, характеризующем зависимость коэффициента анизотропии от вертикального волнового числа:

$$\eta(k_z) = \eta_0 \left[1 + \frac{\kappa_w^2}{\kappa_M^2 + k_z^2}\right]. \quad (4)$$

В (4) предполагается, что большая анизотропия крупномасштабных неоднородностей начинает существенно меняться при возрастании  $k_z$  до некоторого  $\kappa_M > \kappa_*$ . При дальнейшем возрастании  $k_z$  коэффициент анизотропии начинает убывать очень медленно, выходя на некоторое постоянное значение, равное  $\eta_0 > 1$ . Такая формула обеспечивает для горизонтального спектра относительных флуктуаций температуры пропорциональность волновому числу в степени  $-5/3$  [10]. Наконец,  $R(k_z/\kappa_*) = |k_z/\kappa_*|^5 / (1 + |k_z/\kappa_*|^5)$  – регуляризирующая функция, включение которой в (3) необходимо для того, чтобы существовала дисперсия  $v$ .

## 2. Двумерные и одномерные спектры мерцаний

Спектры относительных флуктуаций интенсивности излучения рассчитывались для используемой в [5–7, 11, 12] модели фазового экрана в прибли-

жении слабых мерцаний. Двумерный спектр в плоскости наблюдения следующим образом связан с 3D-спектром неоднородностей [13]:

$$F_I^{(1)}(k_z, k_y) = C \Phi_v(0, k_y, k_z) \sin^2 \left[ \frac{L(k_z^2 + k_y^2)}{2k_0} \right], \quad (5)$$

где  $L$  – расстояние от фазового экрана до плоскости наблюдения;  $k_0 = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  – длина волны. Параметр  $C$  здесь нас интересовать не будет, так как все вычисленные спектры будут нормироваться на дисперсию мерцаний  $\beta_0^2$ , пропорциональную  $C$ :

$$\beta_0^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_I^{(1)}(k_z, k_y) dk_z dk_y. \quad (6)$$

При расчетах использовались следующие значения параметров:  $L = 3000$  км,  $\lambda = 500$  нм,  $\kappa_m = 1$  рад/м,  $\kappa_w = 1$  рад/м,  $\kappa_* = 0,005$  рад/м, коэффициент анизотропии для (2) принят равным 10, так как для такого значения слабо сказывается влияние сферичности, которая здесь не учитывается. Для модели (3) максимальное значение коэффициента анизотропии  $\eta_{\max}$ , соответствующее  $k_z = 0$ , также принималось равным 10, откуда  $\kappa_M = 0,5$  рад/м. Для принятых значений  $L$  и  $\lambda$  радиус Френеля  $R_F$  равен 0,489 м, поэтому безразмерные величины масштабов составляют  $\kappa_m R_F = \kappa_w R_F = 0,489$ ,  $\kappa_* R_F = 0,00244$ .

Принятые значения параметров являются модельными, но расчеты, проведенные для других значений масштабов, показывают, что основные полученные закономерности сохраняются. Далее все результаты представлены в безразмерных координатах.

Спектр, формируемый изотропными неоднородностями (1), является функцией одной переменной, но в моделях (2) и (3) присутствует анизотропия, поэтому соответствующие им 2D-спектры необходимо изображать на двумерном графике (рис. 1).

Так же, как в [12], спектральная плотность умножена на оба волновых числа и, кроме того, нормирована на  $\beta_0^2$ . 2D-спектр для (1) симметричен. Максимумы спектров для (2) и (3) сдвинуты влево относительно (1) на порядок и более из-за присутствия анизотропии. Друг от друга спектры для (2) и (3) отличаются, главным образом, в области максимума. Для (3) эта область смещена вправо и вытянута по сравнению с областью до (2). Кроме того, правый конец спектра (3) сжат по вертикали.

Одномерные спектры получаются интегрированием двумерного спектра. 1D-спектр, измеренный вдоль прямой, наклоненной под углом  $\alpha$  к вертикали, вычисляется следующим образом:

$$V_I^{(1)}(k, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} F_I^{(1)}(k \cos \alpha - k' \sin \alpha, k \sin \alpha + k' \cos \alpha) dk',$$

где  $k$  – волновое число вдоль этой прямой. При  $\alpha = 0$  измеряется вертикальный спектр, интегрирование производится по горизонтальной прямой. Угол  $\alpha = 90^\circ$  соответствует горизонтальному спектру, интегрирование идет по вертикальной прямой. В случае про-

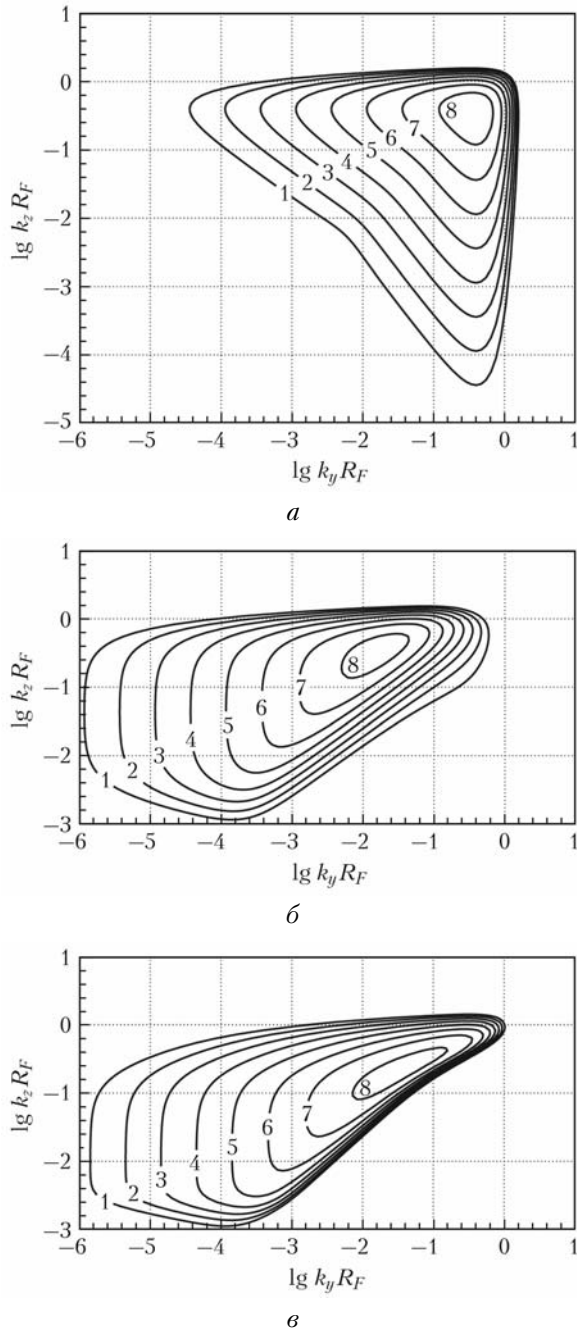


Рис. 1. 2D-спектры мерцаний: *а* – для модели (1); *б* – для модели (2); *в* – для модели (3). Приведены линии уровней величины  $\lg \left[ \frac{k_z k_y F_1^{(1)}(k_z, k_y)}{\beta_0^2} \right]$ . Цифры на линиях соответствуют следующим значениям: 1 – -5; 2 – -4,5; 3 – -4; 4 – -3,5; 5 – -3; 6 – -2,5; 7 – -2; 8 – -1,5

извольного угла зондирования прямые при представлении в логарифмическом масштабе преобразуются в изогнутые траектории, примеры которых приведены в [12]. Уже по виду 2D-спектров на рис. 1 можно заключить, что вертикальные спектры для всех моделей должны быть похожи друг на друга, так как максимумы спектров расположены примерно на одном уровне по вертикальной координате, в то время как горизонтальные спектры для

моделей с анизотропией должны отличаться от спектра для изотропной модели. На рис. 2 приведены спектр мерцаний для модели (1), а также вертикальные и горизонтальные спектры для моделей (2) и (3).

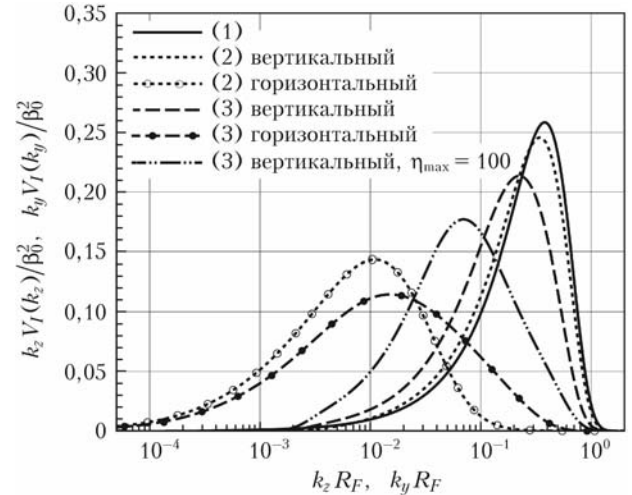


Рис. 2. Спектр модели (1), вертикальные и горизонтальные спектры для моделей (2), (3), вертикальный спектр модели (3) для значения  $\eta_{\max} = 100$ . Произведения спектральной плотности на волновые числа нормированы на дисперсии мерцаний  $\beta_0^2$

Кроме того, для сравнения показан вертикальный спектр для (3) при значении  $\eta_{\max} = 100$  (говорить о горизонтальном спектре для этого случая нельзя без учета сферичности). Произведения спектральной плотности на соответствующие волновые числа также нормированы на дисперсии мерцаний  $\beta_0^2$ . Можно отметить большее сходство вертикального спектра для (2) с изотропным спектром, чем с вертикальным спектром для (3), хотя положение максимумов различается не более чем в 3 раза. Горизонтальные спектры для (2) и (3) отличаются более существенно. Спектр (3) распространяется вправо на больший интервал волновых чисел. Однако можно сделать вывод, что различия одномерных спектров недостаточно велики, чтобы можно было с уверенностью сделать выбор в пользу одной из этих моделей. Спектр для (3) с  $\eta_{\max} = 100$  занимает промежуточное положение между вертикальными и горизонтальными спектрами для (2) и для (3) с  $\eta_{\max} = 10$ .

В [12] было показано, что для анизотропных спектров мерцаний с  $\eta = 10 \div 30$  при увеличении угла  $\alpha$  приближение формы одномерного спектра к форме горизонтального спектра происходит в узком интервале  $\alpha$  вблизи  $90^\circ$ . Рассмотрение этого же приближения демонстрирует отличия между моделями (2) и (3). На рис. 3 показано, как трансформируются одномерные спектры при переходе от вертикального зондирования к горизонтальному.

Сравнивая верхнюю панель для (2) с нижней для (3), видим, что для модели (3) спектр быстрее приближается к горизонтальному при увеличении угла наклона  $\alpha$ : если для (2) при  $\alpha = 85^\circ$  спектр еще

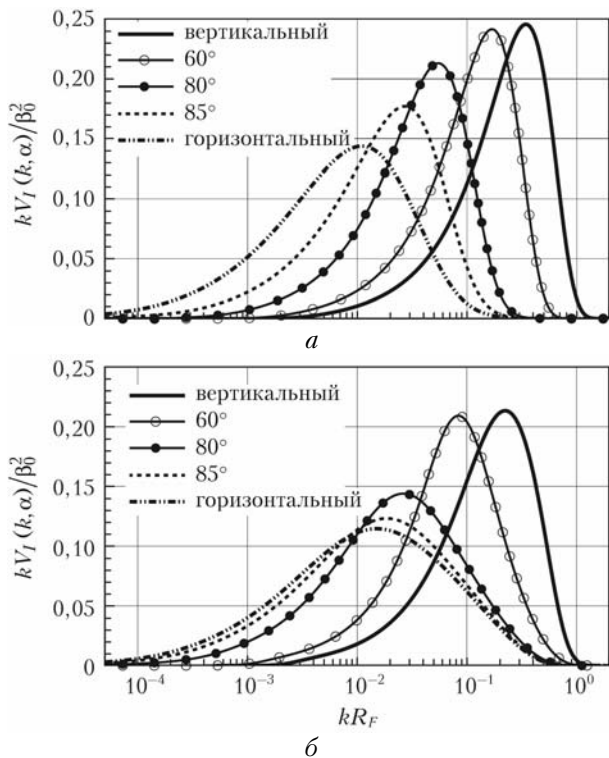


Рис. 3. 1D вертикальные, горизонтальные и наклонные спектры мерцаний: *a* – для модели (2), *б* – для модели (3); произведения спектральной плотности на волновые числа нормированы на дисперсии мерцаний  $\beta_0^2$

существенно отличен от горизонтального, то для (3) это отличие совсем не велико. Тем самым переменность анизотропии приводит к более быстрому переходу наклонного спектра к горизонтальному при увеличении угла зондирования.

### Заключение

Проведены расчеты спектров относительных флуктуаций интенсивности излучения, наблюдаемого сквозь атмосферу, с использованием модели фазового экрана в приближении слабых мерцаний. Рассмотрены три различные модели 3D-спектра формирующих мерцания неоднородностей: изотропные, анизотропные и неоднородности с переменной анизотропией. Вычислены 2D- и 1D-спектры мерцаний. Показано, что, несмотря на существенное различие 2D-спектров, одномерные спектры для разных моделей (особенно вертикальные) могут быть близки друг к другу. Учет переменной анизотропии не меняет радикально характер как двумерного, так и одномерных спектров по сравнению с моделью неоднородностей с постоянной анизотропией. Однако при увеличении угла зондирования 1D-спектр для моде-

ли с переменной анизотропией быстрее приближается по форме к горизонтальному спектру, чем для модели с постоянной анизотропией.

Автор выражает благодарность А.С. Гурвичу за внимание к работе и полезные обсуждения.

1. *Wroblewski D.E., Coté O.R., Hacker J.M., Dobosy R.J.* Velocity and temperature structure functions in the upper troposphere and lower stratosphere from high-resolution aircraft measurements // *J. Atmos. Sci.* 2010. V. 67, N 4. P. 1157–1170.
2. *Гурвич А.С., Кан В.* Структура неоднородностей плотности в стратосфере по наблюдениям мерцаний звезд из космоса: I. Модель 3D-спектра и реконструкция ее параметров // *Изв. РАН. Физ. атмосфер. и океана.* 2003. Т. 39, № 3. С. 335–346.
3. *Гурвич А.С., Кан В.* Структура неоднородностей плотности в стратосфере по наблюдениям мерцаний звезд из космоса: II. Характерные масштабы, структурные характеристики и диссипация кинетической энергии // *Изв. РАН. Физ. атмосфер. и океана.* 2003. Т. 39, № 3. С. 347–358.
4. *Татарский В.И.* Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.
5. *Гурвич А.С., Воробьев В.В., Федорова О.В.* К определению параметров спектра внутренних волн в стратосфере по наблюдениям сильных мерцаний звезд из космоса // *Изв. РАН. Физ. атмосфер. и океана.* 2006. Т. 42, № 4. С. 502–513.
6. *Воробьев В.В., Маракасов Д.А., Федорова О.В.* Спектры сильных мерцаний, вызываемых крупномасштабными анизотропными стратосферными неоднородностями, при наблюдении звезд с ИСЗ // *Оптика атмосфер. и океана.* 2006. Т. 19, № 12. С. 1004–1012.
7. *Гурвич А.С., Воробьев В.В., Маракасов Д.А., Федорова О.В.* Спектры сильных мерцаний за фазовым экраном с крупномасштабными анизотропными неоднородностями // *Изв. вузов. Радиофиз.* 2007. Т. 50, № 9. С. 747–765.
8. *Chunchuzov I.P.* On the high-wavenumber form of the Eulerian internal wave spectrum in the atmosphere // *J. Atmos. Sci.* 2002. V. 59, N 10. P. 1753–1772.
9. *Gurvich A.S., Chunchuzov I.P.* Three-dimensional spectrum of temperature fluctuations in stably stratified atmosphere // *Ann. Geophys.* 2008. V. 26, N 7. P. 2037–2042.
10. *Гурвич А.С., Чунчузов И.П.* Модель трехмерного спектра анизотропных неоднородностей температуры в устойчиво стратифицированной атмосфере // *Изв. РАН. Физ. атмосфер. и океана.* 2008. Т. 44, № 5. С. 611–628.
11. *Гурвич А.С., Федорова О.В.* Восстановление параметров турбулентности в условиях сильных мерцаний // *Оптика атмосфер. и океана.* 2008. Т. 21, № 2. С. 115–120.
12. *Гурвич А.С., Воробьев В.В., Федорова О.В.* Спектры сильных мерцаний за атмосферой с крупно- и мелкомасштабными неоднородностями // *Оптика атмосфер. и океана.* 2011. Т. 24, № 3. С. 205–215.
13. *Денисов Н.Г.* О дифракции волн на хаотическом экране // *Изв. вузов. Радиофиз.* 1961. Т. 4, № 4. С. 630–638.

#### *O.V. Fedorova. Scintillation spectra behind inhomogeneities with variable anisotropy.*

The numerical examination of spectra of stellar scintillations observed through the Earth's atmosphere from space is carried out. Three models of 3D spectra of inhomogeneities forming scintillations are considered: isotropic, anisotropic, and inhomogeneities with a variable anisotropy. 2D and 1D scintillation spectra were calculated for a phase screen model in the approximation of weak scintillations. It is shown, that 1D spectra for different models can be close to each other. The taking into account of a variable anisotropy does not change considerably the character of spectra in comparison with model of inhomogeneities with constant anisotropy.