«Оптика атмосферы и океана», **14**, № 4 (2001)

УДК 551.501; 512.25

В.С. Комаров, Ю.Б. Попов

Оценивание и прогнозирование параметров состояния атмосферы с помощью алгоритма фильтра Калмана. Часть 1. Методические основы

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 21.09.2000 г.

Рассматриваются методические основы и алгоритмы решения задачи оценивания и прогноза параметров состояния атмосферы с помощью метода калмановской фильтрации.

Введение

В последние годы в практике обработки данных метеорологических наблюдений, предшествующих решению задачи численного прогноза погоды, стала широко применяться процедура усвоения данных, основанная на одновременном учете как самих измерений, так и результатов прогнозирования по выбранной математической модели. При этом задача усвоения данных решается обычно с помощью динамико-стохастического подхода, базирующегося на теории фильтрации Калмана [1–7].

В основе динамико-стохастического подхода лежит предположение о том, что состояние атмосферы описывается случайными полями, которые связаны между собой некоторой системой соотношений. Поэтому процесс прогнозирования при реализации этого подхода состоит из двух этапов:

– усвоения поступивших результатов измерения параметров состояния атмосферы и коррекции параметров прогностической модели;

– собственно прогнозирования на основе скорректированной модели.

Следует отметить, что применение фильтра Калмана в процедуре усвоения метеорологических данных, получаемых с помощью современных прогностических моделей, сталкивается с определенными трудностями, вызванными сложностью реализации ее алгоритма из-за высокого порядка матриц ковариаций ошибок прогноза [5].

Учитывая это, а также необходимость решения задачи прогноза для мезометеорологического масштаба в условиях отсутствия глобальных данных, нами предлагается упрощенная модель поведения метеорологических параметров в пространстве и во времени с использованием стохастических дифференциальных уравнений первого порядка. Отличительной особенностью данного подхода является то, что можно обойтись без процедуры решения сложной системы гидродинамических уравнений. Кроме того, каждый из интересующих параметров состояния атмосферы рассматривается в отдельности, а его изменения в пространстве и во времени представляют собой стохастический процесс с известными корреляционными свойствами. Согласно использованному подходу прогноз осуществляется в выбранную точку пространства по данным наблюдений только нескольких метеорологических станций. При этом ограничивается размерность вектора состояний, упрощается реализация алгоритма фильтрации и повышается его устойчивость.

Решение проблемы пространственно-временного прогноза в рамках мезомасштаба диктуется необходимостью метеорологической поддержки различных народнохозяйственных и оборонных задач, в том числе таких, как:

– оценка пространственного распространения техногенных загрязнений на малые расстояния (до 100 – 200 км) от источников промышленных загрязнений;

– диагноз и прогноз состояния атмосферы (и в первую очередь температуры и ветра) на территории противника для метеорологического обеспечения сухопутных войск и авиации во время ведения боевых операций локального масштаба.

Здесь следует отметить, что исследования по проблеме оценивания и прогноза параметров состояния атмосферы для мезометеорологического масштаба, осуществляемые на основе фильтра Калмана, продолжают ранние работы [8–12], когда в основу соответствующих алгоритмов был положен модифицированный метод группового учета аргументов (ММГУА). Несмотря на заметные преимущества перед традиционными методами регрессионного анализа, в том числе перед методом оптимальной экстраполяции (к ним относятся: возможность реализации алгоритма по данным ограниченной выборки, многокритериальный выбор наилучшей модели, ориентация на получение модели оптимальной сложности и т.д.), ММГУА имеет и определенные ограничения. Они связаны, главным образом, с необходимостью предварительного получения некоторой выборки оперативных данных с общим объемом порядка $N = k + 1$

(здесь k – число взятых уровней) и с требованием равенства интервала прогноза с интервалом измерений.

В связи с этим возникла необходимость в разработке методов прогнозирования, не имеющих подобных ограничений и позволяющих осуществлять оценку значений метеорологической величины в произвольной точке пространства по данным единичных измерений, поступающих от локальной сети аэрологических станций, а также на интервале времени между этими измерениями.

В настоящей статье и рассматриваются методические основы и алгоритмы решения подобной задачи, основанные на использовании фильтра Калмана.

1. Общие теоретические аспекты поставленной задачи

Общим требованием при синтезе алгоритмов оценивания неизвестных параметров динамической системы является возможность их описания с помощью системы дифференциальных или разностных уравнений первого порядка [13]. Запись разностных уравнений в матричной форме имеет следующий вид:

$$\mathbf{X}(k+1, L) = \mathbf{F}(k, L) \cdot \mathbf{X}(k, L) + \mathbf{C}(k, L) \cdot \mathbf{W}(k, L), \quad (1)$$

где $\mathbf{X}(k+1, L) = |x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots, x_n|^{\mathrm{T}}$ – вектор-столбец размерностью $(n \times 1)$, включающий в себя неизвестные и подлежащие оцениванию переменные состояния динамической системы (вектор состояний); $k = 0, \ldots, K$ – дискретное текущее время с интервалом дискретизации Δt $(t_k = k\Delta t)$; $L = 0, \ldots,$ – дискретное значение координат в области определения, с шагом Δz_j (здесь $z_{Lj} = L\,\Delta z_j$); $\mathbf{z} = |z_1, z_2, z_3|$ – координаты точки в трехмерном пространстве (z_1, z_2 – координаты в плоскости, z_3 – высота); j – индекс, определяющий пространственную координату $(j = 1, 2, 3)$; $\mathbf{F}(k, L)$ – матрица перехода для дискретной системы размерностью $(n \times n)$; $\mathbf{W}(k, L) = |w_1, w_2, w_3, w_4, \ldots, w_m|^{\mathrm{T}}$ – вектор случайных возмущений системы (порождающие шумы, шумы состояния); $\mathbf{C}(k, L)$ – матрица интенсивностей случайных возмущений системы, размерностью $(n \times m)$.

Математическая модель каналов измерений, по данным которых осуществляется оценка состояния системы, в общем случае описывается аддитивной смесью полезного сообщения и ошибки измерения:

$$\mathbf{Y}(k, L) = \mathbf{H}(k, L) \cdot \mathbf{X}(k, L) + \mathbf{V}(k, L), \quad (2)$$

где $\mathbf{Y}(k, L) = |y_1, y_2, y_3, y_4, \ldots, y_s|^{\mathrm{T}}$ – вектор фактических измерений размерностью $(s \times 1)$; $\mathbf{H}(k, L)$ – матрица наблюдений $(n \times s)$, определяющая функциональную связь между истинными значениями переменных состояния и измерительными каналами системы; $\mathbf{V}(k, L) = |v_1, v_2, v_3, v_4, \ldots, v_s|^{\mathrm{T}}$ – вектор ошибок измерений (шум измерений); T – операция транспонирования.

Когда функции, входящие в уравнения (1) и (2), являются линейными, задача оценивания решается с использованием линейного фильтра Калмана–Бьюси [14, 15], обеспечивающего оценку элементов вектора состояния по текущим измерениям с минимальными среднеквадратическими ошибками. При этом уравнения оценивания имеют следующий вид:

$$\hat{\mathbf{X}}(k+1, L) = \hat{\mathbf{X}}(k+1|k, L) +$$
$$+ \mathbf{G}(k+1, L) \cdot [\mathbf{Y}(k+1, L) - \mathbf{H}(k+1, L) \cdot \hat{\mathbf{X}}(k+1|k, L)], \quad (3)$$

где $\hat{\mathbf{X}}(k+1, L) = |\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3, \hat{x}_4, \ldots, \hat{x}_n|^{\mathrm{T}}$ – оценка вектора состояния на момент времени $(k+1)$; $\hat{\mathbf{X}}(k+1|k, L) = \mathbf{F}(k, L) \cdot \hat{\mathbf{X}}(k, L)$ – матричное уравнение для расчета вектора предсказания, $\hat{\mathbf{X}}(k+1|k, L)$ – вектор предсказанных оценок на момент времени $(k+1)$ по данным на шаге k; $\mathbf{G}(k+1, L)$ – матрица весовых коэффициентов размерностью $(n \times s)$.

Отметим, что векторы $\hat{\mathbf{X}}(k+1, L)$ и $\hat{\mathbf{X}}(k+1|k, L)$ имеют размерность $(n \times 1)$.

В классическом линейном фильтре Калмана–Бьюси расчет весовых коэффициентов представляет собой независимую от (3) рекуррентную процедуру, связанную с решением матричных уравнений для ковариаций ошибок оценивания [16]:

$$\mathbf{G}(k+1, L) = \mathbf{P}(k+1|k)\mathbf{H}^{\mathrm{T}}(k+1, L) \times$$
$$\times [\mathbf{H}(k+1, L)\mathbf{P}(k+1|k)\mathbf{H}^{\mathrm{T}}(k+1, L) + \mathbf{R}_V(k+1, L)]^{-1}; \quad (4)$$

$$\mathbf{P}(k+1|k) = \mathbf{F}(k, L)\mathbf{P}(k|k)\mathbf{F}^{\mathrm{T}}(k, L) + \mathbf{R}_W(k, L); \quad (5)$$

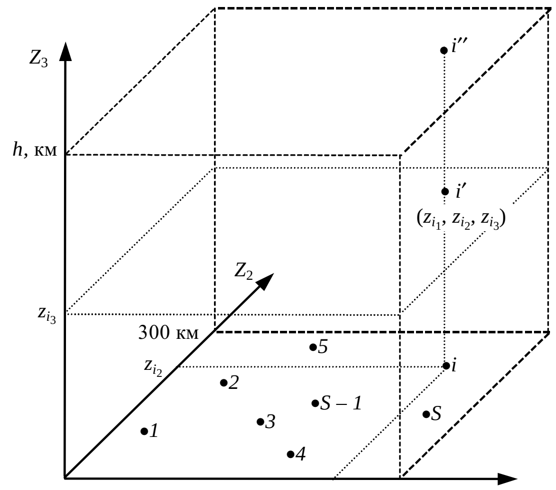
$$\mathbf{P}(k+1|k+1) = [\mathbf{I} - \mathbf{G}(k, L)\mathbf{H}(k, L)] \cdot \mathbf{P}(k+1|k), \quad (6)$$

где $\mathbf{P}(k+1|k)$ – апостериорная матрица ковариаций ошибок предсказания размерностью $(n \times n)$; $\mathbf{P}(k+1|k+1)$ – априорная матрица ковариаций ошибок оценивания размерностью $(n \times n)$; $\mathbf{R}_V(k+1, L)$ – диагональная ковариационная матрица шумов наблюдения размерностью $(s \times s)$; $\mathbf{R}_W(k, L)$ – диагональная ковариационная матрица шумов состояния размерностью $(n \times n)$; $\mathbf{I}$ – единичная матрица размерностью $(n \times n)$.

Для начала работы алгоритма фильтрации (4)–(6) в момент $k = 0$ (момент инициации) необходимо задать следующие начальные условия: $\hat{\mathbf{X}}(0, L) = \mathbf{M}\{\mathbf{X}(0, L)\}$ – начальный вектор оценивания (здесь $\mathbf{M}$ – оператор математического ожидания); $\mathbf{P}(0\,|\,0) = \mathbf{M}\{[\mathbf{X}(0, L) - \mathbf{M}\{\mathbf{X}(0, L)\}][\mathbf{X}(0, L) - \mathbf{M}\{\mathbf{X}(0, L)\}]^{\mathrm{T}}\}$ – начальная матрица ковариаций ошибок оценивания; а также значения элементов ковариационных матриц шумов $\mathbf{R}_V(0, L)$ и $\mathbf{R}_W(0, L)$. На практике значения $\hat{\mathbf{X}}(0, L)$ и $\mathbf{P}(0\,|\,0)$ могут быть заданы исходя из минимального объема сведений о реальных свойствах системы, а в случае полного отсутствия полезной информации задаются $\hat{\mathbf{X}}(0, L) = 0$, а $\mathbf{P}(0\,|\,0) = \mathbf{I}$.

2. Постановка задачи оценивания в терминах фильтра Калмана

Для постановки задачи оценивания в терминах фильтра Калмана, в соответствии с (1)–(2), необходимо представить изменяющиеся в пространстве и времени метеорологические величины в виде динамической системы. Постановку задачи начнем с предположения, что интересующие нас метеорологические величины (в качестве них могут быть взяты давление, температура, влажность, ортогональные составляющие скорости ветра и др.) непрерывно распределены в некотором объеме пространства. При этом объем ограничен снизу уровнем земли (рисунок), сверху – высотой рассматриваемого слоя атмосферы (h), а геометрические размеры в нижнем сечении определяются размерами взятого мезомасштабного полигона. В пределах подобного полигона произвольно размещено (S − 1) аэрологических станций, обеспечивающих измерения метеорологических величин во всем взятом атмосферном слое с разрешением по высоте Δz_3. Эти измерения можно представить для некоторого фиксированного момента времени t_k в виде N-мерного профиля (вектора), каждая компонента которого соответствует определенному высотному уровню $z_{i_3} = h_1, h_2, h_3, \ldots, h_N$. Сразу оговоримся, что точность и частота измерений, а также разрешение по высоте определяются техническими характеристиками измерительной аппаратуры и поэтому в данной статье не рассматриваются.



Структура размещения измерительных станций

Физическая постановка задачи состоит в том, чтобы по данным (S − 1) измерительных станций сформировать оценку (прогноз) метеорологической величины в S-й точке заданного пространства, где измерения отсутствуют или невозможны. Будем рассматривать решение этой задачи для мезометеорологического масштаба.

Специфика мезомасштаба позволяет применить метод расщепления, т.е. дает возможность оценки (прогноза) метеорологических величин на фиксированном высотном уровне, без учета взаимозависимости между соседними уровнями. Соответственно, весь высотный диапазон может быть перекрыт N фильтрами Калмана. Каждый фильтр будет использовать измерения, полученные для заданного высотного уровня на всех аэрологических станциях. Оценка (прогноз) будет осуществляться для того же высотного уровня и для точки с координатами на плоскости (z_1, z_2).

Дальнейшие рассуждения будут приведены для одного фильтра, рассчитанного на произвольный высотный уровень.

В силу случайности значений метеорологических величин их статистические свойства могут быть описаны соответствующими корреляционными функциями $\mu(\tau)$ – во времени и $\mu(\rho)$ – в пространстве. Переход от корреляционных функций к дифференциальным уравнениям, описывающим динамику изменчивости случайных процессов, осуществляется известными методами [17, 18] через преобразование Лапласа.

Корреляционные функции, описывающие временную и пространственную зависимость случайных составляющих метеорологических величин, в том числе температуры и скорости ветра, могут быть описаны экспоненциальными выражениями вида:

$$\mu(\tau) = \exp\,(-\,\alpha\tau), \qquad (7)$$

$$\mu(\rho) = \exp\,(-\,\beta\rho), \qquad (8)$$

где $\alpha = 1/\tau_0$ – коэффициент, обратно пропорциональный интервалу временной корреляции τ_0; $\beta = 1/\rho_0$ – коэффициент, обратно пропорциональный интервалу пространственной корреляции ρ_0.

Допустим, что необходимо осуществить оценку (прогноз) значений метеорологической величины в точке S (см. рисунок) с координатами (z_{S_1}, z_{S_2}), причем станции, на которых производятся измерения, размещены в точках *1*, *2*, *3*, …, (*S* − *1*) с известными координатами. Полагая, что в пределах мезомасштаба величины τ_0 и ρ_0 постоянны, запишем систему обобщенных разностных уравнений, описывающую поведение случайного процесса в пространстве и во времени:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_n(k)(1-\beta\,\Delta r_{1S})(1-\alpha\,\Delta t) + w_1(k); \\ x_2(k+1) = x_n(k)(1-\beta\,\Delta r_{2S})(1-\alpha\,\Delta t) + w_2(k); \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n(k+1) = x_n(k)(1-\alpha\,\Delta t) + w_n(k), \end{cases} \qquad (9)$$

где $\mathbf{X}(k) = |x_1(k), x_2(k), x_3(k), \ldots, x_n(k)|^{\mathrm{T}}$ – вектор пространства состояний в соответствии с (1); $\mathbf{W}(k) = |w_1(k), w_2(k), w_3(k), \ldots, w_n(k)|^{\mathrm{T}}$ – вектор-столбец шумов состояния; $\Delta r_{iS} = [(z_{S_1} - z_{i_1})^2 + (z_{S_2} - z_{i_2})^2]^{-1/2}$ – расстояние между точкой S и точкой $\mathbf{i}$ (i = 1, 2, 3, … , S − 1); (z_{i_1}, z_{i_2}) – координаты точки $\mathbf{i}$.

Отметим, что размерность вектора состояний в данной постановке больше числа измерительных станций на единицу, т.е. n = 1, 2, 3, … , S.

Представим систему уравнений (9) в матричной форме:

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{F}(\Delta t, \Delta r)\cdot\mathbf{X}(k) + \mathbf{W}(k),$$

где

$$\mathbf{F}(\Delta t, \Delta r) = (1 - \alpha\Delta t) \begin{vmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & (1-\beta\Delta r_{1S}) \\ 0 & 0 & \dots & 0 & (1-\beta\Delta r_{2S}) \\ 0 & 0 & \dots & 0 & (1-\beta\Delta r_{3S}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

– переходная матрица размерностью $(n \times n)$, в которой параметры α, β, Δt и Δr_{iS} считаются известными ($i = 1, 2, 3, \dots, S - 1$).

Система (9) позволяет вводить дополнительные уравнения состояния, уточняющие математическую модель динамической системы. Введение новых переменных в вектор состояния $\mathbf{X}(k)$ и соответствующее их описание приведут к изменению переходной матрицы $\mathbf{F}(\Delta t, \Delta r)$.

Например, в переменные состояния можно ввести параметры α и β, считая их постоянными и неизвестными. Разностные уравнения для этих параметров будут иметь вид

$$\begin{aligned} \alpha(k+1) &= \alpha(k); \\ \beta(k+1) &= \beta(k). \end{aligned} \tag{10}$$

В этом случае может быть синтезирован фильтр, обеспечивающий одновременную оценку значений метеорологической величины и интервалов ее временной и пространственной корреляции. Такой фильтр будет нелинейным в силу приобретения нелинейности уравнениями состояний. Аналогично (10), в переменные состояния можно ввести среднее значение метеорологической величины (в рамках мезомасштаба). При этом случайные компоненты вектора состояния будут определять вариации процесса вокруг среднего.

Далее рассмотрим модели каналов измерения. Под каналом измерений будем понимать измерения, полученные от метеостанции **i** ($i = 1, 2, 3, \dots, S - 1$), расположенной в точках с известными координатами. Полагаем, что измерения метеорологической величины представляют собой аддитивную смесь его истинного значения и ошибки измерения:

$$\begin{aligned} y_1(k) &= x_1(k) + v_1(k); \\ y_2(k) &= x_2(k) + v_2(k); \\ y_3(k) &= x_3(k) + v_3(k); \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ y_{S-1}(k) &= x_{n-1}(k) + v_{S-1}(k), \end{aligned} \tag{11}$$

где $\mathbf{Y}(k) = |y_1(k), y_2(k), y_3(k), \dots, y_{S-1}(k)|^{\mathrm{T}}$ – вектор измеренных значений метеорологической величины, полученный для $(S - 1)$ метеостанций; $x_1(k)$, $x_2(k)$, $x_3(k)$, … , $x_{n-1}(k)$ – истинные значения той же метеорологической величины, реально существующие в точках измерения $i = 1, 2, 3, \dots, n - 1$, причем $n = S$; $\mathbf{V}(k) = |v_1(k), v_2(k), v_3(k)|^{\mathrm{T}}, \dots, v_{S-1}(k)|^{\mathrm{T}}$ – вектор ошибок измерения.

Представим систему уравнений (11) в матричной форме

$$\mathbf{Y}(k) = \mathbf{H} \cdot \mathbf{X}(k) + \mathbf{V}(k), \tag{12}$$

где

$$\mathbf{H} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{vmatrix} \tag{13}$$

– матрица наблюдений размерностью $(S-1) \times n$. Уравнения (9), (11)–(13), а точнее матрицы $\mathbf{F}(\Delta t, \Delta r)$ и $\mathbf{H}$, полностью определяют структуру линейного фильтра Калмана (4)–(6), используемого для оценки метеорологических величин. Однако для пограничного слоя атмосферы, где наблюдаются периодические изменения метеорологических величин (и в первую очередь, температуры воздуха), связанные с суточным ходом, использование уравнений (11) является возможным лишь на ограниченном временном интервале.

Для того чтобы учесть этот процесс, в описание канала измерений следует ввести добавочную функцию, учитывающую регулярную суточную изменчивость температуры. Кроме того, в условиях мезомасштаба, в силу стабильности температуры в горизонтальной плоскости, уместно использовать математическую модель, учитывающую ее среднее значение на рассматриваемом высотном уровне. Введение дополнительной переменной должно быть учтено расширением вектора состояния, изменением матриц $\mathbf{F}(\Delta t, \Delta r)$ и $\mathbf{H}$. Проведем соответствующие изменения в уравнениях состояния (9) и в уравнениях (11), описывающих каналы измерений.

Введем расширенный вектор состояния размерностью $n = (S + 1)$:

$$\mathbf{X}^{\mathrm{T}}(k) = |x_1(k), x_2(k), \dots, x_{n-2}(k), x_{n-1}(k), x_n(k)|$$

– вектор пространства состояний, где $x_1(k) - x_{n-2}(k)$ – амплитуда суточного хода температуры в точках измерения $i = 1, 2, \dots, (S - 1)$; $x_{n-1}(k)$ – амплитуда суточного хода температуры в точке S, подлежащей оцениванию; $x_n(k)$ – среднее значение температуры для выбранного уровня в пределах мезомасштаба.

В соответствии с новым вектором состояний $\mathbf{X}^{\mathrm{T}}(k)$ система (9) дополнится одним уравнением для средней температуры и примет следующий вид:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_{n-1}(k)(1 - \beta\Delta r_{1S})(1 - \alpha\Delta t) + w_1(k) \\ x_2(k+1) = x_{n-2}(k)(1 - \beta\Delta r_{2S})(1 - \alpha\Delta t) + w_2(k) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_{n-2}(k+1) = x_{n-1}(k)(1 - \beta\Delta r_{(n-2)S})(1 - \alpha\Delta t) + w_{n-2}(k) \\ x_{n-1}(k+1) = x_{n-1}(k)(1 - \alpha\Delta t) + w_{n-1}(k) \\ x_n(k+1) = x_n(k) \end{cases} . \tag{14}$$

Матрица перехода размерностью $(n \times n)$ в этом случае запишется в виде

$$\mathbf{F}(\Delta t, \Delta r) =$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & (1-\alpha\Delta t)(1-\beta\Delta r_{1S}) & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & (1-\alpha\Delta t)(1-\beta\Delta r_{2S}) & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & (1-\alpha\Delta t)(1-\beta\Delta r_{3S}) & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & (1-\alpha\Delta t) & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad (15)$$

где параметры α, β, Δt, а также расстояния Δr_{iS} между точками измерений $i = 1, 2, 3, \dots, (S-1)$ и искомой точкой S считаются известными.

Закон изменения температуры в течение суток соответствует косинусоиде, поэтому каналы измерения можно описать следующими уравнениями:

$$\begin{cases} y_1(k) = x_n(k) + x_1(k)\cos\left(\frac{2\pi}{24}t_k - \pi\right) + v_1(k) \\ y_2(k) = x_n(k) + x_2(k)\cos\left(\frac{2\pi}{24}t_k - \pi\right) + v_2(k) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \\ y_{S-2}(k) = x_n(k) + x_{S-2}(k)\cos\left(\frac{2\pi}{24}t_k - \pi\right) + v_{S-2}(k) \\ y_{S-1}(k) = x_n(k) + x_{S-1}(k)\cos\left(\frac{2\pi}{24}t_k - \pi\right) + v_{S-1}(k) \end{cases} \quad (16)$$

где

$$\mathbf{Y}^{\mathrm{T}}(k+1, L) = |y_1(k), y_2(k), \dots, y_{S-2}(k), y_{S-1}(k)|$$

– вектор измерения; $v_1(k)$, ..., $v_{S-1}(k)$ – ошибки измерений; t_k – отсчет местного времени в момент измерения k.

Матрица наблюдений размерностью $(S-1)\times n$ в терминах введенного вектора состояний имеет вид

$$\mathbf{H} =$$

$$= \begin{vmatrix} \cos\left(\frac{2\pi}{24}t_k - \pi\right) & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \cos\left(\frac{2\pi}{24}t_k - \pi\right) & \dots & 0 & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \cos\left(\frac{2\pi}{24}t_k - \pi\right) & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Предполагается, что измерения осуществляются синхронно, в моменты времени k, через равные промежутки времени Δt.

Уравнения (14), (16) и матрицы (15), (17) полностью определяют структуру фильтра Калмана для оценки температуры в точке S.

В заключение следует сказать, что об эффективности предлагаемого методического подхода к оценке и прогнозу мезометеорологических полей можно судить по данным натурного эксперимента. Результаты исследований, с привлечением многолетних аэрологических измерений, полученных на типичном Европейском мезометеорологическом полигоне, будут являться предметом второй части статьи, помещенной в настоящем журнале.

1. *Сонечкин Д.М.* // Труды Гидрометцентра СССР. 1976. Вып. 181. С. 62–68.
2. *Dee D.P.* // Quart. J. Roy. Met. Soc. 1991. V. 117. P. 365–384.
3. *Todlimg R., Cohn S.* // Mon. Wea. Rev. 1996. V. 124. С. 128–133.
4. *Климова Е.Г.* // Метеорология и гидрология. 1997. № 11. С. 55–65.
5. *Климова Е.Г.* // Метеорология и гидрология. 1999. № 8. С. 55–65.
6. *Сонечкин Д.М. и др.* // Метеорология и гидрология. 1973. № 4. С. 13–20.
7. *Вейль Н.Г., Кордзахия Г.Н. и др.* // Метеорология и гидрология. 1975. № 7. С. 11–20.
8. *Комаров В.С., Креминский А.В.* // Оптика атмосферы и океана. 1995. Т. 8. № 5. С. 941–957.
9. *Комаров В.С., Креминский А.В.* // Оптика атмосферы и океана. 1996. Т. 9. № 4. С. 413–423.
10. *Комаров В.С.* Статистика в приложении к задачам прикладной метеорологии. Томск: Изд-во «Спектр» ИОА СО РАН, 1997. 256 с.
11. *Комаров В.С., Креминский А.В., Попов Ю.Б.* // Оптика атмосферы и океана. 1998. Т. 11. № 8. С. 808–819.
12. *Комаров В.С., Креминский А.В., Попов Ю.Б.* // Метеорология и гидрология. 1999. № 8. С. 37–45.
13. *Ажогин В.В., Згуревич М.З,. Корбич Ю.С.* Методы фильтрации и управления стохастическими процессами с распределенными параметрами. Киев: Выща шк., 1988. 448 с.
14. *Браммер К., Зиффлинг Г.* Фильтр Калмана–Бьюси. М.: Наука, 1982. 200 с.
15. *Фильтрация* и стохастическое управление в динамических системах / Под ред. К.Т. Леондеса. М.: Мир, 1980. 407 с.
16. *Сейдж Э.П., Мэлса Дж.Л.* Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. М.: Связь, 1976. 496 с.
17. *Первачев С.В.* Радиоавтоматика: Учебник для вузов. М.: Радио и связь, 1982. 296 с.
18. *Корн Г., Корн Т.-М.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984. 832 с.

V.S. Komarov, Yu.B. Popov. **Estimate and forecasting of the atmosphere state parameters using the Kalman filtering algorithm. Part 1. Methods.**

The methods and algorithms for solving the problem of estimate and forecasting parameters of the atmosphere state by the Kalman filtering method are discussed.