

Г.А. Титов

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАДИАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАЗОРВАННОЙ ОБЛАЧНОСТИ

Рассматриваются математические модели разорванной облачности, построенные на пуассоновских потоках точек. Обсуждаются методы расчета средних характеристик радиации, основанные на усреднении стохастического уравнения переноса по ансамблю реализаций модельного облачного поля. Показано, что средние потоки и их частные производные по баллу облачности в случайном поле кучевых облаков существенно отличаются от соответствующих характеристик слоистых облаков, изолированного облака и поля облаков, регулярно расположенных в пространстве.

Введение

Поглощенная солнечная радиация и уходящее тепловое излучение определяют глобальный тепловой режим и динамику системы «атмосфера — подстилающая поверхность». Основным регулятором энергетики системы являются облака [1], покрывающие огромные площади небосвода. Облачный покров оказывает существенное влияние на перенос как солнечной, так и тепловой радиации и тем самым определяет пространственно-временную изменчивость радиационного баланса и скрытого тепла при фазовых превращениях воды в атмосфере, являющегося ведущим компонентом внутренней энергии системы. В связи с этим принципиально важное значение имеет задача адекватного описания радиационных свойств облаков в зависимости от их структуры. В настоящее время достаточно хорошо изучены спектральные и интегральные радиационные параметры горизонтально однородных облачных слоев, используемых в качестве моделей слоистообразных облаков [2, 3].

Оптические характеристики реальной облачности являются случайными полями из-за случайной геометрии облачного покрова (нерегулярная причудливая форма очертаний, количество, размеры и положение в пространстве отдельных облаков) и макромасштабных флуктуаций водности, фазового состава и спектра размеров водяных капель или кристаллов льда внутри отдельного облака. Теория переноса радиации в облачной атмосфере с одновременным учетом обоих типов макромасштабных ($\sim 0,1 - 1,0$ км) флуктуации оптических параметров практически отсутствует. В дальнейшем речь пойдет о переносе солнечного излучения в разорванной облачности, в которой случайными являются только геометрические параметры облачного поля. В субтропиках и тропиках доля разорванной облачности составляет 30–50% [1].

Модели облачных полей

Пусть в слое Λ $0 < z \leq H$ заданы случайные скалярные, поля коэффициента ослабления $\sigma(\mathbf{r})\kappa(\mathbf{r})$, альbedo однократного рассеяния $\lambda(\mathbf{r})\kappa(\mathbf{r})$ и индикатрисы рассеяния $g(\mathbf{r}, \omega, \omega')\kappa(\mathbf{r})$, где $\mathbf{r} = (x, y, z)$, единичный вектор направления $\omega = (a, b, c)$. Здесь $\sigma(\mathbf{r})$, $\lambda(\mathbf{r})$ и $g(\mathbf{r}, \omega, \omega')$ — известные неслучайные функции, а $\kappa(\mathbf{r})$ — индикаторное поле

$$\kappa(\mathbf{r}) = 1, \mathbf{r} \in G \text{ и } \kappa(\mathbf{r}) = 0, \mathbf{r} \notin G,$$

где G — случайное множество точек в Λ , в которых присутствует облачное вещество. Статистика оптических параметров полностью определяется статистическими характеристиками поля $\kappa(\mathbf{r})$. Коэффициенты аэрозольного и релеевского ослабления много меньше соответствующих параметров облаков, и в пределах слоя Λ ими можно пренебречь.

Построение физической модели $\kappa(\mathbf{r})$ является самостоятельной, очень трудной задачей, решение которой должно основываться на фундаментальных уравнениях облакообразования. В настоящее время эта задача не решена, поэтому используются математические модели $\kappa(\mathbf{r})$, способные лишь более или менее правдоподобно отражать наиболее важные с точки зрения воздействия на поле радиации параметры реальных облачных полей. Естественными представляются модели в виде совокупности стохастически распределенных в пространстве облаков заданной конфигурации. Пространственное распределение динамически не взаимодействующих кучевых облаков, образующих горизонтально статистически однородное облачное поле, является распределением Пуассона, которое хорошо согласуется с данными радарных измерений [4]. В первом приближении можно считать, что кучевые облака обладают осевой симметрией и их конфигурация близка к форме простейших геометрических тел:

опрокинутые усеченные параболоиды вращения [5], сферы [6], кубы [7] и т. п. Обзор результатов исследований по статистике облачности содержится в [2, 3].

Предположим, что плоскости $z = 0$ — минимальная, $z = h$ — максимальная высота уровня конденсации, а $z = H$ — максимальная высота уровня свободной конвекции. Основания облаков лежат в пределах цилиндра $V(0 \leq z \leq h)$ и сколь угодно больших горизонтальных размеров. Высота уровня конденсации незначительно изменяется в пространстве [8], поэтому $h \ll H$. В объеме V по закону Пуассона $P(m) = (\bar{m})^m \exp(-\bar{m}) / m!$ выберем m точек $\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_m$, которые статистически независимо и равномерно распределим в V . Здесь \bar{m} — среднее значение случайной величины m . Индикаторное поле $\kappa(\mathbf{r})$ определим в объеме $V' \supset V$ выражением [9]

$$\begin{aligned} \kappa(\mathbf{r}) &= \prod_{\kappa=0}^m q(\mathbf{r} - \mathbf{r}_\kappa) = 1 - \prod_{\kappa=0}^m q^c(\mathbf{r} - \mathbf{r}_\kappa), \\ g(\mathbf{r} - \mathbf{r}_\kappa) &= \begin{cases} 1, & \mathbf{r} \in A_\kappa \\ 0, & \mathbf{r} \notin A_\kappa \end{cases}, \quad q^c(\mathbf{r} - \mathbf{r}_\kappa) = \begin{cases} 1, & \mathbf{r} \in A_\kappa^c \\ 0, & \mathbf{r} \notin A_\kappa^c \end{cases}, \end{aligned}$$

где A_n — множество точек, принадлежащих выпуклой геометрической фигуре Γ с центром в \mathbf{r}_κ (геометрический центр основания фигуры); A_0 — пустое множество; q и q^c — индикаторные функции A_κ и $A_\kappa^c = V' / A_\kappa$ соответственно; размеры и форма объема V' зависят от V и размеров и формы множеств A_κ . Фигуры Γ , аппроксимирующие облака, могут пересекаться, образуя более сложные конфигурации.

Для полного описания поля $\kappa(\mathbf{r})$ необходимо знать любые n -точечные плотности вероятности, которые в общем случае определить не удастся. Пусть поле $\kappa(\mathbf{r})$ статистически однородно, p — безусловная, а $V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ — условная вероятности наличия облаков. Истинную условную вероятность аппроксимируем экспоненциальной

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = (1 - p) e^{-A(\omega) |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} + p, \quad (1)$$

где $A(\omega)$ определяется, например, по методу наименьших квадратов. Тогда для упорядоченной последовательности точек $\{\mathbf{r}_i\}$, расположенных на одной прямой, n -точечная вероятность наличия облаков $P_{1...n}(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n) = P\{\kappa(\mathbf{r}_1) = 1, \dots, \kappa(\mathbf{r}_n) = 1\}$ факторизуется

$$P_{\frac{1...n}{n}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_n) = V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) P_{\frac{1...n}{n-1}}(\mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_n), \quad n = 2, 3, \dots, \quad (2)$$

и на любой прямой κ , является марковским случайным процессом. В случае произвольно расположенных точек $\{\mathbf{r}_i\}$ равенство (2) можно использовать как приближение при выполнении неравенства $l \ll L$, где L — характерный размер отдельного облака (фигура Γ), l — расстояние между точками (средняя длина пробега). Для реальных кучевых облаков при средних и больших баллах облачности $l \sim 10-50$ м, тогда как $L \sim 500-2000$ м и можно считать, что указанное неравенство выполняется.

Пусть $R[\kappa]$ функционал, зависящий от значений поля $\kappa(\mathbf{r})$ таким образом, что \mathbf{r}_2 является ближайшей точкой к \mathbf{r}_1 . После разложения $R[\kappa]$ в функциональный ряд Тейлора с помощью (2) получена формула для расщепления корреляций

$$\langle \kappa(\mathbf{r}_1) \kappa(\mathbf{r}_2) R[\kappa] \rangle = V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \langle \kappa(\mathbf{r}_2) R[\kappa] \rangle, \quad (3)$$

где угловые скобки или черта сверху означают среднее по ансамблю.

Существует другой способ разбиения пространства на выпуклые области, связанный с понятием о случайных мозаиках [10]. Мозаики — это совокупность ограниченных выпуклых многоугольников, которые, не пересекаясь, покрывают пространство. Случайные мозаики, порождаемые пуассоновскими ансамблями точек, строятся следующим образом. Пусть точки \mathbf{r}_i , $i = 1, \dots, m$ распределены в цилиндре $V: 0 \leq z \leq H$. Разобьем V на клетки по следующему правилу: клетка C_i содержит все точки пространства, ближайшие к \mathbf{r}_i по сравнению с другими точками \mathbf{r}_j , $j \neq i$. Тогда C_i будет почти наверняка выпуклым многогранником, так как является пересечением нескольких плоскостей. Точка \mathbf{r}_i называется центром клетки C_i . Множество точек, для которых ближайший центр не является единственным, имеет меру нуль и исключается из рассмотрения. Алгоритм построения облачного поля очевиден: с вероятностью p случайная мозаика является облаком и с вероятностью $1-p$ — безоблачным

промежутком. Если мозаики строятся на плоскости, то облака имеют форму цилиндров высоты H , основанием которых является случайный многоугольник.

Случайные индикаторные поля можно моделировать на основе пуассоновских потоков точек на прямых. В пределах параллелепипеда $[0, X] \times [0, Y] \times [0, H]$ конструктивно зададим поле $\kappa(\mathbf{r})$:

1) на каждой из координатных осей независимо строятся стационарные пуассоновские потоки точек с корреляционными функциями $B(t) = \exp\{-A_t t\}$, $t = x, y, z$, A_t — среднее число точек, приходящихся на единицу длины;

2) для каждого параллелепипеда $[x_{i-1}, x_i] \times [y_{j-1}, y_j] \times [z_{k-1}, z_k]$ выбирается свое независимое значение $\kappa(\mathbf{r})$ соответственно функции распределения $p\delta(\kappa - 1) + (1 - p)\delta(\kappa)$. Поле $\kappa(\mathbf{r})$ статистически однородно, неизотропно и имеет экспоненциальную корреляционную функцию $B(x)B(y)B(z)$. Отдельные облака имеют форму параллелепипедов с экспоненциальной функцией распределения по размерам вдоль каждой из координатных осей. Облака могут образовывать облачные группы, вероятность появления и средний размер которых увеличиваются с возрастанием балла облачности. Условная вероятность наличия облаков экспоненциальна (1) с $A(\omega) = |a| A_x + |b| A_y + |c| A_z$, а формулы (2), (3) справедливы для точек $\{\mathbf{r}_i\}$, $i = 1, \dots, n$, координаты которых образуют монотонные последовательности [11]. В данной модели нет необходимости в аппроксимации условной вероятности и на последовательность точек накладываются значительно менее жесткие требования, чем в модели на пространственном пуассоновском ансамбле точек.

Входными геометрическими параметрами рассматриваемых моделей являются абсолютный балл облачности N , толщина H и горизонтальный размер D облаков, параметр $A(\omega) \sim 1/D$ [9, 11, 12].

Методы решения

В рамках статистического подхода к задаче переноса излучения необходимо получить соотношения, непосредственно связывающие статистические параметры полей облачности и радиации. Основу такого подхода составляет стохастическое уравнение переноса, которое можно записать в виде

$$I(\mathbf{r}, \omega) + \frac{1}{|c|} \int_{E_z} \sigma(\mathbf{r}') \kappa(\mathbf{r}') I(\mathbf{r}', \omega) d\xi = \frac{1}{|c|} \int_{E_z} \lambda(\mathbf{r}') \sigma(\mathbf{r}') d\xi \times \\ \times \int_{4\pi} g(\mathbf{r}', \omega, \omega') \kappa(\mathbf{r}') I(\mathbf{r}', \omega') d\omega' + I_*(\mathbf{r}, \omega), \quad (4)$$

где $I(\mathbf{r}, \omega)$ — случайная монохроматическая интенсивность; $I_*(\mathbf{r}, \omega)$ — интенсивность внешних источников на границах облачного слоя; $\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \frac{(\xi - z)}{c} \omega$, $E_z = (0, z)$ при $c > 0$ и $E_z = (z, H)$ при $c < 0$. После усреднения численно или аналитически уравнения (4) по ансамблю реализаций облачного поля можно получить искомые статистические характеристики поля радиации.

Если численно моделировать на ЭВМ выборочные реализации поля $\kappa(\mathbf{r})$ и точно решать уравнение переноса (4), то получим ансамбль реализаций радиационного поля, после соответствующей обработки которого нетрудно определить среднее, дисперсию и корреляционную функцию интенсивности. Выборочная реализация облачного поля представляет собой трехмерную рассеивающую среду с весьма сложной нерегулярной геометрией. В настоящее время единственным методом решения уравнения (4) в подобных средах является метод Монте-Карло [13]. Однако такой путь вычисления статистики радиации оказывается практически нереализуемым из-за большой трудоемкости точного решения (4). Существенно уменьшить трудоемкость алгоритмов статистического моделирования позволяет рандомизация [14]. Среднюю интенсивность можно получить, моделируя произвольное число $m \geq 1$ траекторий для каждой реализации поля $\kappa(\mathbf{r})$, а для оценки корреляционной функции нужно моделировать $2m$ пар независимых траекторий. Для каждой реализации поля $\kappa(\mathbf{r})$ нет необходимости получать точное решение уравнения (4), что позволяет при разумных затратах времени ЭВМ выполнить усреднение по ансамблям реализаций облачного поля и траекторий.

Этот алгоритм расчета моментов интенсивности применим в любой конструктивно заданной модели облачности, для оценки линейных функционалов от средней интенсивности был разработан и реализован в пуассоновской модели [15]. Траектории частиц строятся по известным алгоритмам [13], в частности, при моделировании длины свободного пробега используется метод «максимального сечения». Расчеты показали, что оптимальным является $m = 1$.

В рамках заданной модели $\kappa(\mathbf{r})$ рассмотренный алгоритм является точным в том смысле, что при вычислении статистики радиации не делается каких-либо дополнительных приближений и упрощений. Это обстоятельство позволяет использовать данный метод для оценки точности и границ применимости приближенных методов, основанных на аналитическом усреднении уравнения (4).

Замкнутая система уравнений для средней интенсивности впервые получена в [16], где использовалось усреднение по пространству, и в [17] после усреднения по ансамблю. В обоих случаях использовались неконструктивно заданные модели облачности и ряд предположений, имеющих не совсем ясный математический смысл. Эти недостатки были устранены в [11, 18]. Усредним (4) по ансамблю реализаций статистически однородного поля $\kappa(\mathbf{r})$

$$\begin{aligned} \langle I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}) \rangle + \frac{1}{|c|} \int_{E_z} \sigma(\mathbf{r}') W(\mathbf{r}', \boldsymbol{\omega}) d\xi &= \frac{1}{|c|} \int_{E_z} \lambda(\mathbf{r}') \sigma(\mathbf{r}') d\xi \times \\ \times \int_{4\pi} g(\mathbf{r}', \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega}') W(\mathbf{r}', \boldsymbol{\omega}') d\boldsymbol{\omega}' + I_*(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}), \end{aligned} \quad (5)$$

где $W(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}) = \langle \kappa(\mathbf{r}) I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}) \rangle$. Умножим (4) на $\kappa(\mathbf{r})$ и усредним, тогда $W(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega})$ выразится через новую неизвестную функцию $\langle \kappa(\mathbf{r}) \kappa(\mathbf{r}') I(\mathbf{r}', \boldsymbol{\omega}) \rangle$ и эту корреляцию нужно расщепить. Интенсивность $I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega})$ зависит функционально через $I(\mathbf{r}', \boldsymbol{\omega}')$ от значения поля κ во всем слое Λ , поэтому равенство (3) можно использовать для расщепления корреляции лишь как приближение, приемлемость которого обосновывается выполнением неравенства $l \ll L$ и сильной вытянутостью вперед индикатрисы рассеяния. С помощью (3) получим приближенное уравнение

$$\begin{aligned} W(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}) + \frac{1}{|c|} \int_{E_z} \sigma(\mathbf{r}') V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') W(\mathbf{r}', \boldsymbol{\omega}) d\xi &= \frac{1}{|c|} \int_{E_z} \lambda(\mathbf{r}') \sigma(\mathbf{r}') \times \\ \times V(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\xi \int_{4\pi} g(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega}') W(\mathbf{r}', \boldsymbol{\omega}') d\boldsymbol{\omega}' + p I_*(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}). \end{aligned} \quad (6)$$

Для средней интенсивности получена замкнутая система уравнений (5), (6), в которой кроме традиционных присутствуют статистические характеристики модельного облачного поля: вероятность наличия облаков p и параметр $A(\boldsymbol{\omega})$ экспоненциальной условной вероятности (1), которые связаны с экспериментально определяемыми N и D . Система уравнений для средней интенсивности нерассеянной радиации, которую легко получить из (5), (6), является точной, поскольку в этом случае мы имеем дело с упорядоченной последовательностью точек на прямой, и формулы (2), (3) справедливы.

Пусть оптические параметры облаков постоянны, а граничные условия соответствуют падающему па верхнюю границу облачности (плоскость $z = H$) параллельному потоку солнечной радиации единичной мощности. Тогда уравнение (6) удастся преобразовать в интегральное уравнение, которое для функции $U(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega}) = W(\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega})/p$ имеет вид [19]

$$U(\mathbf{x}) = \int_{\mathbf{X}} k(\mathbf{x}', \mathbf{x}) U(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' + \psi(\mathbf{x}), \quad (7)$$

$$k(\mathbf{x}', \mathbf{x}) = \frac{\lambda g(\boldsymbol{\mu}) \sum_{i=1}^2 \lambda_i D_i e^{-\lambda_i |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}}{2\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \delta\left(\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - \boldsymbol{\omega}\right), \quad (8)$$

$$\psi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^2 D_i e^{-\lambda_i |\mathbf{r} - \mathbf{r}_H|} \delta(\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_\odot), \quad (9)$$

где \mathbf{X} – фазовое пространство координат и направлений; $\mathbf{x} = (\mathbf{r}, \boldsymbol{\omega})$, $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\omega}' \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$; $g(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega}') = \frac{1}{2\pi} g(\boldsymbol{\mu})$, $\boldsymbol{\omega}_\odot$ – направление падающего солнечного излучения; $\mathbf{r}_H \in z = H$,

$$\lambda_{1,2} = \frac{\sigma + A(\boldsymbol{\omega})}{2} \mp \frac{\sqrt{|\sigma + A(\boldsymbol{\omega})|^2 - 4A(\boldsymbol{\omega})p\sigma}}{2}, \quad D_1 = \frac{\lambda_2 - \sigma}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad D_2 = \frac{\sigma - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}. \quad (10)$$

Отказ от постоянства оптических параметров затрудняет преобразование (6) в интегральное уравнение (7) с достаточно простым ядром (8). В пространстве L_1 для ядра (8) имеем $\|K\| \leq \lambda$, а для ограниченной среды $\|K^2\| < 1$, что обеспечивает сходимость ряда Неймана уравнения (7), и, следовательно, возможность применения метода Монте-Карло для оценки линейных функционалов

$$J_h = (U, h) = \int_X U(\mathbf{x}) h(\mathbf{x}) d\mathbf{x},$$

в частности, средней интенсивности $\langle I(\mathbf{x}) \rangle$.

Рассмотрим алгоритм оценки J_h , основанный на общей теории решения интегральных уравнений методом Монте-Карло [13]. Поскольку модельное облачное поле статистически однородно и однородны граничные условия, то $\langle I(\mathbf{r}, \omega) \rangle = \langle I(\mathbf{z}, \omega) \rangle$, $U(\mathbf{r}, \omega) = U(\mathbf{z}, \omega)$. После несложных преобразований уравнение (5) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \langle I(\mathbf{z}, \omega) \rangle &= \frac{\lambda \sigma p}{|c|} \int_{E_z} d\xi \int_{4\pi} \sum_{i=1}^2 D_i e^{-\lambda_i \frac{|z-\xi|}{|c|}} g(\omega, \omega') U(\xi, \omega') d\omega' + \\ &+ \langle j(\mathbf{z}) \rangle \delta(\omega - \omega_\odot), \quad \langle j(\mathbf{z}) \rangle = \sigma p \sum_{i=1}^2 D_i e^{-\lambda_i \frac{|z-H|}{|c_\odot|}} / \lambda_i, \end{aligned} \quad (11)$$

где $\langle j(\mathbf{z}) \rangle$ – средняя интенсивность нерассеянного света. Определим цепь Маркова начальной

$$\psi_1(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^2 \lambda_i D_i e^{-\lambda_i \frac{|z-H|}{|c_\odot|}} \delta(\omega - \omega_\odot) \quad (12)$$

и переходной $k(\mathbf{x}', \mathbf{x}) / \lambda$ плотностью ($k(\mathbf{x}', \mathbf{x})$ – субстохастическое ядро). Для оценки J_h имеем

$$J_h = (U, h) = M \xi = M \sum_{n=0}^{N_1} Q_n h(\mathbf{x}_n), \quad (13)$$

где M – знак математического ожидания по ансамблю реализаций траекторий марковских цепей; N_1 – случайный номер последнего состояния, вспомогательный вес определяется выражением

$$Q_0 = \frac{\psi_1(\mathbf{x}_0)}{\psi_1(\mathbf{x}_0)}, \quad Q_n = \lambda Q_{n-1}, \quad n = 1, 2, \dots, N_1. \quad (14)$$

Из (11)–(13) следует, что среднюю интенсивность солнечной радиации в плоскости $z = z_*$ в направлении $\omega_* = (a_*, b_*, c_*)$ можно вычислить, если в (13) положить

$$h(\mathbf{x}_n) = \begin{cases} \frac{\sigma p}{|c_*|} \sum_{i=1}^2 D_i e^{-\lambda_i \frac{|z_* - z_n|}{|c_*|}} g(\omega_n, \omega_*), & c_*(z_* - z_n) > 0, \\ 0, & c_*(z_* - z_n) < 0, \end{cases} \quad (15)$$

а для среднего потока

$$h(\mathbf{x}_n) = \begin{cases} \sigma p \sum_{i=1}^2 D_i e^{-\lambda_i \frac{|z_* - z_n|}{|c_{n+1}|}}, & c_{n+1}(z_* - z_n) > 0, \\ 0, & c_{n+1}(z_* - z_n) < 0. \end{cases} \quad (16)$$

Этот алгоритм справедлив и в случае неоднородных граничных условий, соответствующих падающим на облачный слой пространственно-ограниченным пучкам искусственных источников излучения. Используя метод зависимых испытаний [13], нетрудно построить алгоритм статистического моделирования для вычисления частных производных J_h по параметрам задачи. Другой алгоритм оценки J_h , основанный на рандомизации уравнения (7), разработан в [20]. Решение системы (5), (6) методом сферических гармоник получено в [21]. Следует отметить, что точность приближенного уравнения (6) достаточно высока [18] и оценена путем сравнения с эталонными расчетами по методу, основанному на численном усреднении уравнения (4) по ансамблю реализаций облачного поля.

Согласно (7), (11) средняя интенсивность инвариантна относительно двух параметров: $\tau = \sigma H$ и $\gamma = H/D$. При $\gamma \rightarrow 0$ из (5), (6) следует асимптотика, которая для рассеянного света имеет вид $\langle I(\mathbf{r}, \omega) \rangle = p I_c(\mathbf{r}, \omega)$, где $I_c(\mathbf{r}, \omega)$ – интенсивность излучения в слое Λ с $\mathcal{K}(\mathbf{r}) = 1$ для всех $\mathbf{r} \in \Lambda$ и постоянными оптическими характеристиками σ , λ и $g(\omega, \omega')$. Эта асимптотическая формула весьма при-

влекательна для практического пользования, поскольку $I_c(\mathbf{r}, \omega)$ рассчитывается в рамках хорошо разработанной детерминистской теории переноса. Без сколько-нибудь строгого обоснования и оценок точности она уже использовалась [3] для вычисления средних радиационных характеристик облачных полей, в том числе и кучевой облачности ($\gamma \sim 1$). В другом предельном случае $\gamma \rightarrow \infty$ ($I(\mathbf{r}, \omega)$) совпадает с $I_c(\mathbf{r}, \omega)$, вычисленной при среднем значении коэффициента ослабления (средняя среда). В обеих асимптотиках уравнения (5), (6) дают физически правильный результат.

Таковы в общих чертах математические аспекты проблемы взаимодействия полей облачности и радиации.

Средние лучистые потоки

Абсолютные значения можно получить, если умножить приводимые ниже средние потоки на $S_\lambda |c_\circ|$, S_λ — спектральная солнечная постоянная, $|c_\circ| = \cos \xi_\circ$, ξ_\circ — зенитный угол Солнца. Расчеты выполнены при нулевом альбедо подстилающей поверхности и оптических характеристиках, соответствующих облаку C_1 [22] и длине волны 0,69 мкм.

Радиационное поле в разорванной облачности формируется под влиянием следующих эффектов, связанных с конечными горизонтальными размерами облаков:

1. Падающий параллельный поток солнечной радиации может входить, а прямое и диффузное излучение выходить из облачного слоя через негоризонтальные поверхности отдельного облака.

2. Может происходить экранирование падающего извне излучения окружающими облаками, взаимное затенение и радиационное взаимодействие облаков. Последнее обусловлено тем, что часть излучения, выходящего через боковую поверхность облака, может многократно рассеиваться между облаками.

Влияние этих эффектов, отсутствующих в моделях сплошного плоского слоя (полностью) и изолированного облака (частично), на величину средних потоков проиллюстрируем в наиболее простой модели статистически однородного облачного поля. Облака имеют одинаковую высоту H и форму цилиндра, основанием которого является круг, в среднем квадрат или случайный многоугольник; балл облачности $N = p$.

Для оценки влияния конфигурации облаков на средние потоки естественно потребовать, чтобы в среднем были равны площади их оснований. Тогда средние потоки прямой \bar{S} , рассеянной пропущенной \bar{Q}_s и отраженной \bar{R} радиации слабо изменяются при вариациях геометрической формы основания облаков (рис. 1, а, б). Этот результат представляется очень важным, так как значительно упрощает исследование радиационных свойств статистически однородных облачных полей и при решении практических задач из совокупности возможных моделей можно выбрать наиболее простую и удобную. Результаты, приведенные ниже, получены в модели, построенной на пуассоновских точечных процессах на прямых и с $A(\omega) = A(|a| + |b|)$, $A = [1,65(N - 0,5)^2 \pm 1,04]/D$. Такие значения A при $D = 1$ км обеспечивают минимально возможные среднеквадратичные отклонения между экспериментальной и теоретической корреляционной функцией закрытости зенита облаками [12].

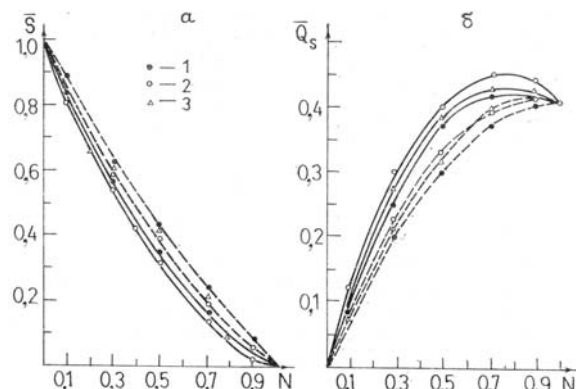


Рис. 1. Влияние конфигурации основания облаков на средние потоки прямой \bar{S} и рассеянной пропущенной \bar{Q}_s радиации при $\sigma = 30 \text{ км}^{-1}$, $H = 0,5 \text{ км}$, $\xi_\circ = 30^\circ$: 1 — случайные мозаики; 2 — в среднем квадрат и $A(\omega) = A(|a| + |b|)$; 3 — круг, сплошные кривые — $D = 0,5$, пунктир — $D = 1,0 \text{ км}$

Зависимость средних потоков от D представлена на рис. 2, а, б, где $\bar{Q} = \bar{S} + \bar{Q}_s$ — суммарный пропущенный поток. Для $\xi_\circ \neq 0^\circ$ падающий поток солнечного излучения ослабляется не только вершиной, но и боковыми сторонами облака, что обуславливает уменьшение доли нерассеянного света, распространяющегося в просветах между облаками и дающего основной вклад в \bar{S} , поэтому $\bar{S} < S_\circ$,

здесь и ниже индекс «а» обозначает асимптотическое ($\gamma \rightarrow 0$) значение потока. Из закона сохранения энергии следует, что доля рассеянной радиации возрастает $\bar{R} + \bar{Q}_s > R_a + Q_{s,a}$ и при заданных параметрах задачи справедливы неравенства $\bar{Q}_s > Q_{s,a}$ и $\bar{R} < R_a$. Некоторое увеличение \bar{Q}_s не компенсирует уменьшение \bar{S} и $\bar{Q} < Q_a$. С ростом D уменьшается среднее количество облаков в облачном поле, поэтому уменьшается относительная роль боковых сторон в формировании среднего радиационного поля и, следовательно, уменьшаются различия между указанными выше потоками. Горизонтальные размеры слоистообразных облаков больше 10 км и максимальные значения $\tau \sim 10^{-2} - 10^{-3}$ [3, 8], поэтому асимптотика $\gamma \rightarrow 0$ хорошо описывает радиационные свойства слоистых облаков, частично покрывающих небосвод в интересующем нас регионе.

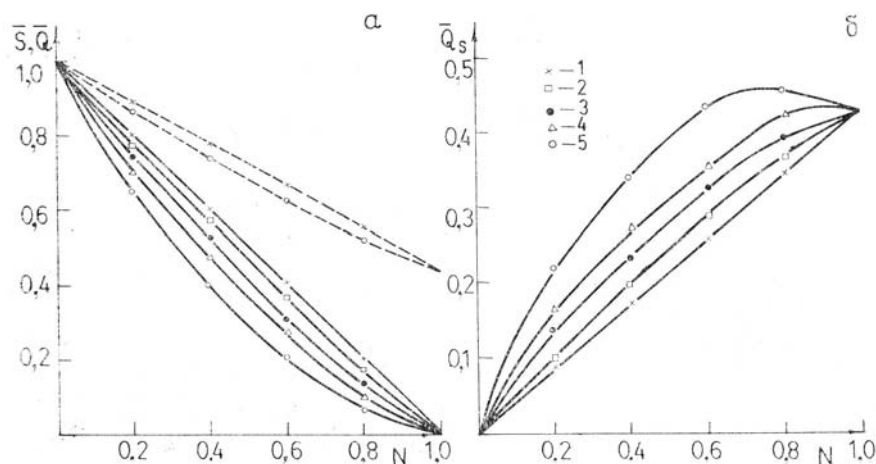


Рис. 2. Зависимость средних потоков от горизонтального размера D облаков при $\sigma = 30 \text{ км}^{-1}$, $H = 0,5 \text{ км}$, $\xi_0 = 30^\circ$: 1 – асимптотика $\gamma \rightarrow 0$; 2–5 – D равно 4, 2, 1 и 0,5 км соответственно

Вместо среднего альбеда \bar{R} иногда используется эффективное количество облаков N_e , определяемое выражением $N_e = \bar{R} / R_c$, где R_c – альбеда сплошного плоского слоя. Для слоистых облаков $N_e = N$ и не зависит от зенитного угла Солнца и оптических свойств облаков. Зависимость N_e кучевых облаков от ξ_0 и σ иллюстрирует рис. 3. Среднее альбеда облачного поля является монотонно возрастающей функцией N и ξ_0 . При заданном ξ_0 рост \bar{R} с увеличением N обусловлен возрастанием в среднем доли $1 - \bar{S}$ рассеянного излучения, а при больших N , когда расстояние между облаками в среднем уменьшается, заметную роль играет радиационное взаимодействие облаков.

Остановимся подробнее на зависимости N_e от зенитного угла Солнца (кривые 1–3). Если $\xi_0 = 0^\circ$, то при всех N выполняется неравенство $\bar{R} < R_a$, что объясняется следующими причинами. Очевидно, что при $\xi_0 = 0^\circ$ средняя доля рассеянной радиации одинакова для слоистых и кучевых облаков $\bar{R} + \bar{Q}_s = R_a + Q_{s,a}$. В случае слоистой облачности практически все излучение выходит через вершину и основание, тогда, как при кучевой, значительная часть радиации выходит через боковые стороны облаков, испытывая в среднем меньше актов рассеяния, чем излучение, выходящее через вершину и основание. Из-за сильной вытянутости вперед индикатрисы рассеяния большая доля выходящей через боковые стороны радиации дает вклад в пропускание, поэтому $\bar{Q}_s > Q_{s,a}$ и $\bar{R} < R_a$. При больших баллах эти неравенства ослабевают из-за многократного рассеяния между облаками. Для заданного N с увеличением ξ_0 величина $1 - \bar{S}$ практически не изменяется для слоистых облаков и за счет освещения боковых сторон существенно увеличивается для кучевых, поэтому $\bar{R} + \bar{Q}_s > R_a + Q_{s,a}$ и при зенитных углах Солнца больше некоторого значения ξ_0 выполняется $\bar{R} > R_a$. Неравенство $\bar{R} + \bar{Q}_s > R_a + Q_{s,a}$ настолько сильно, что остается справедливым $\bar{Q}_s > Q_{s,a}$. Следует отметить, что эффективное количество кучевых облаков определяется не только геометрической структурой, но и оптическими характеристиками облаков (кривые 3, 4). Подробно различия между радиационными свойствами слоистых и кучевых облаков исследованы в [23, 24], где отмечено в частности, что они уменьшаются с уменьшением оптической толщины.

На рис. 3 представлены также значения N_e , рассчитанные по параметризации [25], в которой средние потоки солнечной радиации при кучевой облачности считаются эквивалентными радиационным параметрам некоторого эффективного облака в виде параллелепипеда, геометрические размеры и оптическая толщина которого возрастают с увеличением N . Согласно [25] N_e слабо зависит от ξ_\circ и для коротковолновой радиации всегда $N_e < N$ (кривая 5), что противоречит представленным выше результатам, имеющим ясную физическую интерпретацию. Причина такого противоречия заключается в том, что в параметризации [25] не может быть учтена вторая группа эффектов, связанных с ограниченными горизонтальными размерами облаков.

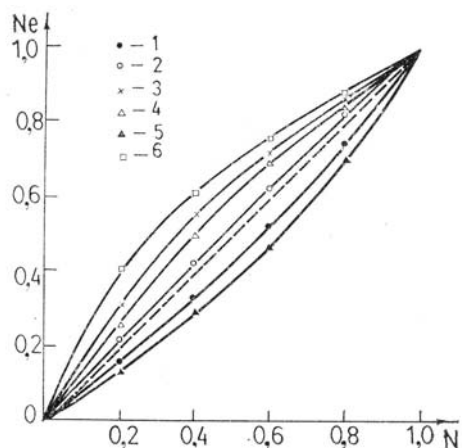


Рис. 3. Зависимость эффективного количества облаков от балла облачности при $H = 0,5$ км, $D = 0,25$ км: $\sigma = 60$ км⁻¹, $\xi_\circ = 0$ (1); 30 (2) и 60° (3); 4 — $\sigma = 10$ км⁻¹ и $\xi_\circ = 60^\circ$, 5 — [25], 6 — [26], пунктир — слоистые облака

Перенос солнечной радиации в горизонтально-неоднородном облачном поле, состоящем из заданного числа регулярно расположенных облаков одинакового размера, рассматривается в [26]. Задача решается в предположении, что на верхнюю границу облачного слоя падает диффузное излучение. Поскольку источник изотропен в полусфере, то результаты [26] можно сравнить с приводимыми здесь при некотором среднем зенитном угле Солнца $0 < \bar{\xi}_\circ < 90^\circ$. При неоправданно больших значениях $\bar{\xi}_\circ > 60^\circ$ можно говорить о более или менее удовлетворительном совпадении результатов (см. рис. 3, кривые 3 и 6). Необходимо обратить внимание на тот факт, что N_e , определяемое в [25, 26], не зависит от оптических свойств облаков.

При многопараметрической зависимости средних лучистых потоков целесообразно исследовать их частные производные, которые позволяют количественно оценить чувствительность потоков к вариациям параметров облачного поля и условий освещения, а также выделить наиболее важные, в смысле воздействия на поле радиации, характеристики. Знание частных производных дает также возможность решать на основе теории возмущений обратные задачи восстановления параметров облачного поля по набору измеренных характеристик излучения [13]. Наибольший интерес представляет частная производная среднего альбедо по количеству облаков, которая используется для оценки параметра чувствительности радиационного баланса Земли к вариациям количества облаков. Эта производная оценивается на основе спутниковых данных или с помощью численного моделирования. Подробный обзор работ по этой проблеме содержится в [1]. Серьезным недостатком существующих подходов к оценке данного параметра является предположение о линейной зависимости \bar{R} от N независимо от типа облачности. В действительности же линейная зависимость \bar{R} от N имеет место лишь для слоистых и явно нелинейна для кучевых облаков.

В случае слоистой облачности производные средних лучистых потоков по баллу не зависят от N и D , равны соответствующим потокам при $N=1$ и относительно слабо зависят от ξ_\circ . Для кучевой облачности эти производные при вариациях N и ξ_\circ изменяются в несколько раз (рис. 4, а), $\frac{\partial \bar{Q}_s}{\partial N}$ может изменить знак, а $\frac{\partial \bar{R}}{\partial N}$ из монотонно возрастающей при $\xi_\circ < \bar{\xi}_\circ$ становится убывающей при $\xi_\circ > \bar{\xi}_\circ$, $\bar{\xi}_\circ < 30^\circ$. Поток \bar{Q}_s при всех значениях ξ_\circ , а альбедо \bar{R} при больших ξ_\circ наиболее чувствительны к изменениям количества облаков при малых баллах облачности, где соответствующие производные максимальны. Если Солнце близко к зениту, то наибольшая изменчивость \bar{R} имеет место при

больших N , в области средних значений N величина $\frac{\partial \bar{R}}{\partial N}$ слабо зависит от ξ_{\odot} . При $\xi_{\odot} \neq 0^{\circ}$ поток \bar{Q}_s , как функция N имеет максимум $\left(\frac{\partial \bar{Q}_s}{\partial N} = 0\right)$, положение которого с возрастанием ξ_{\odot} смещается в сторону меньших N . Физическое объяснение этого эффекта очевидно. Параметризации [25, 26] дают неверную качественную зависимость $\frac{\partial \bar{R}}{\partial N}$ от ξ_{\odot} (см. рис. 3).

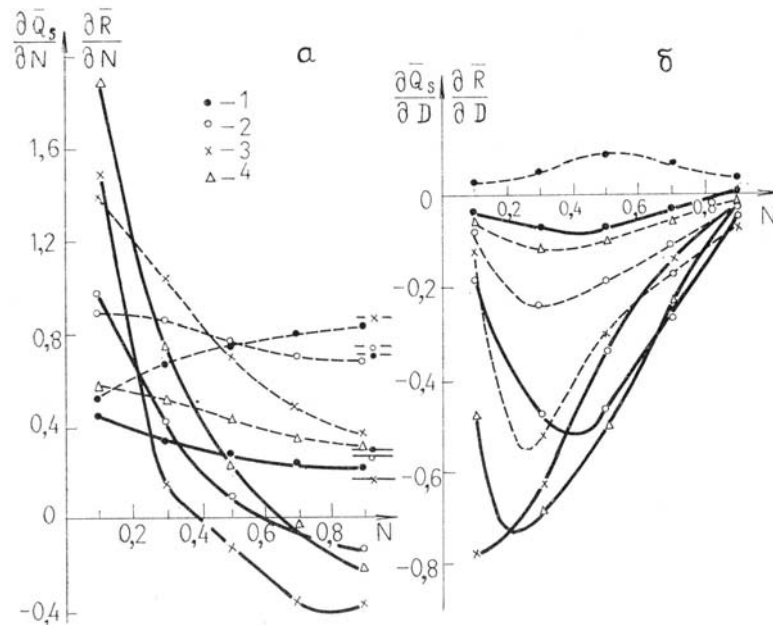


Рис. 4. Влияние зенитного угла Солнца и коэффициента ослабления па производные средних потоков по баллу облачности (а) и горизонтальному размеру облаков (б) при $H = 0,5$ км, $D = 0,25$ км: $\sigma = 60$ км $^{-1}$, $\xi_{\odot} = 0$ (1); 30 (2); 60° (3), 4 — $\sigma = 10$ км $^{-1}$ и $\xi_{\odot} = 60^{\circ}$, сплошные кривые — пропускание, пунктир — отражение. Отрезки справа (а) — производные для слоистых облаков

Производные средних потоков по горизонтальному размеру D облаков как функции балла имеют максимум при $N \lesssim 0,5$, положение которого смещается в сторону меньших значений N при увеличении ξ_{\odot} (рис. 4, б). Следовательно, \bar{Q}_s и \bar{R} наиболее чувствительны к вариациям D при $N \sim 0,2 - 0,5$; согласно экспериментальным данным [5] эти значения балла облачности типичны для кучевых облаков хорошей погоды. С возрастанием зенитного угла Солнца от 0 до 30° величина $\frac{\partial \bar{R}}{\partial N}$ изменяет знак, т.е. при некотором $\xi_{\odot} < 30^{\circ}$ среднее альbedo не зависит от D и равно альbedo слоистой облачности.

Из представленных здесь результатов следует, что производные средних потоков по N и D примерно одного порядка, причем среднее альbedo более чувствительно к изменениям N , чем D . При малых баллах поток \bar{Q}_s более чувствителен к вариациям количества облаков, а при средних и больших баллах примерно одинаково изменяется при вариациях N и D . Расчеты производных $\frac{\partial \bar{Q}_s}{\partial \sigma}$ и $\frac{\partial \bar{R}}{\partial \sigma}$ показали, что в зависимости от параметров задачи их величина на 2–3 порядка меньше, чем производных по N и D , т.е. средний радиационный режим кучевой облачности слабо изменяется при небольших вариациях коэффициента ослабления. Чтобы изменить средние лучистые потоки на такую же величину, что и при вариациях $\Delta N \sim 0,1$, коэффициент ослабления должен измениться на величину $\Delta \sigma \sim 10$ км $^{-1}$. При больших изменениях коэффициента ослабления качественная зависимость производных сохраняется, а их абсолютная величина может измениться в 1,5–2,0 раза (рис. 4, а, б, кривые 3, 4). Слабая изменчивость средних лучистых потоков при вариациях σ позволяет сделать вывод о том, что учет в теории макромасштабных флуктуаций коэффициента ослабления внутри отдельного облака не приводит к сколько-нибудь существенным изменениям радиационных свойств поля кучевых облаков. Этот вывод подтверждается расчетами, приведенными в [27].

Пусть в облачном поле присутствует поглощающий в видимой области спектра аэрозоль, например сажа, и аэрозольные частицы являются ядрами конденсации. Наличие аэрозоля в облачных каплях не изменит существенно коэффициент ослабления и индикатрису рассеяния, а приведет лишь к некоторому уменьшению альbedo однократного рассеяния λ [28]. Изменение поглощающих свойств элементарного рассеивающего объема облаков под влиянием аэрозоля представляет собой отдельную задачу. Здесь ограничимся предварительными оценками возможного воздействия поглощающего аэрозоля на средний радиационный режим облачного поля, положив согласно [28] $\lambda = 1,0, 0,999$ и $0,99$. Очевидно, что поглощательная способность облачного покрова будет возрастать при увеличении средней кратности рассеяния, т.е. при возрастании какого-либо из параметров τ , N и ξ_0 . Наличие даже очень слабого поглощения $\lambda = 0,999$ уменьшает \bar{Q}_s и \bar{R} на 3–4%, так что суммарное поглощение облачным слоем составляет 6–8%, для $\lambda = 0,99$ эти величины равны ~ 20 и $\sim 40\%$ соответственно (рис. 5). При уменьшении λ от 1 до 0,99 производные средних потоков по баллу заметно уменьшаются, так $\frac{\partial \bar{R}}{\partial N}$ уменьшается почти в 1,5 раза; производные по горизонтальному размеру облаков изменяются незначительно. Эти оценки показывают, что аэрозоль может оказывать заметное влияние на радиационный бюджет облачной атмосферы и, следовательно, на климатообразующую роль облачного покрова.

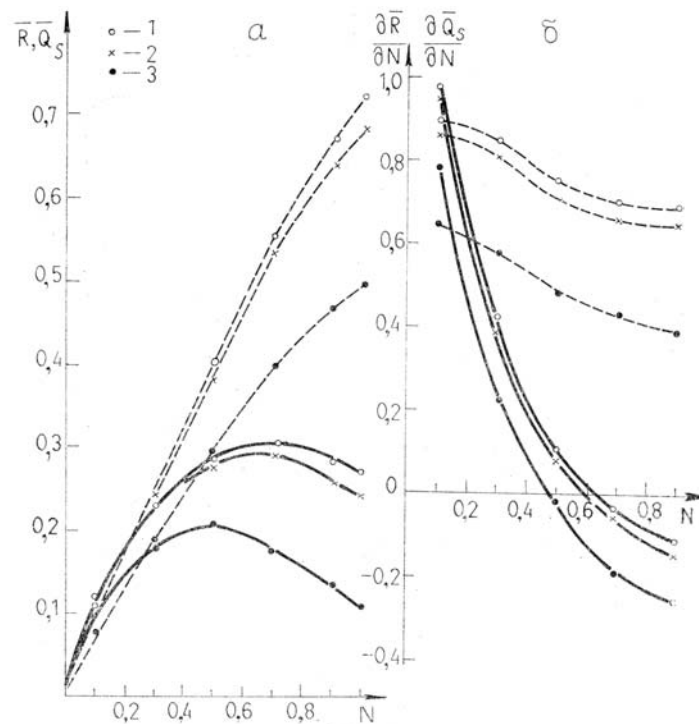


Рис. 5. Средние потоки (а) и их производные (б) при $\sigma = 60 \text{ км}^{-1}$, $H = 0,5 \text{ км}$, $D = 0,25 \text{ км}$, $\xi_0 = 30^\circ$ и различных значениях альbedo однократного рассеяния $\lambda = 1$ (1), $0,999$ (2) и $0,99$ (3), сплошные кривые — пропускание; пунктир — отражение

Выше рассмотрены средние лучистые потоки и их частные производные в предположении, что интересующая нас область полностью занята либо слоистой, либо кучевой облачностью. В природе могут возникнуть ситуации, когда часть C области занята слоистыми, а $1-C$ кучевыми облаками. Будем считать для простоты, что балл облачности одинаков для обеих форм облаков и запишем среднее альbedo \bar{R} всей области в виде

$$\bar{R} = CNR_c + (1 - C)\bar{R}. \quad (17)$$

Считая N и C переменными, а остальные параметры задачи постоянными, получим

$$d\bar{R} = \frac{\partial \bar{R}}{\partial C} dC + \frac{\partial \bar{R}}{\partial N} dN, \quad (18)$$

$$\frac{\partial \bar{R}}{\partial C} = NR_c - \bar{R}, \quad \frac{\partial \bar{R}}{\partial N} = CR_c + (1 - C)\frac{\partial \bar{R}}{\partial N}.$$

Величина $\frac{\partial \tilde{R}}{\partial C}$ — разность между средними альбедами слоистых и кучевых облаков, которая может быть как положительной, так и отрицательной (см. рис. 3). Представляет интерес отклонение величины $\frac{\partial \tilde{R}}{\partial N}$ от $\frac{\partial \tilde{R}}{\partial N} \Big|_{C=1} = R_c$, количественной мерой этого отклонения может быть $\Delta = \frac{\partial \tilde{R}}{\partial N} / R_c - 1$, дающая ошибку в определении $\frac{\partial \tilde{R}}{\partial N}$ за счет неучета кучевой облачности (рис. 6). При малых и больших N и $C < 0,7 - 0,8$ величина Δ достигает десятков процентов. Естественно, что с увеличением зенитного угла Солнца и оптической толщины облаков $|\Delta|$ возрастает.

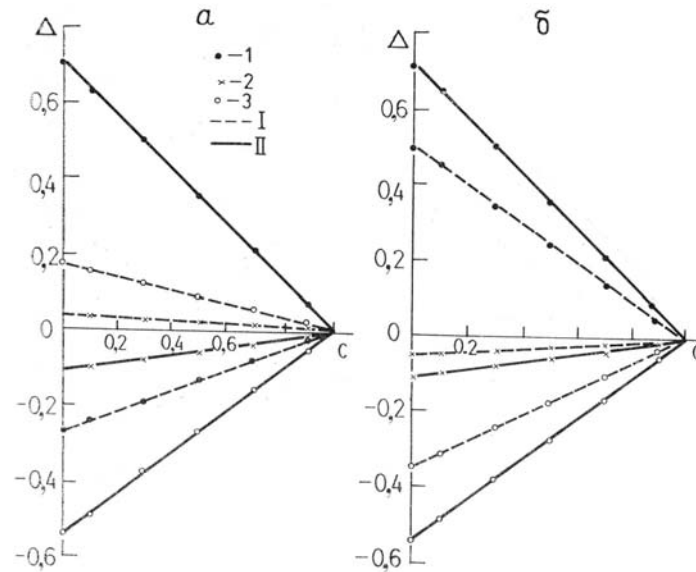


Рис. 6. Зависимость величины Δ от доли C слоистой облачности при $H = 0,5$ км, $D = 0,25$ км, и $N = 0,1$ (1), 0,5 (2) и 0,9 (3); (а) — $\sigma = 60$ км⁻¹, $\xi_0 = 0$ (I) и 60° (II); (б) — $\xi_0 = 60^\circ$, $\sigma = 20$ (I) и 60 км⁻¹ (II)

Заключение

Задача о переносе оптического излучения самостоятельной физической в разорванной облачности является самостоятельной физической проблемой, специфика которой состоит в необходимости учета ряда случайных по своей природе факторов, связанных с ограниченными горизонтальными размерами облаков. Методы расчета средних характеристик радиации, разработанные в «пуассоновских» моделях разорванной облачности, позволяют более или менее корректно учесть эти факторы. Показано, что основными параметрами, определяющими процесс переноса солнечной радиации в кучевой облачности, являются балл и горизонтальный размер облаков.

Средние спектральные потоки солнечной радиации, модулируемой полем кучевых облаков, и их частные производные качественно и количественно отличаются от соответствующих радиационных параметров изолированного кучевого облака, ансамбля регулярно расположенных в пространстве облаков и слоистой облачности, частично покрывающей небосвод. В видимой области спектра эти различия варьируются в широких пределах и составляют $\sim 10 - 100$ Вт · м⁻² · мкм⁻¹, что необходимо учитывать при корректной оценке влияния облаков на радиационный баланс Земли и климат.

Принципиальное различие между $\frac{\partial \bar{R}}{\partial N}$ рассчитанными для слоистой и кучевой облачности, состоит в том, что в случае поля кучевых облаков при оценке $\frac{\partial \bar{R}}{\partial N}$ наряду с оптическими характеристиками, которые наиболее важны при малых N , необходимо задавать начальное значение балла, относительно которого варьируется количество облаков, и зенитный угол Солнца. Последний, как известно, определяется астрономическим углом склонения, широтой местности и времени суток. Среднее значение и вариации количества облаков отличаются для различных регионов земного шара, поэтому при корректной оценке глобальной производной среднего альбеда по количеству облаков необходимо принимать во внимание пространственно-временную изменчивость глобального поля облачности.

Статистические характеристики облачного и радиационного полей были получены путем усреднения по множеству возможных случайных реализаций облачности. Это предполагает необходимость

изучения большой совокупности таких реализаций, которой исследователь, как правило, не располагает. Для того чтобы экспериментально определить эти статистические характеристики, примем обычно используемое в таких случаях предположение об эргодичности полей облачности и радиации. Тогда искомые характеристики можно получить по одной достаточно длинной реализации облачного поля, длина которой зависит от структуры облачности и равна ~100 км.

1. Марчук Г.И., Кондратьев К.Я., Козодеров В.В., Хворостьянов В.И. Облака и климат. — Л.: Гидрометеоздат, 1986. — 512 с.
2. Фейгельсон Е.М., Краснокутская Л. Д. Потoki солнечного излучения и облака. — Л.: Гидрометеоздат, 1978. — 157 с.
3. Радиация в облачной атмосфере/Под ред. Е. . Фейгельсон. — Л.: Гидрометеоздат, :1981. — 280 с.
4. Han-Ru Cho — J. Atmos. Sci., 1978, v. 35, No. 1, p. 125.
5. Plank V.G. — J. Appl. Meteor., 1969, No. 1, p. 46.
6. Halle R.L. — Bull Amer. Meteor. Soc, 1984, v. 65, No. 4, p. 371.
7. Robinson P. J. — J. Appl. Meteor., 1977, v. 16, No. 6, p. 620.
8. Матвеев Л.Т. Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. — Л.: Гидрометеоздат, 1984. — 751 с.
9. Титов Г.А. — Изв. вузов, Радиофизика, 1983, т. 26, № 8. с. 966.
10. Сантало Л. Интегральная геометрия и геометрические вероятности. — М.: Наука, 1983. — 358 с.
11. Титов Г.А. — Изв. АН СССР, ФАО, 1985, т. 21, № 9, с. 940.
12. Журавлева Т.Б., Титов Г.А. Оптико-метеорологические исследования атмосферы. — Новосибирск: Наука, 1987, с. 108.
13. Марчук Г.И., Михайлов Г.А., Назаралиев Н.А. и др. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике. — Новосибирск: Наука, 1976. — 283 с.
14. Михайлов Г.А. Оптимизация весовых методов Монте-Карло. — М.: Наука, 1987. — 239 с.
15. Авасте О.А., Вайникко Г. М., Глазов Г.Н. и др. Методы Монте-Карло в вычислительной математике и математической физике. — Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1974, с. 232.
16. Вайникко Г.М. — Труды МГК СССР, Метеорологические исследования, 1973, № 21, с. 28.
17. Глазов Г.Н., Титов Г.А. — Изв. вузов, Радиофизика. 1980, т 23, № 4, с. 424.
18. Скоринов В.Н., Титов Г.А. — Изв. вузов, Радиофизика, 1983, т 26, № 8, с. 971.
19. Скоринов В. Н., Титов Г.А. Методы и алгоритмы статистического моделирования. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1983, с. 91.
20. Глазов Г. Н., Титов Г.А. Методы Монте-Карло в вычислительной математике и математической физике. Ч. 2. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1979, с. 41.
21. Журавлева Т.Б., Титов Г.А. — Изв. АН СССР, ФАО, 1986, т. 22, № 6, с. 600.
22. Дейрменджан Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами. — М.: Мир, 1971. — 290 с.
23. Скоринов В.Н., Титов Г.А. — Изв. АН СССР, ФАО, 1984 т. 20, № .3, с. 263.
24. Титов Г.А. — Изв. АН СССР, ФАО, 1987, т. 23, № 8, с. 851.
25. Schmetz J. — Tellus, 1984, v. A 36, No. 5, p. 417.
26. Nagshvardhan. — J. Atmos. ScL, 1982, v. 39, No. 8, p. 1853.
27. Каргин Б. А. Статистическое моделирование поля солнечной радиации и атмосфере. — Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1984. — 205 с.
28. Ипполитов И.И., Креков Г.М., Лопасова Т.А., Рахимов Р.Ф. Оптико-метеорологические исследования атмосферы. — Новосибирск: Наука. 1987, с. 53.

Институт оптики атмосферы
СО АН СССР, Томск

Поступила в редакцию
18 февраля 1988 г.

G. A. Titov. Mathematical Modeling of Broken Cloudiness Radiative Parameters.

Broken cloudiness mathematical models based on the Poisson point fluxes are reviewed. Computational procedures for calculating mean radiative properties using the stochastic radiative transfer equation ensemble-averaged over model cloud array realizations are discussed. Mean fluxes and their partial derivatives with respect to the normal cloud fraction for a random cumuli field are shown to differ greatly from those of stratus clouds, an isolated field, and a regular array of clouds.