«Оптика атмосферы и океана», **10**, N 3 (1997)

НЕЛИНЕЙНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ
В АТМОСФЕРЕ И ОКЕАНЕ

УДК 535.2:621.373.826

В.В. Колосов

ГРАНИЦЫ ПРИМЕНИМОСТИ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА В ИССЛЕДОВАНИИ УСИЛЕНИЯ СПОНТАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В НЕОДНОРОДНОЙ АКТИВНОЙ СРЕДЕ

Приведено аналитическое решение точного уравнения для функции когерентности для параболических профилей распределения показателя преломления и коэффициента усиления в поперечном сечении активной среды. Анализ границ применимости уравнения переноса излучения выполнен путем прямого сравнения аналитических решений уравнения для функции когерентности и уравнения переноса излучения для широкого диапазона безразмерных параметров активной среды. Также обсуждается вопрос о границах применимости на основе сравнительного анализа общих решений точного и приближенного уравнений, представленных в интегральной форме.

Исследование усиления спонтанного излучения в активных средах с неоднородным распределением плотности инверсной населенности является важным для создания безрезонаторных лазеров, т.е. лазеров, у которых отсутствуют торцевые отражатели (зеркала). Существует несколько подходов к теоретическому исследованию выходного излучения данных лазеров. Все они базируются на параксиальном приближении и в качестве исходного используют либо волновое уравнение

$$2ik\frac{\partial E}{\partial z} + \nabla_\perp^2 E + k^2 \Delta\varepsilon(z, \rho)\, E(z, \rho) = P_{sp}(z, \rho)\,, \tag{1}$$

либо тождественное ему уравнение для функции когерентности второго порядка ($\mathbf{R} = (\rho_1 + \rho_2)/2$, $\rho = \rho_1 - \rho_2$):

$$2ik\frac{\partial \Gamma_2}{\partial z} + 2\nabla_\mathbf{R}\nabla_\rho\Gamma_2 + k^2\,[\Delta\varepsilon(z, \mathbf{R} + \rho/2) - \Delta\varepsilon\,(z, \mathbf{R} - \rho/2)]\,\Gamma_2(z, \mathbf{R}, \rho) = \frac{iW_{\mathrm{ef}}}{k}\, g(z, \mathbf{R})\,\delta(\rho). \tag{2}$$

Как правило, авторы (например, [1, 2]) при решении уравнения (2) используют аппроксимацию Тейлора

$$\Delta\varepsilon(z, \mathbf{R} + \rho/2) - \Delta\varepsilon^*\,(z, \mathbf{R} - \rho/2) = \varepsilon\,(z, \mathbf{R} + \rho/2) - \varepsilon\,(z, \mathbf{R} - \rho/2) + i\,[\sigma\,(z, \mathbf{R} + \rho/2) + \sigma\,(z, \mathbf{R} - \rho/2)] \cong$$

$$\cong \rho\nabla_\mathbf{R}\,\varepsilon\,(z, \mathbf{R}) + 2i\,\sigma\,(z, \mathbf{R}) + i\left(\frac{\rho}{2}\nabla_\mathbf{R}\right)^2 \sigma\,(z, \mathbf{R})\,. \tag{3}$$

Отметим, что разложение (3) является точным для параболического профиля комплексной диэлектрической проницаемости. Далее, опуская последнее слагаемое в (3) и подставляя результат в (2), получают уравнение

$$\frac{\partial \Gamma_2}{\partial z} + \left[\frac{1}{ik}\nabla_\rho\nabla_\mathbf{R} + \frac{k}{2i}\rho\nabla_\mathbf{R}\,\varepsilon(z, \mathbf{R}) + k\,\sigma(z, \mathbf{R})\right]\Gamma_2(z, \mathbf{R}, \rho) = \frac{W_{\mathrm{ef}}}{2k^2}\, g(z, \mathbf{R})\,\delta(\rho). \tag{4}$$

Данное уравнение является уже приближенным следствием уравнения для поперечной функции когерентности (2). Сделанные приближения являются оправданными с той точки зрения, что полученное уравнение позволяет как реализовать эффективные численные алгоритмы решения данной задачи, так и получить аналитические решения для неоднородного распределения диэлектрической проницаемости и коэффициента усиления в активной среде [1–4].

Однако, как показывают наши результаты [3], для сред с поперечной неоднородностью коэффициента усиления (поглощения) уравнение (4) хорошо описывает энергетические характеристики излучения и дает погрешность в определении его когерентных свойств. В частности, в этом случае мы вынуждены использовать следующее определение для модуля степени когерентности:

$$\mu(\rho) = \frac{|\Gamma_2(z, \mathbf{R} = 0, \rho)|}{W(z, \mathbf{R} = 0)} = \frac{|\Gamma_2(z, \mathbf{R} = 0, \rho)|}{\Gamma_2(z, \mathbf{R} = 0, \rho = 0)} \tag{5}$$

вместо точного определения

$$\mu(\rho) = \frac{|\Gamma_2(z, \mathbf{R} = 0, \rho)|}{\sqrt{W(z, \mathbf{R} = \rho/2)\, W(z, \mathbf{R} = -\rho/2)}}\,, \tag{6}$$

т.к. последнее приводит к неверным результатам. Этот факт потребовал дополнительного теоретического анализа границ применимости данного уравнения для такого класса задач.

Выполним анализ границ применимости путем прямого сравнения аналитических решений точного уравнения для функции когерентности (2) и приближенного уравнения (4). Решения данных уравнений получены для параболического профиля распределения показателя преломления и коэффициента усиления в поперечном сечении активной среды без учета влияния флуктуаций диэлектрической проницаемости, т.е. полагается, что

$$\begin{aligned} &\varepsilon(\mathbf{R}) = 1 + (\mathbf{R}^2 - a^2)/L_R^2, \quad |\mathbf{R}| < a, \ \ \varepsilon(\mathbf{R}) = 1, \quad |\mathbf{R}| > a, \\ &g(\mathbf{R}) = g_0(1 - \mathbf{R}^2/a^2), \quad |\mathbf{R}| < a, \ \ g(\mathbf{R}) = 0, \quad |\mathbf{R}| > a, \end{aligned} \tag{7}$$

где $L_R^2 = a^2/\varepsilon_0$ – длина рефракции; ε_0 и g_0 – возмущение диэлектрической проницаемости и коэффициента усиления на оси пучка, мнимая часть диэлектрической проницаемости σ связана с коэффициентом усиления среды g следующим соотношением:

$$\sigma(z, \mathbf{R}) = -\,k^{-1} g(z, \mathbf{R}).$$

Спонтанное излучение обусловлено наличием случайной поляризации в среде, которая, как считается, подчинена гауссовой статистике и удовлетворяет условию

$$\langle P_{\mathrm{sp}}(\mathbf{r})\, P^*_{\mathrm{sp}}(\mathbf{r}')\rangle = W_{\mathrm{ef}}(\mathbf{r})\, g_0\, \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad \mathbf{r} = \{z, \mathbf{R}\}, \tag{8}$$

где W_{ef} – эффективная интенсивность спонтанной эмиссии. Условие (8) было использовано при выводе уравнений (2) и (4), а также понадобится в дальнейшем. Кроме этого используются приближения:

$$W_{\mathrm{ef}}(z, \mathbf{R}) = W_{\delta\,\mathrm{ef}}(\mathbf{R})\, \delta(z); \tag{9}$$

$$W_{\delta\,\mathrm{ef}}(\mathbf{R}_0) = W_{\delta\,0} \exp(-\,R_0^2/a^2). \tag{10}$$

Условие (9) означает, что мы учитываем вклад в выходное излучение только от бесконечно тонкого слоя излучателей, расположенных в торцевой области активной среды (приближение некогерентного диска). Условие (10) также следует рассматривать как аппроксимацию, т.к. в строгой постановке задачи распределение интенсивности источников должно повторять распределение коэффициента усиления, т.е. иметь параболический профиль.

При этих предположениях в [3] получено решение приближенного уравнения (4), из которого следует, что распределение интенсивности и функция когерентности излучения в выходной плоскости имеют вид

$$W(z, \mathbf{R}) = \Gamma_2(z, \mathbf{R}, \rho = 0) = \frac{W_{\mathrm{d\,ef}}}{8\pi}\, \frac{a^2 g_0\, z_{\mathrm{ef}} \exp(g_0\, z)}{L_R^2\, \mathrm{sh}^2(\bar{z})\, (\bar{a}_0^{-2} + A)} \exp\left(-\frac{\mathbf{R}^2}{a_w^2}\right);$$

$$\Gamma_2(z,\mathbf{R}=0,\rho)=\frac{W_{\mathrm{d\,ef}}}{8\pi}\,\frac{g_0\,z_{\mathrm{ef}}\exp(g_0\,z)\,a^2}{L_R^2\,\mathrm{sh}^2(\bar z)\,(\bar a_0^{-2}+A)}\exp\left(-\frac{\rho^2}{4\,a_\rho^2}\right); \quad (11)$$

$$a_w^2=a^2\,(\bar a_0^{-2}+A)/(\bar a_0^{-2}A+A^2-B^2);\;\; a_\rho^2=a^2\,(\bar a_0^{-2}+A)/C^2,\;\; \bar z=z/L_R;\;\; \bar a_0=a_0/a;\;\; z_{\mathrm{ef}}=1/g_0;$$

$$A=\frac{g_0L_R}{2}\,\frac{\mathrm{sh}(\bar z)\,\mathrm{ch}(\bar z)-\bar z}{\mathrm{sh}^2(\bar z)};\;\; B=\frac{g_0L_R}{2}\,\frac{\mathrm{sh}(\bar z)-\bar z\,\mathrm{ch}(\bar z)}{\mathrm{sh}^2(\bar z)};\;\; C=\frac{L_D}{L_R\,\mathrm{sh}(\bar z)};$$

$$\mu(\rho)=\left|\Gamma_2(z,\mathbf{R}=0,\rho)\right|/W(z,\mathbf{R}=0)=\exp\left(-\frac{\rho^2}{4a_\rho^2}\right).$$

В рамках сделанных выше предположений (7)–(10) возможно получить решение точного уравнения (2). Для этого воспользуемся так называемым методом комплексных *ABCD* лучевых матричных элементов [5–7]. Данный метод путем использования параболической аппроксимации диэлектрической проницаемости в поперечной плоскости позволяет задачу нахождения функции Грина для уравнения (1) свести к задаче нахождения комплексных траекторий из решения обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка.

В том случае, когда мнимая часть диэлектрической проницаемости тождественно равна нулю, задача существенно упрощается. Лучевые траектории в этом случае являются реальными и имеют ясный физический смысл. Вид функции Грина для данного случая можно найти, например, в [8].

Для более общего случая, когда диэлектрическая проницаемость в среде удовлетворяет соотношениям (7), функция Грина имеет вид

$$G(z,\rho,0,\rho_0)=\frac{k}{2\pi i\,z}\,\frac{z_r+i\,z_i}{\mathrm{sh}(z_r)\cos(z_i)+i\,\mathrm{ch}(z_r)\sin(z_i)}\exp\left\{-\frac{k\,(\rho^2+\rho_0^2)}{2}\,[A_r-i\,A_i]+k\,\rho\,\rho_0\,[B_r-i\,B_i]\right\}; \quad (12)$$

$$A_r=F_x\frac{z_i\,\mathrm{ch}(z_r)\,\mathrm{sh}(z_r)-z_r\cos(z_i)\sin(z_i)}{\mathrm{sh}^2(z_r)+\sin^2(z_i)};\;\; A_i=F_x\frac{z_r\,\mathrm{ch}(z_r)\,\mathrm{sh}(z_r)+z_i\cos(z_i)\sin(z_i)}{\mathrm{sh}^2(z_r)+\sin^2(z_i)};$$

$$B_r=F_x\frac{z_i\,\mathrm{sh}(z_r)\cos(z_i)-z_r\,\mathrm{ch}(z_r)\sin(z_i)}{\mathrm{sh}^2(z_r)+\sin^2(z_i)};\;\; B_i=F_x\frac{z_r\,\mathrm{sh}(z_r)\cos(z_i)+z_i\,\mathrm{ch}(z_r)\sin(z_i)}{\mathrm{sh}^2(z_r)+\sin^2(z_i)};$$

$$z_r=\bar z\,\sqrt[4]{1+\eta^{-2}}\,\cos(\varphi/2),\;\; z_i=\bar z\,\sqrt[4]{1+\eta^{-2}}\,\sin(\varphi/2),\;\; \bar z=z/L_R;$$

$$F_x=L_D/z,\;\; L_D=ka^2,\;\; \eta=k\,\varepsilon_0/g_0=L_D/(g_0\,L_R^2),\;\; \varphi=\mathrm{arctg}(\eta^{-1}).$$

Отметим, что данное решение получено нами без использования каких-либо приближений и является точным решением уравнения (1). Тогда, используя (8)–(10), можно записать выражение для распределения интенсивности и функции когерентности в выходной плоскости, которое будет удовлетворять точному уравнению (2):

$$W(z,\mathbf{R})=\frac{W_{\delta\,\mathrm{ef}}}{8\pi}\,\frac{g_0\,z_{\mathrm{ef}}\exp(g_0z)}{\bar a_0^{-2}+A_r}\,\frac{a^2}{z^2}\,\frac{z_r^2+z_i^2}{\mathrm{sh}(z_r)+\sin(z_i)}\exp\left(-\frac{\mathbf{R}^2}{a_{ws}^2}\right);$$

$$\Gamma_2(z,\mathbf{R}=0,\rho)=\frac{W_{\delta\,\mathrm{ef}}}{8\pi}\,\frac{g_0\,z_{\mathrm{ef}}\exp(g_0z)}{\bar a_0^{-2}+A_r}\,\frac{a^2}{z^2}\,\frac{z_r^2+z_i^2}{\mathrm{sh}(z_r)+\sin(z_i)}\exp\left(-\frac{\rho^2}{4\,a_{\mathrm{rs}}^2}\right); \quad (13)$$

$$a_{ws}^2=a^2\,(\bar a_0^{-2}+A_r)/(\bar a_0^{-2}A_r+A_r^2-B_r^2);\;\; a_{\rho s}^2=a^2\,(\bar a_0^{-2}+A_r)/(\bar a_0^{-2}A_r+A_r^2+B_i^2);$$

$$\mu(\rho)=\left|\Gamma_2(z,\mathbf{R}=0,\rho)\right|/\sqrt{W(z,\mathbf{R}=\rho/2)\,W(z,\mathbf{R}=-\rho/2)}=\exp\left(-\frac{\rho^2}{4\,a_\mu^2}\right);\;\; a_\mu^2=a^2\,(\bar a_0^{-2}+A_r)/(B_r^2+B_i^2).$$

Несложно убедиться, что при стремлении z_i к нулю решение точного уравнения (2) стремится к решению приближенного уравнения (4). Условие $z_i \ll 1$ тождественно условию

$$z \ll 2\, L_D/(g_0 L_R), \tag{14}$$

которое определяет границы применимости приближенного уравнения. Были проведены расчеты значений радиусов когерентности выходного излучения для различных безразмерных параметров задачи, характерных для рентгеновских лазеров. Результаты получены на основе точного и приближенного решений. Из сравнения результатов следует, что значения радиусов отличаются не более чем на 5% при условии

$$z \le L_D/(g_0 L_R),$$

которое выполняется для большинства рентгеновских лазеров.

Однако следует отметить, что такое совпадение достигается при определении радиуса когерентности из решения (11) с использованием определения (5). Из точного определения (6) следует, что для радиуса когерентности для решения (11) можем записать:

$$a_\mu^{-2} = a_\rho^{-2} - a_w^{-2}\,.$$

Данное выражение не только не соответствует точному значению a_μ, которое следует из решения (13), но и вообще может терять физический смысл при больших z, т.к. в этом случае $a_\rho > a_w$ и квадрат радиуса когерентности a_μ становится отрицательным.

Объяснение этому факту может быть найдено из анализа интегрального решения уравнения (2). Можно показать [9] , что уравнение (1) тождественно системе уравнений

$$\frac{d^2\mathbf{R}}{dz^2} = \frac{1}{2}\nabla_\perp\, \varepsilon(z, \mathbf{R}) + \frac{1}{2k^2}\nabla_\perp\,(A^{-1}\,\Delta_\perp A(z, \mathbf{R}))\,; \tag{15.1}$$

$$\frac{\partial A^2}{\partial z} + \nabla_\perp\,(\theta\, A^2) = -\,g(z, \mathbf{R})\,, \tag{15.2}$$

где

$$E(z, \mathbf{R}) = A(z, \mathbf{R}) \exp\,[iS\,(z, \mathbf{R})];\quad \theta = k^{-1}\,\nabla_\perp S;\quad d\mathbf{R}/dz = \theta.$$

Из (15) следует, что функция Грина уравнения (1) может быть представлена в виде

$$G(z, \mathbf{R}; 0, \mathbf{R}_0) \equiv A_G \exp\,(iS_G) = A_G \exp\left\{i\,kz + \frac{ik}{2}\int_0^z dz'\,[\theta^2 + \varepsilon + k^{-2}\,A_G^{-1}\,\Delta_\perp A_G]\right\}; \tag{16.1}$$

$$A_G \equiv k\left|\frac{\mathrm{d}\,\mathbf{R}(z)}{\mathrm{d}\theta_0}\right|^{-1/2} \mathrm{e}^{\tau/2} = k\left|\frac{\mathrm{d}\,\mathbf{R}(z)}{\mathrm{d}\theta_0}\right|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{k}{2}\int_0^z dz'\, \mathrm{s}(z', \mathbf{R}(z'))\right\}, \tag{16.2}$$

где A_G и S_G – амплитуда и фаза волны точечного источника. Изменение амплитуды определяется изменением площади элементарного конуса лучей, исходящего из точки $\{z = 0, R_0\}$, и величиной оптической толщи усиления τ вдоль данных лучей. Интегрирование в уравнениях (16) выполняется вдоль лучей, траектории которых удовлетворяют уравнению (15.1). Система уравнений (15) аналогична уравнениям геометрической оптики. Но наличие в правой части уравнения (15.1) последнего слагаемого приводит к тому, что траектории лучей и набег фазы вдоль них определяются с учетом дифракционных эффектов. А это, в свою очередь, ведет к тому, что решение данной системы уравнений не имеет каустических особенностей.

Знная функцию Грина среды, можно записать выражение для функции когерентности поля:

$$\Gamma_2(z, \rho_1, \rho_2) = \int_{\infty}^{\infty} d\,z_{01}\int_{\infty}^{\infty} d\,z_{02}\int_{\infty}^{\infty} d\,\rho_{01}\int_{\infty}^{\infty} d\,\rho_{02} < P_{\mathrm{sp}}(z_{01}, \rho_{01})\, P^*_{\mathrm{sp}}(z_{02}, \rho_{02}) > G_1\, G_2^* =$$

$$= \int_{\infty}^{\infty} d\,\rho_0\, W_{\delta\mathrm{ef}}(\rho_0)\, k^2 \left|\frac{d\,\rho_1(z)}{d\theta_0}\right|^{-1/2} \left|\frac{d\,\rho_2(z)}{d\theta_0}\right|^{-1/2} \exp\{i\,[S(\rho_1) - S(\rho_2)] + [\tau(\rho_1) + \tau(\rho_2)]/2\,\}. \qquad (17)$$

При выводе (17) были использованы условия (8) и (9). Далее, переходя к суммарным и разностным координатам и выполняя разложения Тейлора для функций S и τ , получаем выражение

$$\Gamma_2(z, \mathbf{R}, \rho) = k^2 \left|\frac{d\,\mathbf{R}(z)}{d\theta_0}\right|^{-1} \int_{\infty}^{\infty} d\rho_0\, W_{\delta\mathrm{ef}}(\rho_0) \exp\{i\rho\nabla_\perp S + \tau\} \exp\{(\rho\,\nabla_\perp)^2\,\tau\}. \qquad (18)$$

При выводе (18) было использовано приближение

$$\left|\frac{d\,\rho_1(z)}{d\theta_0}\right|^{-1/2} \left|\frac{d\,\rho_2(z)}{d\theta_0}\right|^{-1/2} \approx \left|\frac{d\,\mathbf{R}(z)}{d\theta_0}\right|^{-1}, \quad \mathbf{R} = (\rho_1 + \rho_2)/2.$$

Аналогичное (18) интегральное решение для уравнения (4) может быть получено следующим образом.

Выполняя преобразование Фурье уравнения (4) по разностной координате ρ, получаем уравнение переноса излучения:

$$\frac{\partial J}{\partial z} + [\theta\,\nabla_{\mathbf{R}} + \frac{k}{2}\nabla_{\mathbf{R}}\,\varepsilon\,\nabla_\theta + k\,\sigma(z, \mathbf{R})]\,J(z, \mathbf{R}, \theta) = \frac{g_0}{8\pi^2 k^2} W_{\mathrm{ef}}(z, \mathbf{R}). \qquad (19)$$

Его общее интегральное решение может быть представлено в виде [3]:

$$\Gamma_2(z, \mathbf{R}, \rho) = k^2 \left|\frac{d\,\theta(z)}{d\mathbf{R}_0}\right| \int_{\infty}^{\infty} d\,\mathbf{R}_0\, W_{\delta\mathrm{ef}}(\mathbf{R}_0) \exp\{i\,k\,\theta(\mathbf{R}_0, \mathbf{R}, z)\,\rho + \tau(\mathbf{R}_0, \mathbf{R}, z)\}, \qquad (20)$$

где характеристики $\mathbf{R} = \mathbf{R}(z)$ подчинены уравнению

$$\frac{d^2\mathbf{R}}{dz^2} = \frac{1}{2}\nabla_R\,\varepsilon\,[z, \mathbf{R}(z)] \qquad (21)$$

и начальным условиям $\mathbf{R}(z = 0) = \mathbf{R}_0$; $d\mathbf{R}(z = 0)/dz = \theta_0$.

Если опустить последнее слагаемое в уравнении (15.1), то оно становится тождественным уравнению (21). Далее, если принять во внимание, что

$$\left|\frac{d\,\theta(z)}{d\mathbf{R}_0}\right| = \left|\frac{d\,\mathbf{R}(z)}{d\theta_0}\right|^{-1} \text{ и } \nabla_\perp S = k\,\theta(\mathbf{R}_0, \mathbf{R}, z), \qquad (22)$$

то можно сделать вывод: выражения (18) и (20) отличаются только последним экспоненциальным множителем в (18). Это связано с тем, что при выводе (4) было опущено соответствующее слагаемое в (3). Однако можно убедиться, что использование определения (5) для решения (20) дает тот же результат, что и определение (6) для решения (21), т.е. с учетом этого факта решение (20) равнозначно решению (18). Выражение (18) следует из точного решения (17) при использовании квадратичной аппроксимации для функций S и τ по разностному аргументу ρ и при пренебрежении последним слагаемым в (15.1). Применимость квадратичной аппроксимации определяется выполнением условия [3]:

$$\rho_c < a,$$

где ρ_c – радиус когерентности излучения.

Что касается погрешности, вносимой пренебрежением последним слагаемым в (15.1), то ранее [3] ее ошибочно объясняли тем, что пренебрегаем в этом случае дифракционными эффектами, возникающими за счет дополнительного искажения формы пучка при неоднородном усилении. Однако, как следует из анализа системы (15), данное слагаемое для неоднородно усиливающих (или поглощающих) сред описывает не только дифракционные эффекты, но и рефракцию лучей на неоднородном профиле усиления. Это следует из того, что если в системе (15) устремить $k \to \infty$, т.е. перейти к приближению геометрической оптики, то данное слагаемое не обращается в нуль, а уравнение (15.1) преобразуется к виду

$$\frac{d^2\mathbf{R}}{dz^2} = \frac{1}{2}\,\nabla_\perp\,\{\varepsilon\,(z, \mathbf{R}(z)) + \frac{1}{4}\,[\int\limits_0^z dz'\,\nabla_\perp\,\sigma(z', \mathbf{R}(z'))]^2\,\}. \tag{23}$$

Появление второго слагаемого в (23) объясняется тем, что показатель экспоненты в (16.2) пропорционален k. Для сред с однородным усилением это слагаемое обращается в нуль, т.к. $\nabla_\perp\,\sigma \equiv 0$. Из (23) следует, что для сред, в которых отсутствует возмущение диэлектрической проницаемости ε, но есть неоднородное усиление (поглощение), геометрические лучи отклоняются от прямолинейного распространения и, следовательно, пучок испытывает рефракционные искажения. Характерная длина, на которой происходят такие искажения, для сред с $\varepsilon \equiv 0$ (т.е. $\eta \equiv 0$)

$$L_\sigma = a/(\sigma_0/2)^{1/2}.$$

Для активной среды рентгеновских лазеров характерно условие $\eta \gg 1$, в этом случае рефракция определяется в основном возмущениями диэлектрической проницаемости, а неоднородность усиления вносит заметный вклад в рефракцию на дистанции L_σ много больше L_R:

$$L_\sigma = 2\,L_R\,\eta = 2\,L_D/(g_0\,L_R). \tag{24}$$

Таким образом, применимость уравнения переноса излучения ограничена ситуациями, когда вклад неоднородного усиления в рефракцию пучка является несущественным, т.е. при

$$z \ll L_\sigma,$$

что для $\eta \gg 1$ совпадает с (14). Однако данный вывод сделан на основе результатов, полученных при использовании условия (8), т.е. для случая усиления в неоднородной активной среде спонтанного излучения. Ситуация, когда на данную среду падает излучение с конечным радиусом когерентности, требует дополнительного исследования.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект 96-02-16382-а).

1. Стариков Ф.А. // Квантовая электроника. 1993. Т. 20. № 5. С. 477–481.
2. Ладагин В.К., Стариков Ф.А., Урлин В.Д. // Квантовая электроника. 1993. Т. 20. №5. С. 471–476.
3. Землянов А.А., Колосов В.В. // Оптика атмосферы и океана. 1994. Т. 7. № 11–12. С. 1541–1548.
4. Колосов В.В. // Оптика атмосферы и океана. 1995. Т. 8. № 12. С. 1825–1832.
5. Collins, Jr. // J. Opt. Soc. Am. 1970. V. 60. P. 1168–1177.
6. Nazarathy M., Shamir J. // J. Opt. Soc. Am. 1982. V. 72. P. 1398–1408.
7. Ratowsky R.P., London R.A. // Phys. Rev. A. 1995. V. 51. P. 2361–2370.
8. Лукин И.П. // Оптика атмосферы. 1991. Т. 4. № 3. С. 268–271.
9. Колосов В.В. // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. № 4. С. 397–403.

Институт оптики атмосферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
5 декабря 1996 г.

V.V. Kolosov. **Boundaries of the Transfer Equation Applicability in Study of Spontaneous Radiation Amplification within Inhomogeneous Active Medium.**

An analytic solution of the coherence function exact equation for parabolic profiles of the refraction index and amplification coefficient distribution in cross-section of an active medium is presented in the paper. Direct comparison of analytic solutions of the coherence function equation and the radiation transfer equation performed in wide range of the active medium dimensionless parameters has shown the boundaries of applicability of the latter. The problem of the applicability boundaries is also discussed based on comparative analysis of general solutions of exact and approximate integral equations.