

С.Д. Творогов, В.О. Троицкий

СУММИРОВАНИЕ ЧАСТОТ В СФОКУСИРОВАННЫХ ПУЧКАХ

Предлагается новый подход к решению задач о нелинейном взаимодействии сфокусированных пучков в анизотропных кристаллах, базирующийся на использовании методов теории функций Грина. Полученное в приближении заданного поля решение для преобразованной волны обобщается на случай генерации второй гармоники в существенно нелинейном режиме генерации.

Введение

Математическая сторона многих задач радиофизики и оптики (включая нелинейную) в той или иной степени упрощается, если исходное волновое уравнение удастся заменить так называемым укороченным параболического типа. Преимущества и недостатки такого подхода для некоторых конкретных вопросов рассмотрены, например, в [1–3]. Широкая популярность параболического приближения не запрещает иметь дело и с уравнениями Максвелла тем более, что математические трудности, связанные, например, с вычислением тензора Грина анизотропной среды [4, 5], для ряда случаев оказываются не столь устрашающими [6].

Предлагаемая в настоящей статье схема решения задачи о нелинейных оптических процессах в расположенном внутри анизотропного кристалла фокусе выглядит вполне стандартно: соотношения типа формулы Кирхгофа (с тензорной функцией \tilde{G} кристаллической среды) дают картину напряженности \mathbf{E}_d «линейного поля» в окрестности фокуса, и область эта — источник нелинейных волн $\mathbf{E}_{нл}$ (вторая гармоника, суммарная частота и т. п.). В приближении заданного поля [3] такой подход приводит к выражениям

$$\mathbf{E}_{нл} \sim \int \mathbf{E}_d \mathbf{E}_d \tilde{G} d\mathbf{r}.$$

Некоторая громоздкость вычислений, неизбежная при математически точной постановке задачи, на наш взгляд, вполне оправдана, поскольку применение параболического приближения в точках схождения лучей геометрической оптики порождает порой (см. обстоятельный математический анализ в [1]) определенные сомнения. (Конечно, вопрос этот требует специального обсуждения и авторы намерены попытаться опубликовать соответствующий анализ).

На первом этапе было найдено достаточно хорошее приближение для тензора Грина анизотропной среды и написано решение волнового уравнения для вектора монохроматического поля в однородном одноосном кристалле [6]. Затем в приближении заданного поля было получено выражение для волны на суммарной частоте при произвольных граничных условиях [7].

Эти результаты применены здесь для решения задачи о трехчастотном взаимодействии сфокусированных пучков в кристалле KDP при скалярном «оо»-синхронизме. Следует отметить, что для KDP при выбранном типе синхронизма в выражение для $\mathbf{E}_{нл}$ входят только те компоненты \tilde{G} вычисление которых не связано с какими-либо приближениями [7]. Поэтому для прифокальной области приводимое решение в рамках приближения заданного поля является строгим.

1. Суммирование частот в сфокусированных пучках. Приближение заданного поля

Для трехчастотного взаимодействия волн в квадратичном диэлектрике имеем систему уравнений

$$\begin{aligned} \text{rot rot } \mathbf{E}_1 - \tilde{\varepsilon}_1 \mathbf{E}_1 - \tilde{\chi}_1 \mathbf{E}_3 \mathbf{E}_2^*; \\ \text{rot rot } \mathbf{E}_2 - \tilde{\varepsilon}_2 \mathbf{E}_2 = \tilde{\chi}_2 \mathbf{E}_3 \mathbf{E}_1^*; \\ \text{rot rot } \mathbf{E}_3 - \tilde{\varepsilon}_3 \mathbf{E}_3 = \tilde{\chi}_3 \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2; \end{aligned} \quad (1.1)$$

где $\tilde{\varepsilon}_j = (\omega_j^2 / c^2) \tilde{\varepsilon}(\omega_j)$, $\tilde{\chi}_j = (4\pi\omega_j^2 / c^2) \tilde{\chi}_j(\omega_j)$, $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$, $\tilde{\varepsilon}(\omega_j)$ и $\tilde{\chi}(\omega_j)$ — тензоры диэлектрической проницаемости и квадратичной нелинейной восприимчивости.

В приближении заданного поля правой частью первых двух уравнений можно пренебречь и для магнитной напряженности поля на суммарной частоте при скалярном «оо»-синхронизме в кристалле KDP получится [7]

$$\mathbf{H}_3(\mathbf{r}_0) = \frac{2n_{3o}\omega_3^2}{c^2} \chi_{123}(\omega_3) \int_V E_{1y} E_{2z} \frac{\mathbf{k}(y-y_0) - \mathbf{j}(z-z_0)}{R'^2} e^{i\kappa_{3e}R'} d\mathbf{r}, \quad (1.2)$$

где E_{1y} и E_{2z} — компоненты векторов, удовлетворяющих соответствующим однородным волновым уравнениям [6], $n_{j,oe} = \sqrt{\varepsilon_{o,e}(\omega_j)}$,

$$\kappa_{joe} = (\omega_j/c) n_{o,e}(\omega_j), \quad \chi_{123} = (\tilde{\chi})_{xyz}, \quad \beta = n_{3e}/n_{3o},$$

$$R' = \sqrt{\frac{(x-x_0)^2}{\beta^2} + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}.$$

Решение (1.2) записано в главных диэлектрических координатах. Главная оптическая ось среды направлена вдоль оси x , т.е.

$$\varepsilon_{xx} \equiv \varepsilon_e, \quad \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} \equiv \varepsilon_o.$$

Для анализа задачи о генерации суммарной частоты вблизи фокуса линзы (с фокусным расстоянием f) принята такая картина:

- а) «кристалл» занимает все пространство $z > 0$;
- б) при $z = 0$ (в среде) задано два обыкновенных сферических пучка

$$\mathbf{E}_1(\xi, \eta) = \mathbf{e}_1(\xi, \eta) A_1(\xi, \eta) e^{-i\kappa_{10}R_\xi}, \quad \mathbf{E}_2(\alpha, \varphi) = \mathbf{e}_2(\alpha, \varphi) A_2(\alpha, \varphi) e^{-i\kappa_{20}R_\alpha}, \quad (1.3)$$

где $R_\xi = \sqrt{(x_f - \xi)^2 + (y_f - \eta)^2 + z_f^2}$, $R_\alpha = \sqrt{(\alpha - x_f)^2 + (y_f - \varphi)^2 + z_f^2}$, обе волны сходящиеся и имеют геометрический фокус в точке

$$\mathbf{r}_f = \{x_f, y_f, z_f\} = \{f \cos \Theta, f \sin \Theta \sin \Psi, f \sin \Theta \cos \Psi\};$$

- в) объем интегрирования в (1.2) — малая окрестность геометрического фокуса, т.е.

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_f + \mathbf{\Delta}, \quad (|\mathbf{\Delta}|/f) \sim (l/f) \ll 1; \quad (1.4)$$

- г) ради простоты не учитывается изменение векторов поляризации, т.е. полагается, что

$$\mathbf{e}_{1y} \simeq \cos \Psi, \quad \mathbf{e}_{2z} \simeq -\sin \Psi.$$

Подобное описание вполне адекватно реальной ситуации, когда сфокусированный лазерный пучок заводится под углами Θ и Ψ в кристалл длиной $2l$, вырезанный под углом 90° к продольной оси. Преломление на входной грани кристалла влияет только на A_1 и A_2 из (1.3) — функции весьма «пассивные» в последующих преобразованиях и оценках. Возможна даже прямая замена их на характеристики внешней волны, если поверхность интегрирования (в формуле Кирхгофа) полагать проходящей по «внешней» поверхности кристалла (см. также обсуждение (1.6)).

Теперь после подстановки в (1.2) «линейной» задачи (E_{1y} и E_{2z} из [6]), разложения подынтегральной функции в ряд по $(|\mathbf{\Delta}|/f)$ с точностью до членов второго порядка и введения $\mathbf{\Delta}$ в качестве переменной интегрирования, получим

$$\mathbf{H}_3(\mathbf{r}_0) = \mathbf{K}_1 \int_{-l}^{+l} d\Delta_z \int_{-\infty}^{+\infty} d\Delta_x d\Delta_y \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi d\eta \int_{-\infty}^{+\infty} d\alpha d\varphi F_1 e^{i\mathbf{Q}\mathbf{\Delta}}. \quad (1.5)$$

Отметим, что F_1 и Q не зависят от $\mathbf{\Delta}$, а пределы интегрирования по поперечным координатам из-за пространственной ограниченности пучка объявляются бесконечными.

Первый интеграл в (1.5) легко берется, два следующих равны дельта-функциям, что снимает интегрирование еще по двум переменным (например, по ξ и η). После несложных расчетов

$$\mathbf{H}_3(\mathbf{r}) = \mathbf{K}_2 \int_{-\infty}^{+\infty} F_2(\alpha, \varphi) \text{sinc}[lQ_z(\alpha, \varphi)] d\alpha d\varphi, \quad (1.6)$$

где $\text{sinc}x = (\sin x)/x$.

Из (1.6) следует, что за формирование поля H_3 в произвольной точке \mathbf{r}_0 ответственны участки граничной поверхности, примыкающие к кривой

$$Q_z = Q_z(\mathbf{r}_0, \alpha, \varphi) = 0. \quad (1.7)$$

Отметим, что форма и положение (1.7) не зависят от конкретного вида функций A_1 и A_2 из (1.3). Произведение последних, входящее в F_2 , определяет лишь «энергетический вес», с которым каждая точка граничной поверхности (α, φ) входит в интеграл (1.6).

После перехода к координатам q и p соотношениями

$$q = \frac{x_f - \alpha}{R_x}, \quad p = \frac{y_f - \varphi}{R_x}, \quad \alpha = x_f - \frac{z_f q}{\sqrt{1 - q^2 - p^2}}, \quad \varphi = y_f - \frac{z_f p}{\sqrt{1 - q^2 - p^2}}$$

видно, что (1.7) оказывается эллипсом с центром в точке (q_0, p_0) :

$$q_0 = -\frac{d}{2} \frac{R'_0}{\beta^2 \kappa_{3e} \kappa_{20}} \frac{(x_f - x_0)}{T}; \quad p_0 = -\frac{d}{2} \frac{R'_0}{\kappa_{3e} \kappa_{20}} \frac{(y_f - y_0)}{T};$$

$$d = (\kappa_{20}^2 - \kappa_{10}^2) + \frac{\kappa_e^2 T}{R_0'^2}; \quad T = \frac{(x_f - x_0)^2}{\beta^4} + (y_f - y_0)^2 + (z_f - z_0)^2,$$

$$R'_0 = \sqrt{\frac{(x_f - x_0)^2}{\beta^2} + (y_f - y_0)^2 + (z_f - z_0)^2},$$

и отношением полуосей

$$\gamma = (z_f - z_0)/T.$$

Полуось эллипса составляет угол φ' с осью q системы координат, и

$$\text{tg } 2\varphi' = \frac{2\beta^2 (x_f - x_0) (y_f - y_0)}{[(x_f - x_0)^2 - \beta^4 (y_f - y_0)^2]}.$$

Введем еще связанную с эллипсом систему координат ρ и Θ'

$$q(\rho, \Theta') = q_0 + \frac{\rho \cos(\Theta' - \varphi')}{\sqrt{\gamma^2 \cos^2 \Theta' + \sin^2 \Theta'}}, \quad p(\rho, \Theta') = p_0 - \frac{\rho \sin(\Theta' - \varphi')}{\sqrt{\gamma^2 \cos^2 \Theta' + \sin^2 \Theta'}}, \quad (1.8)$$

где ρ — размер малой полуоси эллипса (1.7). При $\gamma = 1$ ($x_0 = x_f, y_0 = y_f$) (1.8) соответствует линейно перемещенной в точку (q_0, p_0) и повернутой на угол φ' полярной системе координат.

В координатах ρ и Θ' вместо (1.6) появится

$$\mathbf{H}_3(\mathbf{r}_0) = \mathbf{K} \int_0^{2\pi} d\Theta' \int_0^1 F(\rho, \Theta') \text{sinc}[lU(\rho, \Theta')] \rho d\rho, \quad (1.9)$$

где

$$F = \frac{A_1(s, t) A_2(\alpha, \varphi)}{(\kappa_{10}^2 - B_1^2 - B_2^2)(1 - q^2 - p^2)}, \quad B_1 = \kappa_{3e} \frac{x_f - x_0}{\beta^2 R_0'} + \kappa_{20} q,$$

$$B_2 = \kappa_{3e} \frac{y_f - y_0}{R_0'} + \kappa_{20} p, \quad s = x_f + \frac{B_1 z_f}{\sqrt{\kappa_{10}^2 - B_1^2 - B_2^2}},$$

$$t = y_f + \frac{B_2 z_f}{\sqrt{\kappa_{10}^2 - B_1^2 - B_2^2}},$$

$$\mathbf{K} = 2 \left[\mathbf{j}(z_f - z_0) - \mathbf{k}(y_f - y_0) - \frac{n_{30} \kappa_{10} \kappa_{20} \kappa_{3e}^2}{n_{3e}^2 R_0'^2} l z_f \chi_{123}(\omega_3) \sin 2\Psi e^{i\kappa_{3e} R_0'}, \right.$$

$$\left. U = \kappa_{3e} \frac{z_f - z_0}{R_0'} + \kappa_{20} \sqrt{1 - q^2 - p^2} + \sqrt{\kappa_{10}^2 - B_1^2 - B_2^2}. \right.$$

Выражение (1.9) определяет необыкновенную сферическую волну на суммарной частоте

$$\mathbf{H}_3(\mathbf{r}_0) = [\mathbf{j}h_y + \kappa h_z] A_3(\mathbf{r}_0) e^{i\kappa_3 e R'_0},$$

исходящую из точки геометрического фокуса.

2. Некоторые результаты

В качестве примера как наиболее простой, рассмотрим случай гауссовых пучков. Пусть в системе координат x' , y' , связанной с поверхностью линзы, амплитуды A_1 и A_2 равны и имеют вид

$$A_{1,2} = A_0 \exp\left[-\frac{x'^2 + y'^2}{D^2}\right], \quad A_0 = \sqrt{\frac{16P}{cnD^2}}. \quad (2.1)$$

Строго говоря, в (2.1) под P следует понимать среднюю мощность излучения, т.к. все поля предполагаются монохроматическими. Однако для не слишком коротких импульсов прямоугольной формы, согласно квазистатическому приближению [3], вместо средней можно без заметной ошибки подставлять импульсную мощность. Кроме того, как показывают оценки, с точностью $\sim 1\div 5\%$ можно считать, что подынтегральная функция в (1.9) не зависит от Θ' . Тогда

$$J = \int_0^{2\pi} d\Theta' \int_0^1 F \operatorname{sinc}[lU] \rho d\rho \simeq 2\pi \int_0^1 F \operatorname{sinc}[lU] \rho d\rho. \quad (2.2)$$

Типичная зависимость амплитуды A_3 от координаты x_0 точки наблюдения ($y_0 = \text{const}$), рассчитанная на ЭВМ по формуле (1.9) с учетом (2.1) и (2.2), представлена на рис. 1 для различных фокусных расстояний линзы. Расчеты проводились для длин волн лазера на парах меди (ЛПМ) — $\lambda_1 = 510,55$ нм, $\lambda_2 = 578,21$ нм.

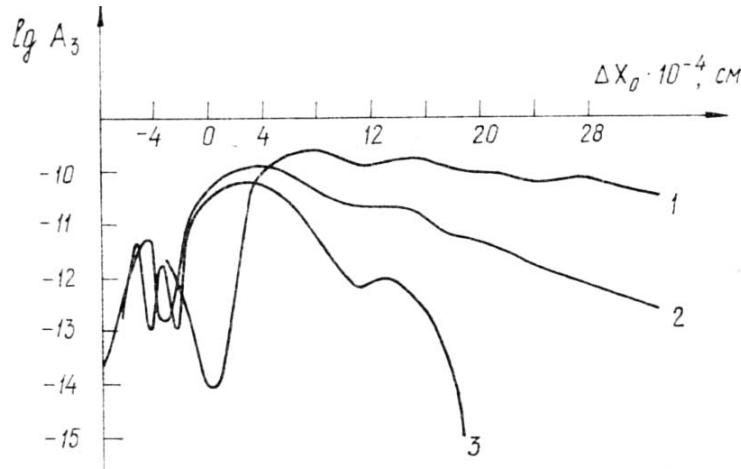


Рис. 1. Зависимость логарифма амплитуды поля на суммарной частоте от координаты x_0 точки наблюдения для различных фокусных расстояний линзы $f = 100$ (1), 200 (2), 300 см (3)

Если эффективность (η) процесса генерации суммарной частоты (ГСЧ) определить как $P_3/(P_1+P_2)$, где P_j — импульсная мощность на каждой линии, то при $P_1 = P_2 = P$ из (1.9), (2.1) и (2.2) получаем

$$\eta = \frac{bV^2Pc}{\pi^3 n_{3e} D^4} [z_f^2 l \sin 2\Upsilon]^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[J \frac{V(y_f - y_0)^2 + (z_f - z_0)^2}{R_0'^2} \right]^2 dx_0 dy_0, \quad (2.3)$$

где $V = 8\pi \frac{n_{3o} \kappa_{2o} \kappa_{3e}^2 \chi_{123}(\omega_3)}{cn_{3e}^2 \kappa_{1o} \sqrt{n_{1o} n_{2o}}}$, $b = 1$ для случая генерации второй гармоники (ГВГ), и $b = 2$ для ГСЧ,

c — скорость света.

Для ГВГ желтой линии и ГСЧ ЛПМ на рис. 2 показаны зависимости η от фокусного расстояния линзы для различных значений радиуса пучка на линзе. Расчеты проводились для импульсной мощности $P = 5$ кВт (соответствующая средняя мощность — 1 Вт). В обоих случаях максимум η достигается при

$\Psi = 45^\circ$. Оптимальные значения Θ равны 1,117 рад и 1,265 рад для ГВГ и ГСЧ соответственно. Приводить здесь подробный анализ выражения (2.3), по-видимому, не имеет смысла, поскольку результаты в основном соответствуют известным в параболической теории для гауссовых пучков.

Понятно, что ситуация, отображаемая приведенными соотношениями, является в достаточной степени идеальной, и, следовательно, (1.9) или (2.3) можно корректно использовать лишь для оценки предельных, теоретически достижимых значений амплитуды нелинейного поля и эффективности преобразования. Вопросы, связанные с уточнением расчетной модели для конкретных экспериментальных условий, составляют предмет вполне самостоятельной и сложной задачи и здесь не рассматриваются.

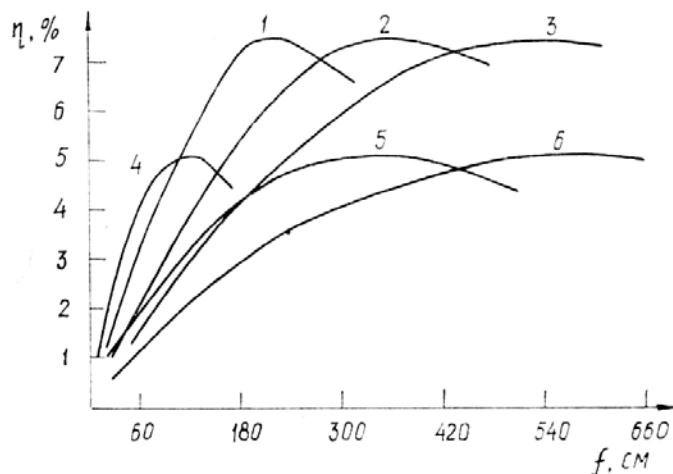


Рис. 2. Зависимость эффективности преобразования от фокусного расстояния линзы при различных радиусах D пучка на линзе. ГСЧ: 0,6 (1); 1,0 (2); 1,4 см (3); ГВГ: 2 (4); 0,6 (5); 1,0 см (6)

3. Генерация второй гармоники в сфокусированном пучке Нелинейный режим генерации

В настоящем разделе для простоты будем рассматривать только генерацию второй гармоники — частный случай (1.8).

Определим вклад элементарного участка граничной поверхности $dad\varphi = \rho d\rho d\Theta'$ в амплитуду поля ВГ. Вводя

$$L = \frac{2l}{\sin \Theta \cos \Psi}, \quad \sigma_2 = \frac{\pi \kappa_{2e}}{n_{2e}^2} \gamma_{123}(\omega_3) \sin \Theta \sin 2\Psi,$$

$$\Delta_\kappa = \left(\frac{\kappa_{2e}'}{\kappa_{2e}} \right)^2 \sin \Theta \cos \Psi U(\Theta', \rho), \quad \left(\frac{\kappa_{2e}'}{\kappa_{2e}} \right)^2 \sin^2 \Theta + \left(\frac{\kappa_{2e}'}{\kappa_{2e}} \right)^2 \cos^2 \Theta = 1,$$

$$A_1^2(0) = \sqrt{(z_f - z_0)^2 + (y_f - y_0)^2} \frac{n_{2e} \kappa_{2e}^2 \kappa_{2e}^2}{\pi n_{2e} R_0^2} \frac{z_f \cos \Psi A_1(\alpha, \varphi) A_1(s, t)}{(\kappa_{1e}^2 - B_1^2 - B_2^2)(1 - q^2 - p^2)}, \quad (3.1)$$

из (1.8) получаем

$$\left| \frac{\Delta \mathbf{H}_2(\mathbf{r}_0)}{\rho d\rho a(\Theta')} \right| = n_{2e} L \sigma_2 \operatorname{sinc} \left[\left(\frac{\kappa_{2e}'}{\kappa_{2e}} \right)^2 \frac{L}{2} \Delta_\kappa \right]. \quad (3.2)$$

Нетрудно заметить [3, 6], что правая часть (3.2) в точности соответствует амплитуде плоской волны ВГ в приближении заданного поля. Используя (3.2), для (1.9) можно предложить следующую формальную физическую трактовку:

а) каждая точка граничной поверхности является источником парциального луча (плоской волны) с амплитудой $A_1(0)$ и направлением, определяемым величиной Δ_κ ;

б) каждый парциальный луч преобразуется во ВГ в соответствии с законами приближения заданного поля;

в) в каждой точке \mathbf{r}_0 амплитуда полного поля ВГ определяется суперпозицией этого вполне определенного (для выбранной \mathbf{r}_0) бесконечного набора независимых «элементарных вкладов».

Приближение геометрической оптики (ГО) [3] позволяет представить произвольное сложное поле на основной частоте в виде набора независимых парциальных плоских волн и тем самым свести зада-

чу к отысканию волны ВГ для каждого такого луча с последующим интегрированием по всем возможным направлениям. В нашем случае мы имеем обратную задачу. По известному (1.8) строгому решению для поля ВГ удастся «сконструировать» структуру плоских волн основной частоты, отвечающую найденному решению. В отличие от ГО каждой точке наблюдения \mathbf{r}_0 соответствует не один луч основной волны, а бесконечный набор таких независимых парциальных лучей.

Эти обстоятельства позволяют, по аналогии с ГО, предположить, что величина амплитуды поля на входе в среду не влияет на структуру и независимость парциальных волн, а определяет лишь характер их преобразования во ВГ. Тогда, заменяя в (3.2) «приближение заданного поля» на хорошо известное [3] для плоских волн решение в существенно нелинейном режиме, получаем окончательно

$$H_2(\mathbf{r}_0) = \frac{[\mathbf{j}(z_f - z_0) - \kappa(y_f - y_0)]}{V(z_f - z_0)^2 + (y_f - y_0)^2} e^{i\kappa_2 e R'_0} \int_0^{2\pi} d\theta' \int_0^1 \sqrt{\frac{\sigma_2}{\sigma_1}} A_1(0) V_{\mathbf{z}} \operatorname{sn}[W, \mathbf{z}] \rho d\rho, \quad (3.3)$$

где

$$\sigma_1 = \frac{2\pi\kappa_{1o}}{n_{1o}^2} \chi_{123}(\omega_1) \sin\theta \sin 2\Phi, \quad V_{\mathbf{z}} = \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta_1}{2}\right)^2} - \frac{\Delta_1}{2},$$

$$\Delta_1 = \left(\frac{\kappa_{2e}}{\kappa_2^e}\right)^2 \frac{\Delta_\kappa}{2V_{\sigma_2\sigma_1}A_1(0)}, \quad W = L V_{\sigma_2\sigma_1}A_1(0)/V_{\mathbf{z}},$$

$\operatorname{sn}[W, \kappa]$ — эллиптический синус Якоби.

Выражение (3.3), являясь обобщением строгого решения (1.9), содержит в себе все эффекты, сопутствующие процессу фокусировки пучка, и кроме того отражает ряд новых особенностей, характерных для нелинейного режима генерации. В частности, с увеличением амплитуды основной волны будут изменяться значения оптимальных фокусных расстояний, которые в приближении заданного поля находятся из графиков на рис. 2. В связи с обратной передачей энергии от гармоники к основной волне нарушится монотонный характер зависимости КПД от длины кристалла, наблюдаемый в приближении заданного поля и т. д. Понятно, что при малых значениях амплитуды $A_1(0)$, $\Delta_1 \gg 1$ и решение (3.3) переходит в (1.8).

1. Фок В. А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. М.: Советское радио, 1970. 517 с.
2. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. М.: Наука, 1978. Т. 2. 463 с.
3. Дмитриев В. Г., Тарасов Л. В. Прикладная нелинейная оптика. М.: Радио и связь, 1982. 352 с.
4. Бункин Ф. В. //ЖЭТФ. 1957. № 2. С. 338—346.
5. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн М.: Мир, 1978. Т. 2. 555 с.
6. Бутаков А. Л., Троицкий В. О. //Известия вузов СССР. Сер. Физика. Дея. в ВИНТИ 9.02.87. Пер. № 932-B87.
7. Троицкий В. О. //Известия вузов СССР. Сер. Физика. Дея. в ВИНТИ 24.09.87. Пер. № 6855-B87.

Специальное конструкторское бюро научного приборостроения «Оптика»,
Томск

Поступила в редакцию
9 ноября 1988 г.

S. D. Tvorogov, V. O. Troitskii. **Focused Beam Sum Frequency Generation.**

A new approach to the solution of the problems pertaining to the focused beam nonlinear interaction in anisotropic crystals using the Green's function theory is proposed. The calculations made under the given field approximation are in a general agreement with the experimental data. The present solution is generalized to the case of the second harmonic generation in the nonlinear regime.