

Леонардо Дж. Санчес П., Роман Г. Петров

## ОБ ОПТИМИЗАЦИИ ЧАСТИЧНО КОРРЕКТИРУЮЩЕЙ АДАПТИВНОЙ ОПТИКИ

На видимых длинах волн длинноэкспозиционная функция рассеяния точки (ФРТ) больших телескопов или интерферометров может быть скорректирована адаптивной оптикой (АО) только частично. Для систем компенсации в инфракрасном диапазоне размер элемента или расстояние между актюаторами  $r_E$  примерно равны 5 параметрам Фрида  $r_0$  в видимом диапазоне. Это далеко за пределами диапазона, для которого обычно используемая подгонка по наименьшим квадратам является оптимальной.

В статье представлены некоторые одномерные численные эксперименты, подтверждающие, что в случае частично корректирующей АО существует оптимальная компенсация, полученная здесь методом модельного отжига (simulated annealing), которая максимизирует отношение Штреля. Оценено влияние временной эволюции атмосферного волнового фронта путем вычисления формы результирующей скорректированной длинноэкспозиционной ФРТ как функции времени задержки, существующей между волновым фронтом, используемым для вычисления коррекции, и волновым фронтом, к которому применяется коррекция. Для того чтобы получить существенный выигрыш, используя метод модельного отжига, эта оптимизированная коррекция должна быть применена с задержкой, меньшей половины времени жизни спекла  $\tau_0$ .

### 1. Введение

В последние годы произошло быстрое развитие адаптивной оптики (АО) для компенсации в реальном времени искажений волнового фронта, вносимых атмосферой. Системы разрабатывались астрономами (например, система COME-ON, Гавайский университет), а также другими учеными в основном для военных применений. Изображения, близкие к дифракционному пределу (хотя специалисты по АО говорят «близко к дифракционному пределу» как только отношение Штреля превосходит 30%) достигнуты в инфракрасном диапазоне (полосы  $J$  или  $K$ ) в классе телескопов 3,6 м или в видимом диапазоне для малых телескопов. Блок 8-метровых телескопов VLT (Very Large Telescope), будет оснащен системами АО, обеспечивающими близкую к полной коррекцию в полосе  $K$ . Однако для очень больших телескопов, используемых в видимом диапазоне, полная коррекция с помощью АО потребовала бы систем с тысячами актюаторов, управляемых на нескольких сотнях герц, а это, по меньшей мере, на порядок превосходит то, что доступно по технологии и стоимости в обозримом будущем.

Однако было показано, что и частичная коррекция в видимом диапазоне системами, обеспечивающими полную коррекцию в инфракрасном, улучшит работу изображающей техники. Поэтому важно охарактеризовать форму функции рассеяния точки (ФРТ) при частичной коррекции, чтобы оптимизировать конструкцию фокальной измерительной аппаратуры и выбрать оптимальную стратегию восстановления изображения. Долгое время продолжалась дискуссия, в ходе которой одни утверждали, что частично корректирующая АО будет давать улучшение разрешения (скорректированные изображения будут еще содержать спеклы, но более яркие), улучшая характеристики спекл-методов, а другие – что ФРТ будет содержать резкое дифракционное ядро, которое нужно использовать для восстановления длинноэкспозиционных изображений, и гало, размер которого примерно равен размеру турбулентного диска [5, 8]. Этот спор сейчас несколько устарел, так как дифракционное ядро всегда будет существовать. Однако его высота (т.е. отношение Штреля) не обязательно оптимизируется линейными методами, используемыми для вычисления функции коррекции волнового фронта, которые минимизируют остаточную ошибку с точки зрения наименьших квадратов [1, 2]. Другим неясным моментом остается поведение ФРТ и ее ядра при временной эволюции приходящего волнового фронта, которая вносит задержку по времени  $t$  между измеряемым и корректируемым волновым фронтом.

Цель данной статьи – внести вклад в понимание этих двух проблем путем одномерного численного моделирования. Сначала мы моделировали волновой фронт со структурной функцией фазы, близкой, насколько возможно, к теоретическому степенному закону  $5/3$ . Затем вычислялась функция коррекции для гибкого зеркала, деформируемого заданным числом актюаторов с несколькими критериями оптимизации. В заключение моделировалась временная эволюция приходящего волнового фронта и изучалось влияние времени задержки  $\tau$  на длинноэкспозиционную ФРТ.

## 2. Генерация фазы волнового фронта и моделирование АО с частичной коррекцией

Чтобы получить надежное моделирование, по-видимому, очень важно тщательно генерировать искаженный атмосферой волновой фронт с фазой, соответствующей структурной функции закона  $r^{5/3}$ . Чтобы минимизировать время вычислений, мы проводили одномерное моделирование так, как если бы имели зрачок, представляющий собой узкий щелевой телескоп. В этом случае наша одномерная структурная функция является срезом в одном направлении двумерной теоретической атмосферной структурной функции фазы:

$$D_{\Phi}(\mathbf{r}) = 6,88 (r / r_0)^{5/3}. \quad (1)$$

Эта степенная структурная функция получается из фаз волнового фронта, содержащих структуры всех масштабов. Для моделирования ее в одномерном случае мы использовали модифицированную версию метода смещения средней точки [4]. Первый шаг этого алгоритма состоит в генерировании фазы на краях рассматриваемого отрезка длины  $L$ . Эти отсчеты являются гауссовыми случайными числами с нулевым средним и дисперсией, равной половине структурной функции для расстояния  $L$  (мы считаем, что  $L$  меньше, чем внешний масштаб  $L_0$  атмосферной турбулентности). Следующий шаг состоит в генерировании точки в середине этого отрезка как гауссовой случайной переменной со средним значением, равным

$$\langle \Phi(L/2) \rangle = [\Phi(0) + \Phi(L)] / 2, \quad (2)$$

и дисперсией, определяемой как

$$Var(\Phi(L/2)) = D_{\Phi}(L/2) - \alpha D_{\Phi}(L). \quad (3)$$

Коэффициент  $\alpha$  подбирался полуэмпирически, и наилучшая подгонка получалась при  $\alpha = 0,23$ .

Процедура повторялась рекурсивно для каждой половины отрезка до получения нужного числа точек, т.е. формирования фазы волнового фронта. На рис. 1 мы иллюстрируем первые шаги алгоритма и показываем получающуюся фазу. Эта процедура дает очень хорошую аппроксимацию теоретической атмосферной структурной функции фазы, как показано на рис. 2.

Для того чтобы моделировать частичную коррекцию, мы сначала генерируем фазу волнового фронта, а затем применяем корректирующую функцию фазы, получающуюся из  $N$  актюаторов, разнесенных на расстояние  $r_E$ , и сглаженных треугольных функций отклика, имитирующих сплошное деформируемое зеркало. Из остаточной фазы мы получаем мгновенное скорректированное изображение как результат распространения волны между плоскостью зрачка и фокальной плоскостью, вычисляя быстрое преобразование Фурье (БПФ), квадрат модуля которого дает интенсивность поля в фокусе телескопа. Длинноэкспозиционная ФРТ получается усреднением сотен «частично скорректированных» изображений.

Для вычисления корректирующей фазы мы рассматривали три различных метода:

- 1) метод средних локальных наклонов [5], в котором средний наклон для каждой субапертуры уменьшается до нуля;
- 2) метод наименьших квадратов, в котором глобально минимизируется средний квадрат остаточной фазы волнового фронта;
- 3) метод модельного отжига, в котором наилучшая коррекция для заданных волнового фронта и числа актюаторов вычисляется итерационно, до получения максимального отношения Штреля, т.е. максимальной пиковой интенсивности в дальней зоне.

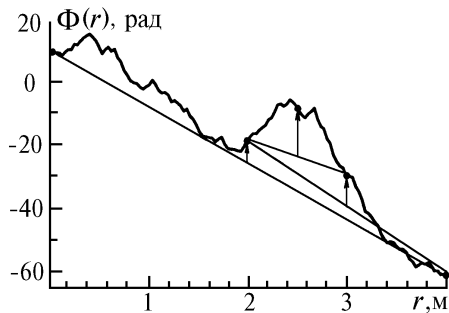


Рис. 1. Смоделированная фаза одномерного волнового фронта, приходящего на зрачок диаметром  $d=4$  м (параметр Фрида  $r_0=0,1$  м), вычислена для 16-метрового отрезка, из которого взят 4-метровый сегмент). Первые шаги улучшенного алгоритма смещения средней точки, используемого для моделирования, проиллюстрированы схематически

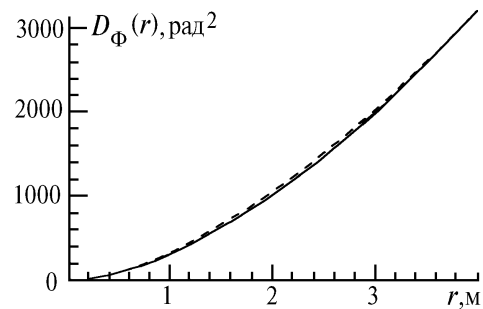


Рис. 2. Сравнение теоретической атмосферной структурной функции фазы, определяемой уравнением (1) (сплошная кривая), и вычисленной структурной функции фазы (штриховая) моделируемой фазы волнового фронта для  $d/r_0 = 40$

В методе модельного отжига актюаторы изменяют положение случайным образом. Если получающееся отношение Штреля улучшается, то изменения сохраняются. В противном случае вариация сравнивается с функцией «эквивалентной температуры» системы. Если вариация хуже, чем это значение, то она отбрасывается и актюатор возвращается в предыдущее положение. По мере выполнения итераций число принимаемых перемещений уменьшается вследствие снижения «температуры» системы. При очень низких температурах принимаются только шаги, которые улучшают отношение Штреля. Эта процедура медленно, но верно продвигается к максимально возможному значению отношения Штреля. Этот критерий оптимизации в плоскости изображения очень похож на критерий, используемый в многошаговой или многовибраторной технике [6], первоначально применявшейся в АО.

На рис. 3 показаны различные корректирующие функции, приложенные к одному волновому фронту.

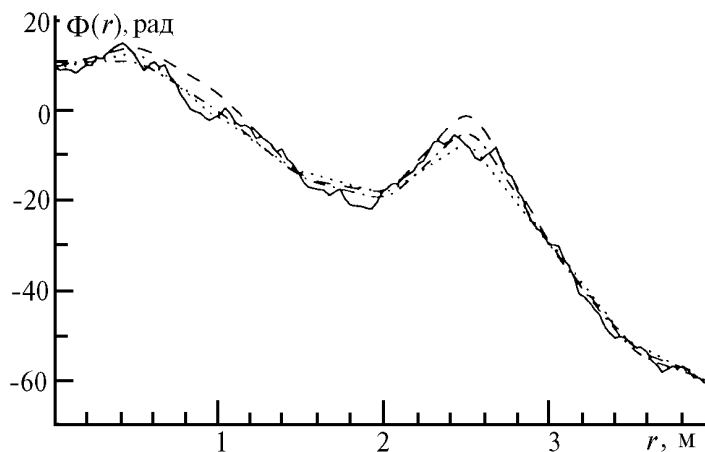


Рис. 3. Сравнение корректирующих волновых фронтов, полученных различными методами. Нескорректированный приходящий волновой фронт (сплошная кривая), метод модельного отжига (штриховая), метод наименьших квадратов (штрихпунктирная) и метод средних локальных наклонов (точки). Расстояние между актюаторами  $r_E = 5 r_0$ , 8 сегментов в 4-метровом зрачке

Во всех этих случаях ФРТ после частичной коррекции имеет ядро размером с диск Эйри и высотой, зависящей от корректирующего метода. Как видно на рис. 4, максимальное отношение Штреля получается методом модельного отжига. В этом случае выигрыш по сравнению с методом наименьших квадратов равен примерно 2,5.

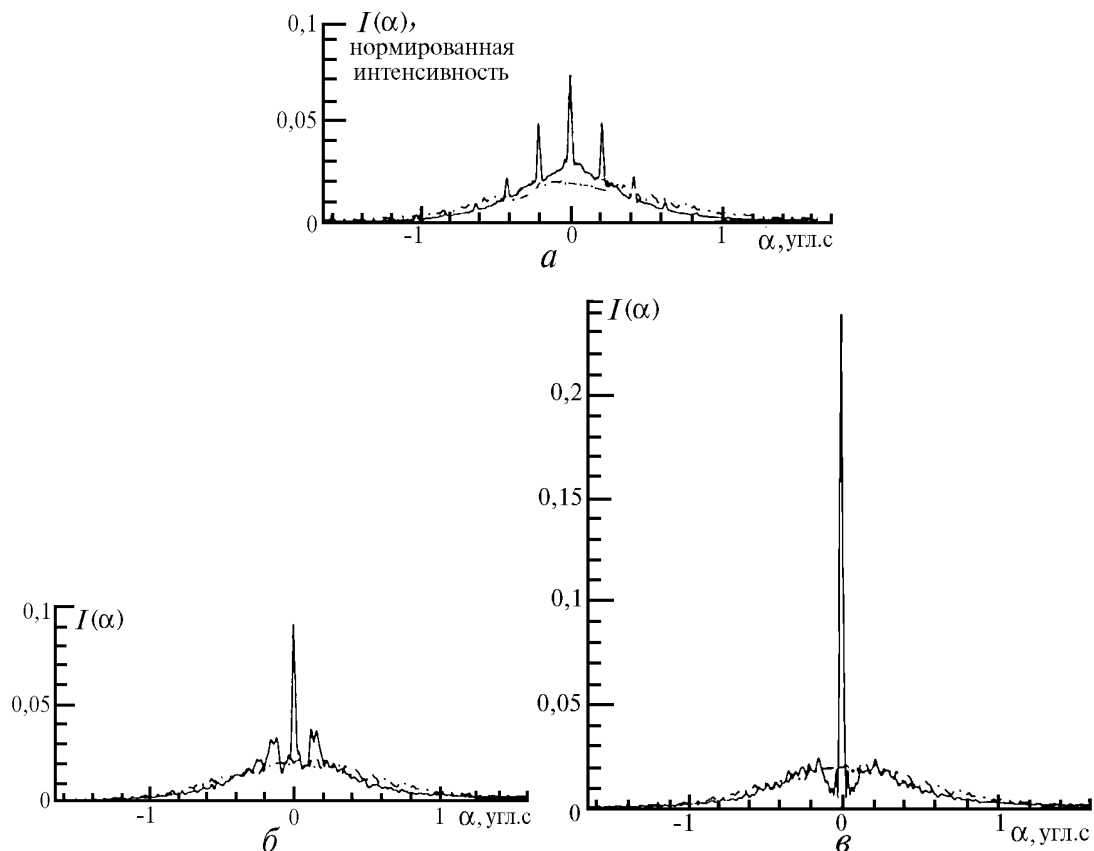


Рис. 4. Длинноэкспозиционная ФРТ после частичной коррекции: метод средних локальных наклонов (а), метод наименьших квадратов (б), метод модельного отжига (в). Нескорректированное длинноэкспозиционное изображение (штрихпунктирная) приведено для сравнения в каждом случае. Параметры вычислений:  $r_E = 5 r_0$ ,  $d/r_0 = 40$ , усреднение по 100 изображениям, интенсивность  $I(\alpha)$  нормирована к дифракционному максимуму

Как и в [1, 2], мы получили, что метод наименьших квадратов, который эквивалентен алгоритмам, обычно используемым для подгонки волнового фронта в АО, не дает оптимальной коррекции. Метод наименьших квадратов дает наилучшее отношение Штреля только в случае, если остаточная дисперсия фазы мала [3], что не выполняется для проектируемых систем АО видимого диапазона. Этот эффект был бы даже сильнее в двумерном случае.

Простой (возможно, очень упрощенный) анализ показывает, что отношение Штреля для двумерного случая будет квадратом отношения Штреля для одномерного случая, если при переходе от одномерной апертуры длиной  $d$  и  $N$  актюаторами с интервалом  $r_E$  к двумерному зрачку с диаметром  $d$  и примерно  $\pi/4 N^2$  актюаторами с тем же интервалом  $r_E$  мы полагаем, что одномерное отношение Штреля есть примерно отношение части зрачка, вносящей вклад в резкое ядро общей длины  $l$ , к длине зрачка  $d$ , а в двумерном случае отношение Штреля есть отношение «сфазированной» поверхности ко всей поверхности  $(l/d)^2$ .

Как показано на рис. 5, структурная функция скорректированного волнового фронта имеет более высокий уровень насыщения для метода АЗ, но содержит меньшие осцилляции амплитуды. Представим, что сильные осцилляции с периодом немного больше  $r_E$ , присутствующие в структурной функции, получающейся в методе наименьших квадратов, ответственны за боковые лепестки, которые можно видеть в длинноэкспозиционной ФРТ (рис. 4, б). Тогда уменьшение этих осцилляций в структурной функции после коррекции методом модельного отжига может объяснить уменьшение боковых лепестков в ФРТ (рис. 4, в) и может быть причиной улучшения отношения Штреля. Если этот интуитивный, но здесь недоказанный подход верен, он может дать новый критерий оптимизации, основанный на вариации и ковариации фазы.

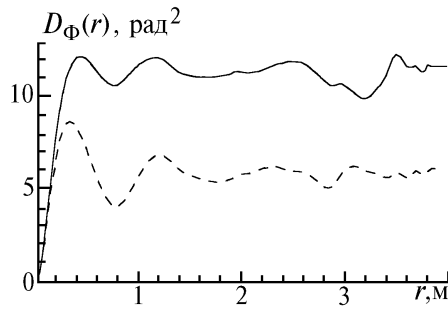


Рис. 5. Структурная функция скорректированных волновых фронтов после коррекции методом модельного отжига (сплошная кривая) и методом наименьших квадратов (штриховая). Параметры те же, что и для рис. 4. Нормировка, как на рис. 2

Разница между оптимальным результатом и результатом наименьших квадратов возрастает с ростом отношения  $r_E / r_0$ , расстояния  $r_E$  между актюаторами к  $r_0$ . При очень неполной коррекции, т.е. при  $r_E / r_0 = 10$ , она может достигать четырехкратного уровня, как показано на рис. 6. На этом рисунке видно увеличение отношения Штреля оптимальной коррекции методом модельного отжига по сравнению с методом наименьших квадратов. Кружки представляют значения, взятые из статьи [2], а крестики – результаты, полученные нами, которые, по-видимому, хорошо согласуются с результатами [2] (хотя мы систематически получаем немного более высокие отношения Штреля всеми методами, что может быть объяснено различиями в алгоритме моделирования волнового фронта).

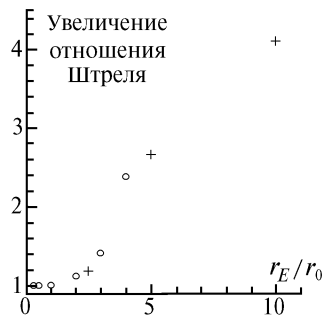


Рис. 6. Выигрыш в отношении Штреля как функция  $r_E / r_0$

### 3. Моделирование временной эволюции волновых фронтов

Чтобы моделировать влияние временной эволюции волнового фронта на длинноэкспозиционную ФРТ для скорректированных изображений, мы вводили время задержки  $\tau$  между волновым фронтом, используемым для вычисления корректирующей функции, и фактически корректируемым волновым фронтом.

В течение этой задержки приходящий волновой фронт модифицировался сдвигом турбулентных слоев по отношению к зрачку телескопа, как если бы он переносился ветром без каких-либо других изменений.

Временной масштаб был нормирован на оценку времени жизни моделируемых спеклов ( $\tau_0$  равно эквивалентной ширине временной автокорреляционной функции), как в статье [7], что позволяло задавать задержку  $\tau$  в единицах времени жизни спекла.

Мы рассматривали случаи одного турбулентного слоя (модель Тейлора) и двух турбулентных слоев (приближение модели кипения спеклов [7]). Как мы и ожидали, существует критическая зависимость от модели атмосферы. Для менее реалистичной атмосферы Тейлора отношение Штреля ухудшается и дифракционное ядро ФРТ исчезает намного быстрее, чем для двухслойной модели. Для двух слоев (более реалистичный случай показан на рис. 7), ухудшение ФРТ, получаемой методом модельного отжига, происходит быстрее, чем при использовании метода наименьших квадратов. При времени задержки, приближающемся к времени жизни спекла, преимущество метода модельного отжига исчезает (рис. 8).

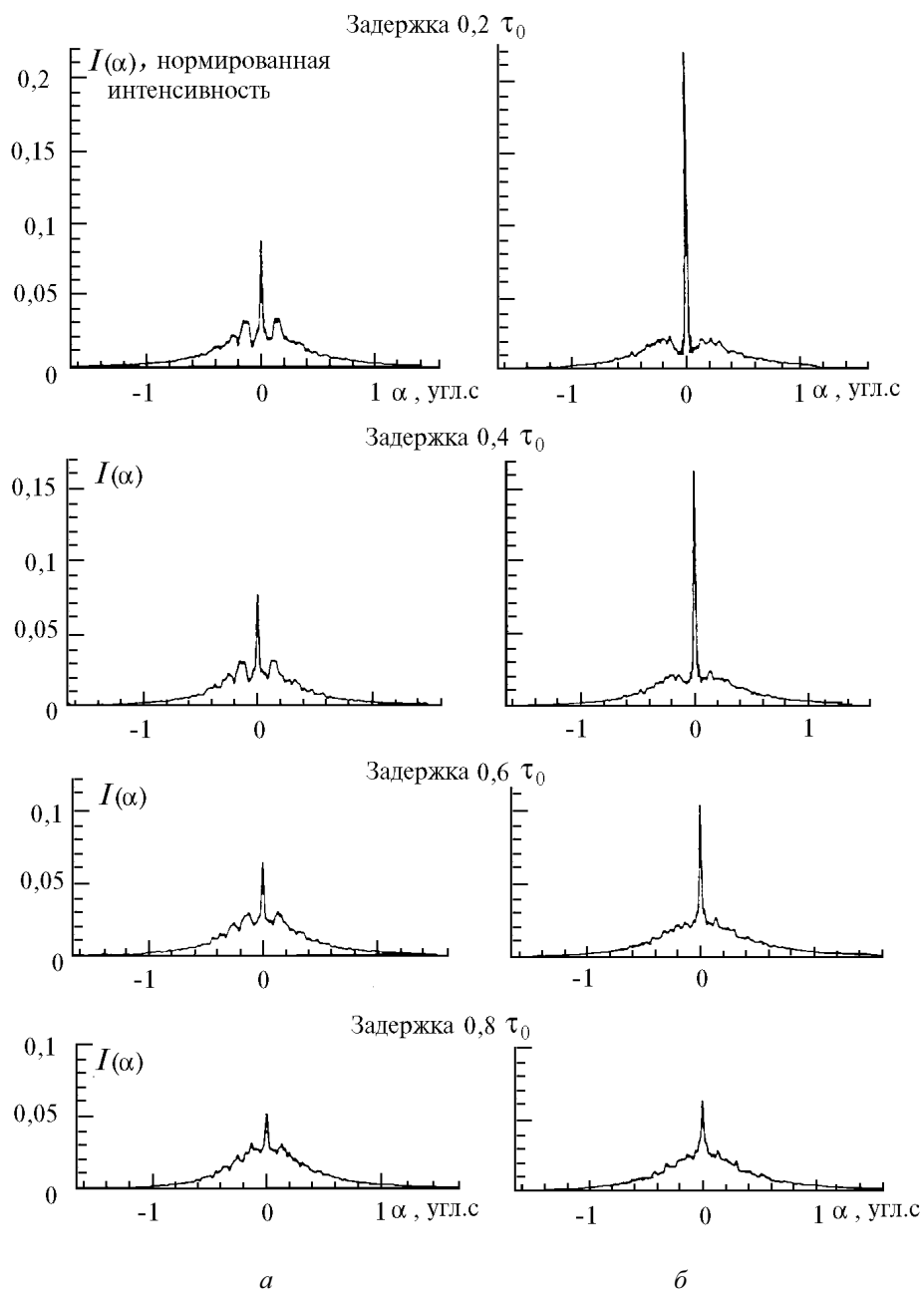


Рис. 7. Влияние на ФРТ временной задержки между измерением волнового фронта и применением коррекции: метод наименьших квадратов (*а*), метод модельного отжига (*б*). Временная эволюция атмосферного волнового фронта моделировалась сдвигом в противоположных направлениях и сложением двух фазовых экранов при  $d/r_0 = 40$ . Параметр  $\tau_0$  характеризует время жизни спекла

#### 4. Выводы

В случае частично корректирующей АО существует оптимальная компенсация, которая максимизирует отношение Штреля. Эта оптимизация, выполняемая здесь методом модельного отжига, была получена с использованием минимальной информации из плоскости изображения (только один датчик). Однако этого трудно достигнуть на практике, потому что оптимизация требует много итераций и достаточного светового потока на датчике, причем оба условия должны выполняться в течение времени, меньшего, чем половина времени жизни спекла.

Одномерная оптимальная функция рассеяния точки, полученная методом модельного отжига, существенно лучше, чем ФРТ, получаемая при минимизации квадратичной остаточной ошибки волнового фронта. Этот эффект будет сильнее в двумерном случае.

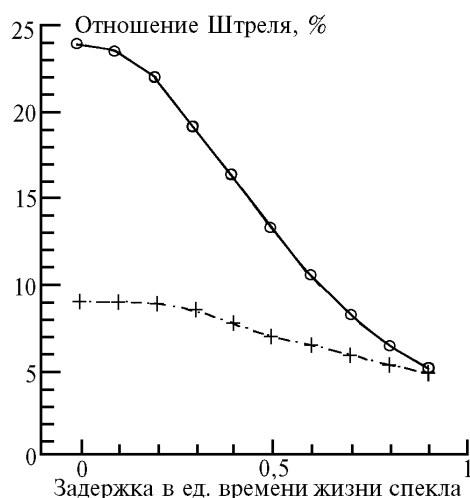


Рис. 8. Ухудшение отношения Штреля для одномерного случая как функция временной задержки при применении коррекции. Кружки и сплошная кривая соответствуют ухудшению отношения Штреля при коррекции методом модельного отжига. Крестики и штриховая кривая соответствуют методу наименьших квадратов

Можно надеяться найти метод оптимизации, который использует информацию, вырабатываемую датчиком волнового фронта. Хорошая выборка приходящих волновых фронтов и применение алгоритмов сортировки «легко фазируемых» точек волнового фронта позволит получить оптимальное решение в существенно более короткий промежуток времени.

Мы можем надеяться и на другие способы ускорения этого процесса, такие как: параллелизация, выбор точки, алгоритмы классификации и взвешивания и, наконец, на более детализированное знание приходящей информации проведением анализа волновых фронтов волнами малой амплитуды.

1. Beckers J. M. // *Appl. Opt.* 1992. V. 31. P. 424.
2. Beckers J. M. On the optimization of partial adaptive optics, *Proceedings of ESO Conference on Progress in Telescopes and Instrumentation Technologies.* 1992. P. 497.
3. Herrmann J. // *J. Opt. Soc. Am.* 1992. V. A9. P. 2257.
4. Lane R. G., Glindemann A., Dainty J. C. // *Waves in random media.* 1992. V. 2. P. 209.
5. Nisenson P., Barakat R. // *J. Opt. Soc. Am.* 1987. V. A4. P. 2249.
6. O'Meara T. R. // *J. Opt. Soc. Am.* 1977. V. 67. N 3. P. 306.
7. Roddier F., Gilli J. M., Lund G. // *J. Optics.* 1982. V. 13. P. 263.
8. Smithon R. C., Peri M. L., Benson R. S. // *Appl. Optics.* 1988. V. 27. P. 1615.

Университет Ниццы, Отделение астрофизики,  
Франция

Поступила в редакцию  
13 декабря 1993 г.

Leonardo J. Sanchez P., Roumain G. Petrov. **About the Optimization of Partially Correcting Adaptive Optics.**

At visible wavelengths, the long exposure point spread function (PSF) of large telescopes or interferometers can be only partially corrected by adaptive optics (AO). For systems designed to compensate at infrared wavelengths, the element size or actuator spacing  $r_E$  is equal to about 5 times the Fried parameter  $r_0$  in the visible. This is largely outside the range for which the normally used least squares fits are optimum. Here we present some onedimensional numerical experiments confirming that in the case of partially correcting AO, there exists an optimal compensation (here obtained by simulated annealing) that maximizes the Strehl ratio. To evaluate the effects of the atmospheric wavefront temporal evolution on the corrected image quality, we calculated the resultant corrected long-exposure PSF shape as a function of the time delay existing between the wavefront used for the computation of the correction and the wavefront to which the correction is applied. In order to obtain a significant gain using the simulated annealing technique, this optimized correction must be applied within a delay smaller than half the speckle lifetime  $\tau_0$ .