«Оптика атмосферы и океана», **20,** № 3 (2007)

УДК 535.36

Р.Х. Алмаев[1], А.А. Суворов[2]

Оптическая теорема для рассеивающей среды с линзовыми свойствами

[1] Обнинский государственный технический университет атомной энергетики
[2] Государственный научный центр Российской Федерации – Физико-энергетический институт им. А.И. Лейпунского, г. Обнинск

Поступила в редакцию 31.08.2006 г.

Выполнено обобщение оптической теоремы на случай рассеяния излучения на частице, помещенной в регулярно-неоднородную среду. Обобщение проведено на основе анализа баланса падающей, рассеянной и поглощенной энергий излучения без использования традиционного предположения о рассеянии плоской волны в однородной среде, окружающей рассеиватель.

Проблема рассеяния волны на частице, расположенной в однородной среде, в настоящее время довольно хорошо исследована (см., например, [1, 2]). Однако при решении ряда задач переноса излучения исследователям нередко приходится сталкиваться с ситуациями, когда необходимо рассчитывать рассеивающие характеристики частицы, находящейся в регулярно-неоднородной среде – среде с линзовыми свойствами. Такого рода задачи встречаются, например, при исследовании распространения оптического излучения в просветляемом капельном аэрозоле [3], самовоздействия интенсивных лазерных пучков в атмосфере [4], рассеяния света в неравновесных системах [5], а также в акустике океана [6].

Несмотря на распространенность подобных задач, исследования по этой проблеме весьма немногочисленны и касаются, главным образом, расчета дифференциальных характеристик рассеяния. Тем не менее эти исследования показывают (см., например, [7]), что регулярная неоднородность окружающей частицу среды приводит к существенному изменению рассеивающих характеристик частицы, в частности вид диаграммы рассеяния для неоднородных фокусирующих (дефокусирующих) и однородных сред значительно отличается.

В данной статье обобщена оптическая теорема на случай рассеяния волны на частице, расположенной в регулярно-неоднородной среде. Как известно (см., например, [1, 2, 8]), оптическая теорема является одним из важных результатов теории рассеяния, поэтому доказательство ее для случая, когда рассеиватель помещен в среду с линзовыми свойствами, является необходимым элементом развития теории. Кроме того, обобщение оптической теоремы может быть полезным и для задач, в которых рассматривается рассеяние неплоских волн, например задач левитации частиц под действием пучков лазерного излучения, в которых полные сечения вычисляются в настоящее время непосредственно интегрированием и суммированием рядов для амплитуды рассеяния [9].

Пусть в пространственно-неоднородной прозрачной среде с диэлектрической проницаемостью

$$\varepsilon_m(\mathbf{R}) = \varepsilon_m(0)\big(1 + \Delta\varepsilon_m(\mathbf{R})\big),$$

(где $\mathbf{R} = \{x, y, z\}$ – радиус-вектор; $\Delta\varepsilon_m(\mathbf{R})$ – относительное отклонение диэлектрической проницаемости среды от некоторого характерного значения $\varepsilon_m(0)$) помещена частица, имеющая диэлектрическую проницаемость ε_0, на которой происходит рассеяние линейно-поляризованной волны $\mathbf{E}_i(\mathbf{R})$. Рассмотрим неоднородности $\Delta\varepsilon_m(\mathbf{R})$, позволяющие пренебречь деполяризацией в среде как падающей $\mathbf{E}_i$, так и рассеянной $\mathbf{E}_s(\mathbf{R})$ волн и считать в геометрических пределах частицы диэлектрическую проницаемость среды постоянной:

$$\Delta\varepsilon_m(\mathbf{R})\big|_{|\mathbf{R}-\mathbf{R}_s|\le a} \approx \Delta\varepsilon_m(\mathbf{R}_s),$$

где $\mathbf{R}_s$ – координата расположения частицы; a – ее характерный линейный размер.

Исследуем рассеяние волны на большой частице (ее линейный размер значительно превышает длину волны излучения), когда в однородной среде основная часть энергии рассеянного излучения сосредоточена в узком конусе углов вблизи преимущественного направления распространения падающей волны. При рассеянии излучения на такой частице в плавно-неоднородной среде направления распространения энергонесущей части рассеянной и падающей волн не будут сильно отличаться. Поэтому распространение рассеянной вперед и падающей волн можно рассматривать в квазиоптическом приближении.

Для отыскания искомого соотношения, связывающего сечение ослабления частицы с напряженностями электрического поля внутри частицы и падающей волны, найдем прежде всего мощность излучения, проходящего через переднюю полусферу, центр которой помещен внутри рассеивателя. В рамках применимости квазиоптического приближения этот поток равен потоку, проходящему через касательную к полусфере плоскость, нормаль к которой совпадает с преимущественным направлением распространения падающей волны.

Представим поле $\mathbf{E}(\mathbf{R})$ за частицей (относительно направления распространения падающей волны) в виде суммы падающей $\mathbf{E}_i$ и рассеянной вперед $\mathbf{E}_s^{(+)}$ волн:

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}) = \mathbf{E}_i(\mathbf{R}) + \mathbf{E}_s^{(+)}(\mathbf{R}). \qquad (1)$$

Интенсивность суммарного поля в плоскости $z = \mathrm{const}$, касательной к передней полусфере, перпендикулярной преимущественному направлению распространения падающей волны и достаточно удаленной от рассеивающей частицы (так, что основной вклад в интенсивность дает рассеянное вперед поле), будет определяться выражением

$$I(\mathbf{R}_\perp, z) = I_i(\mathbf{R}_\perp, z) + I_s^{(+)}(\mathbf{R}_\perp, z) + \tilde{I}(\mathbf{R}_\perp, z), \qquad (2)$$

где

$$I_i = cn_m |E_i|^2 / 8\pi$$

— интенсивность падающей волны;

$$I_s^{(+)} = cn_m \left|E_s^{(+)}\right|^2 / 8\pi$$

— интенсивность волны, рассеянной вперед;

$$\tilde{I} = cn_m \left(E_i E_s^{(+)*} + E_i^* E_s^{(+)}\right) / 8\pi$$

— интерференционное слагаемое; $n_m = \sqrt{\varepsilon_m(0)}$ — характерное значение показателя преломления среды; E_i и $E_s^{(+)}$ — скалярные составляющие амплитуд падающей и рассеянной вперед волн.

Проинтегрировав (2) по поперечной координате $\mathbf{R}_\perp$ на всей плоскости z, получим выражение для мощности излучения в рассматриваемой плоскости:

$$P(z) = P_i(z) + P_s^{(+)}(z) + \tilde{P}(z), \qquad (3)$$

где

$$P_i(z) = \iint d^2 R_\perp I_i(\mathbf{R}_\perp, z)$$

— мощность падающей волны;

$$P_s^{(+)}(z) = \iint d^2 R_\perp I_s^{(+)}(\mathbf{R}_\perp, z)$$

— мощность рассеянной вперед волны;

$$\tilde{P}(z) = \iint d^2 R_\perp \tilde{I}(\mathbf{R}_\perp, z)$$

— добавка к мощности, обусловленная интерференцией падающей и рассеянной вперед волн.

С другой стороны, поскольку среда вне частицы предполагается прозрачной, то дефицит энергии излучения обусловлен поглощением частицей P_a и обратным рассеянием $P_s^{(-)}$. Следовательно, для мощности излучения в плоскости z можно записать

$$P(z) = P_i(z) - P_a - P_s^{(-)}.$$

Тогда соотношение (3) примет следующий вид:

$$P_a + P_s = -\tilde{P}(z), \qquad (4)$$

где $P_s = P_s^{(+)}(z) + P_s^{(-)}$ — суммарная мощность рассеянного излучения.

Поскольку мы приняли, что среда плавнонеоднородная, то падающую и рассеянную вперед волны можно описывать в приближении квазиоптики:

$$E_i(\mathbf{R}_\perp, z) = \iint d^2\rho' E_0(\boldsymbol{\rho}') G(\mathbf{R}_\perp, z|\boldsymbol{\rho}', 0) \exp(ikz),$$

$$E_s(\mathbf{R}_\perp, z) =$$

$$= -i\frac{k}{2} \iiint d^3 r \Delta\varepsilon(\mathbf{r}) E(\mathbf{r}) G(\mathbf{R}_\perp, z|\mathbf{r}) \exp[ik(z - r_z)], \qquad (5)$$

где

$$\Delta\varepsilon(\mathbf{r}) = \left(\varepsilon_0 - \varepsilon_m(\mathbf{R}_s)\right)\Theta(\mathbf{r});$$

$$\Theta(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1 & \text{в пределах частицы} \\ 0 & \text{вне частицы;} \end{cases}$$

$k = \frac{\omega}{c} n_m$ — волновое число в среде; $E(\mathbf{r})$ — напряженность электрического поля внутри частицы; r_z — z-компонента переменной интегрирования; $G(\mathbf{R}|\mathbf{R}')$ — функция Грина параболического уравнения

$$2ik\frac{\partial}{\partial z}G + \Delta_\perp G + k^2 \Delta\varepsilon_m(\mathbf{R}) G = 0; \qquad (6)$$

$$G(\mathbf{R}|\mathbf{R}')\Big|_{R_z = R_z'} = \delta(\mathbf{R}_\perp - \mathbf{R}_\perp').$$

Подставив (5) в выражения (2), (3) и учитывая групповое свойство функции Грина

$$\iint d^2 R_\perp G(\mathbf{R}_\perp, z|\mathbf{R}_1) G^*(\mathbf{R}_\perp, z|\mathbf{R}_2) = \delta(\mathbf{R}_{\perp 1} - \mathbf{R}_{\perp 2}),$$

при $z_1 \geq z_2$, преобразуем (4) к виду

$$P_a + P_s = \frac{c}{8\pi} n_m k \,\mathrm{Im} \iiint d^3 r \Delta\varepsilon(\mathbf{r}) E(\mathbf{r}) E_i^*(\mathbf{r}). \qquad (7)$$

Для того чтобы, исходя из (7), получить соотношение для полного сечения ослабления, следует обе части (7) разделить на интенсивность излучения, падающего на частицу. При этом надо иметь в виду, что в общем случае падающая волна является неплоской и поэтому нормировку следует проводить на среднюю по поверхности интенсивность

$$< I_i >_\Sigma = \left(\iint_\Sigma dS I_i(\mathbf{R})\right) / \Sigma, \qquad (8)$$

где интегрирование проводится по освещаемой падающей волной поверхности частицы Σ.

Исходя из (7), с учетом сделанного замечания (8), получим выражение для полного сечения ослабления (складываемого из сечения рассеяния σ_s и поглощения σ_a):

$$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a = \frac{c}{8\pi} n_m k \,\mathrm{Im} \frac{\iiint d^3 r \Delta\varepsilon(\mathbf{r}) E(\mathbf{r}) E_i^*(\mathbf{r})}{< I_i >_\Sigma}, \quad (9)$$

которое является обобщением оптической теоремы на случай рассеяния неплоской волны на частице, расположенной в неоднородной среде. В соответствии с определением функции $\Delta\varepsilon(\mathbf{r})$ (5) интегрирование в выражении (9) проводится по объему частицы.

Выражение (9) было получено из рассмотрения скалярной задачи. Полагая, что для векторов электрического и магнитного полей в плавно-неоднородной среде выполняются известные соотношения для однородной среды [1], и учитывая, что основной вклад в интеграл (3) для $\tilde{P}(z)$ определяется излучением, рассеянным вперед, перепишем (9) с учетом векторного характера полей:

$$\sigma_t = \frac{c}{8\pi} n_m k \,\mathrm{Im} \frac{\iiint d^3 r \Delta\varepsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}) \mathbf{E}_i^*(\mathbf{r})}{< I_i >_\Sigma}. \quad (10)$$

Простой подстановкой выражений для поля внутри частицы в приближениях Рэлея, Рэлея—Ганса и эйконального [1, 2], можно легко получить из (10) известные соотношения для сечения ослабления частицы в однородной среде.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и правительства Калужской области (проект № 04-02-97232).

1. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.
2. *Ван де Хюлст Г.* Рассеяние света малыми частицами. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1961. 536 с.
3. *Волковицкий О.А., Седунов Ю.С., Семенов Л.П.* Распространение интенсивного лазерного излучения в облаках. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. 312 с.
4. *Воробьев В.В.* Тепловое самовоздействие лазерного излучения в атмосфере: теория и модельный эксперимент. М.: Наука, 1987. 200 с.
5. *Кайзер Дж.* Статистическая термодинамика неравновесных процессов. М.: Мир, 1990. 608 с.
6. *Флатте С.М.* Распространение волн в случайно-неоднородных средах: Акустика океана// ТИИЭР. 1983. Т. 71. № 11. С. 45–78.
7. *Алмаев Р.Х., Суворов А.А.* О рассеянии излучения частицей, расположенной в регулярно-неоднородной среде// Квант. электрон. 2005. Т. 35. № 12. С. 1149–1156.
8. *Newton R.G.* Optical theorem and beyond // Amer. J. Phys. 1976. V. 44. N 7. P. 639–642.
9. *Gouesbet G., Mahen B., Grehan G.* Light scattering from a sphere arbitrarily located in a Gaussian beam, using a Bromwich formulation// J. Opt. Soc. Amer. A. 1988. V. 5. N 4. P. 1427–1443.

R.Kh. Almaev, A.A. Suvorov. **Optical theorem for scattering medium with lens properties.**

In the paper the generalization of the optical theorem to the case of radiation scattering by a particle placed into a regularly inhomogeneous medium was realized. The generalization was made on the base of a balance analysis of incident, scattered and absorbed radiation energies without using the traditional assumption about a plane wave scattering in a homogeneous medium surrounding the scatterer.