

А.С. Глущенко, В.В. Стерлядкин

Оптические свойства дождевых капель. Рассеяние в переднюю полусферу наблюдения при горизонтальном освещении

Московская государственная академия приборостроения и информатики

Поступила в редакцию 4.08.2004 г.

Анализируются рассеивающие свойства несферических дождевых капель в приближении геометрической оптики. Математическое моделирование производится для численных моделей форм реальных дождевых капель с учетом осцилляций капель во время падения. На основе результатов моделирования предлагается оптимизированная геометрическая схема для оптического измерителя микроструктуры осадков.

Интерес к оптическим свойствам дождевых капель возник в связи с разработкой оптического измерителя микроструктуры осадков. Традиционные схемы измерения размеров дождевых капель основаны на регистрации амплитуды импульса, вызванного затенением прямого светового луча при пролете капли (рис. 1, а).

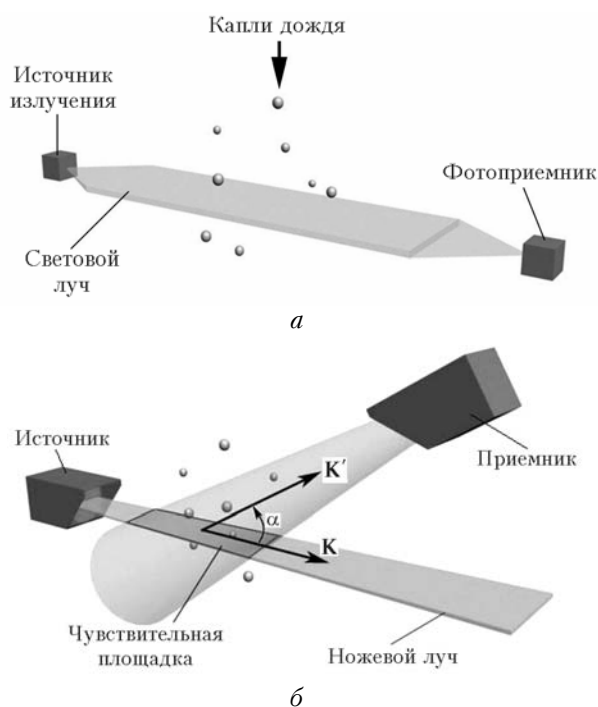


Рис. 1. Оптическая схема измерителя микроструктуры: а – основанная на затенении прямого луча, б – основанная на рассеянии под острым углом

Однако указанный метод обладает существенным недостатком, связанным с тем, что на приемнике регистрируется весь световой поток большой интенсивности, приходящий напрямую от источника

и, что влечет за собой высокий уровень дробовых шумов в фотоприемнике, на фоне которых весьма затруднительно обнаружить слабые импульсы затенения. Особенно это сказывается при регистрации малых капель диаметром менее 1 мм.

В качестве разумной альтернативы методу затенения прямого луча, на наш взгляд, может служить метод регистрации оптических импульсов, рассеиваемых каплями в переднюю полусферу под острыми углами наблюдения (рис. 1, б). В этом случае снимается проблема, связанная с высоким уровнем дробовых шумов фотоприемника, поскольку регистрация оптических импульсов от капель производится на уровне темновых шумов. Достоинством предлагаемой схемы является и то, что именно в переднюю полусферу излучается свыше 90% рассеиваемого каплями света. Это приводит к высокой чувствительности метода и возможности регистрации капель и частиц малых размеров. Следует заметить, что традиционные методы основываются на предположении, что при толщине луча намного меньше диаметра частиц $h \ll D_{эф}$ амплитуда импульсов затенения пропорциональна эффективному сферическому диаметру капли $D_{эф}$ либо квадрату эффективного диаметра $D_{эф}^2$, при толщине луча больше эффективного диаметра, $h > D_{эф}$. Для несферических частиц величину $D_{эф}$ определяют как диаметр сферической капли равного объема. В обоих случаях объем частиц вычисляется по амплитуде импульса затенения.

Такие способы определения диаметра частиц можно считать абсолютно справедливыми в предположении, что дождевые капли, попадающие в луч, имеют стабильную форму, однозначно связанную с ее объемом. В действительности это не так. Поэтому возникают естественные вопросы о достоверности определения объема капли и эффективного диаметра с учетом всех возникающих видов деформаций.

Известно, что капли дождя при гравитационном падении в атмосфере сплющиваются за счет баланса аэродинамического сопротивления воздуха, силы поверхностного натяжения, внутреннего гидростатического давления, а также поверхностных электростатических зарядов, причем деформация проявляется тем сильнее, чем больше объем капли [1]. Такую деформацию условно назовем статической деформацией падающей частицы. Кроме того, проведенные нами натурные измерения доказали, что практически все капли (более 95%) эффективным диаметром свыше 1 мм осциллируют с частотой собственных капиллярных колебаний. Средняя амплитуда таких периодических колебаний $\Delta\gamma$ растет с увеличением их размеров по закону, близкому к квадратичному: $\Delta\gamma = AD^2$, где D – диаметр капли; A – коэффициент, зависящий от интенсивности дождя и в среднем равный $0,006 \text{ мм}^{-2}$ [2]. Этот вид деформации назовем динамической деформацией падающей капли.

С учетом средней деформации и вибрации получается, что капли с эффективным диаметром 5 мм могут иметь коэффициент формы $\gamma = 0,6$, при этом статическая деформация будет составлять $\gamma = 0,75$, а динамическая деформация за счет амплитуды осцилляций в среднем даст $\Delta\gamma = \pm 0,15$. Следует отметить, что в ряде последних работ зарубежных исследователей по рассеянию вперед несферических капель и определению размеров частиц по импульсу затенения производится лишь учет статических деформаций, при этом предполагается, что капля при падении статична [3]. Однако даже приближенные расчеты показали, что динамические деформации вносят дополнительный вклад в погрешность определения диаметра капель, причем величина данного вклада растет пропорционально диаметру частицы.

В этих условиях возникает закономерный вопрос о влиянии деформации на погрешности оптических методов измерения размеров капель. Цель настоящей работы заключалась в исследовании оптических свойств реальных деформированных дождевых капель и выборе такой оптической схемы измерителя, при которой влияние несферичности будет минимальным.

Для решения поставленной задачи было необходимо провести расчет индикатрис рассеяния несферических капель воды в переднюю полусферу наблюдения в диапазоне углов $\alpha = 5 \dots 90^\circ$. Углы рассеяния менее 5° не представляют практического интереса по причине технической сложности регистрации рассеянного излучения, а также в связи с существенным влиянием дифракции на оптических элементах излучателя. Углы больше 90° не рассматриваются, поскольку в заднюю полусферу рассеивается очень малая доля падающего на каплю излучения и уровни сигналов будут очень малы.

Для несферических капель индикатриса рассеяния будет функцией нескольких переменных $I(\alpha, \beta, V, \gamma)$, где α, β – углы наблюдения, задающие направление распространения рассеиваемого излу-

чения; γ – коэффициент формы капли; V – объем капли. Форму осциллирующей капли с хорошей точностью можно представить соотношением

$$\gamma = \gamma_{\text{ст}} + \Delta\gamma \cos(2\pi f), \quad (1)$$

где $\gamma_{\text{ст}}$ – средняя статическая деформация; $\Delta\gamma$ – амплитуда колебаний капли; f – частота собственных колебаний капли. Величина деформации $\gamma_{\text{ст}}$ зависит от объема частицы.

При расчете индикатрис рассеяния несферических капель учитывались статические и динамические деформации. Статические деформации были успешно изучены американскими исследователями Бердом и Шуангом [4]. В результате лабораторных экспериментов и расчетов ими была получена численная модель формы дождевых капель для дискретного набора диаметров. Данная модель была взята нами за основу при проведении вычислений для реальных дождевых капель. Однако Берд и Шуанг проводили свои эксперименты в аэродинамических трубах для отдельно летящих капель, при этом отсутствовали турбулентность, коагуляция, столкновения капель различных размеров, которые в естественных дождях приводят к возникновению осцилляций их формы.

Многочисленные результаты оптических измерений падающих капель в дождях, представленные в работах В.В. Стерлядкина, доказывают существование осцилляций [5]. Результаты фотографирования дождевых капель, представленные в работах Шонхабера [6], Чандрасекара [7], также свидетельствуют о существенном отличии мгновенной формы капли от среднестатистической модели Берда и Шуанга. Поэтому при расчете индикатрис рассеяния за основу были взяты данные о среднестатистической деформации $\gamma_{\text{ст}}$ (к ним была добавлена информация об амплитуде осцилляций $\Delta\gamma$), полученная В.В. Стерлядкиным. Значения средней деформации и амплитуды осцилляций для падающих капель мы свели в табл. 1.

Таблица 1

$D, \text{ мм}$	1	2	3	4	5
$\gamma_{\text{ст}}(D)$	0,97	0,942	0,89	0,78	0,72
$\Delta\gamma(D)$	0,007	0,028	0,063	0,112	0,1758

Таким образом, в качестве итоговой расчетной модели капли при расчетах индикатрис рассеяния мы использовали сферу, на которую накладывались статические и динамические деформации. Предполагалось, что капля имеет среднюю статическую форму в соответствии с моделью Берда и испытывает гармонические колебания с амплитудой $\Delta\gamma$. Пример графического построения такой модели, соответствующей различной фазе колебаний для капли диаметром 5 мм, показан на рис. 2, а–в. На рис. 2, г–е показаны фотографии капель, полученные при помощи скоростной фотосъемки дождевых капель Шонхабером. Нетрудно убедиться в хорошей корреляции аналитической модели с формой реальной капли.

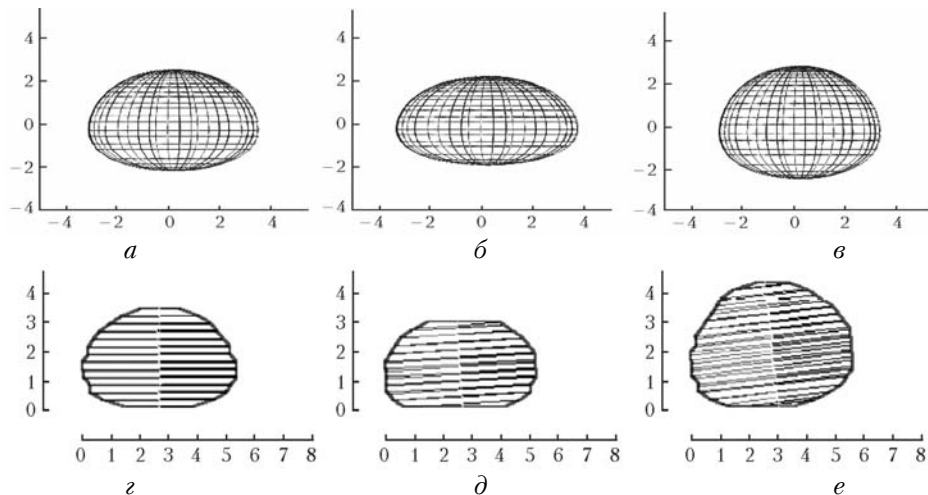


Рис. 2. Формы капли диаметром $D = 5$ мм, рассчитанные для различных фаз колебаний: a – равновесная; $б$ – максимально сплюснутая; $в$ – максимально вытянутая; $г, д, е$ – реальные дождевые капли $D = 4,7$ мм в равновесной, сплюснутой и вытянутой фазах колебаний [6]

При расчете индикатрис рассеяния в переднюю полусферу учитывались только первых два производных луча. Величина их суммарного вклада в данном направлении составляла около 99,5% от суммарного вклада всех лучей. Такой высокий процент связан с тем, что, по нашим расчетам, третий производный луч ни при каких рассматриваемых деформациях в переднюю полусферу не попадал, а вклад четвертого производного луча очень мал, поскольку каждое последующее отражение от поверхности капли уменьшает интенсивность луча примерно в десять раз.

Все геометрические построения проводились с использованием правосторонней декартовой системы координат. Ось вращения капли направлялась по оси OZ . Поверхность капли задавалась в параметрическом виде

$$G(\phi, \psi, \gamma) = r(\psi) \begin{pmatrix} a(\gamma) \sin(\psi) \sin(\phi) \\ a(\gamma) \sin(\psi) \cos(\phi) \\ -c(\gamma) \cos(\psi) \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $\phi = 0 \dots 2\pi$ – азимут, отсчитываемый от оси OY по часовой стрелке; $\psi = 0 \dots \pi$ – угол места, отсчитываемый от оси OZ снизу вверх; $\gamma = c/a$ – коэффициент формы (c – вертикальная полуось, a – горизонтальная полуось эллипсоида вращения); $r(\psi)$ – дополнительная функция-множитель, зависящая от угла места, необходимая для описания статической деформации (для эллипсоида $r(\psi) = 1$).

Выражение в скобках представляет собой эллипсоид вращения с вертикальной c и горизонталь-

ной a полуосями. Статическая деформация задается множителем $r(\psi)$ и в соответствии с численной моделью Берда представляет собой выражение

$$r(\psi) = r_{\text{эф}} \left(1 + \sum_{m=0}^{10} c_m \cos(m\psi) \right), \quad (3)$$

где $r_{\text{эф}}$ – эффективный радиус сферической капли равного объема; c_m – численные коэффициенты, значения которых выбираются для каждого эффективного сферического диаметра капли в соответствии с [4, табл. 2].

Расчетная форма капли задавалась путем подстановки в выражение (2) коэффициентов статической деформации c_m (табл. 2) и коэффициента формы капли γ , выбираемого в соответствии с рассматриваемым диаметром из данных табл. 1.

Алгоритм расчета индикатрисы рассеяния следовал традиционной схеме геометрической оптики. На фронте падающей волны формировалась бесконечно малая площадка $dS_{\text{пад}}$, рассчитывались траектория прохождения лучей, углы падения, отражения для каждого взаимодействия лучей с поверхностью капли, площадки на сфере наблюдения dS_1, dS_2 , соответствующие каждому выходящему из капли лучу, световой поток, падающий на каждую площадку, определялся с учетом коэффициентов Френеля.

Таблица 2

Диаметр D , мм	Коэффициенты формы $c_m \cdot 10000$, при m , равном										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	-28	-30	-83	-22	-3	2	1	0	0	0	0
2	-134	-118	-385	-100	-5	17	6	-1	-3	-1	1
3	-297	-247	-816	-188	24	52	13	-8	-8	-1	4
4	-481	-359	-1263	-244	91	99	15	-25	-16	2	10
5	-665	-435	-1674	-258	242	157	-7	-61	-21	11	17

Расчет индикатрис рассеяния проводился для горизонтального освещения капли плоской волной и двух плоскостей наблюдения: вертикальной, проходящей через центр капли, и горизонтальной, проходящей через плоскость с максимальной площадью горизонтального сечения капли. При расчете в каждой плоскости задавалось N точек на поверхности капли, в которые падали горизонтальные лучи от источника излучения, в дальнейшем будем их называть точки падения. Для каждой из N точек падения проводился расчет параметров нормали, углов падения и преломления, траектории прохождения лучей внутри капли, координаты точек взаимодействия луча с поверхностью капли, траекторий лучей, выходящих из капли.

В соответствии с терминологией К.С. Шифрина [8], выходящие из капли лучи будем называть производными лучами. Луч, получающийся в результате отражения от поверхности капли падающего луча в точке первого взаимодействия (точке падения), называется первым производным лучом. Вторым производным является луч, испытывающий двукратное преломление и выходящий из капли в точке второго взаимодействия. Геометрическая схема прохождения лучей до второго производного включительно для точки падения, лежащей в вертикальной плоскости, представлена на рис. 3.

Результатом первого этапа вычислений являлся набор векторов \mathbf{V}_i , $i = (1...N)$, состоящих из значений углов падения и преломления для точек взаимодействия лучей с поверхностью капли, а также углов наблюдения, определяющих направления распространения для первого и второго производных лучей:

$$\mathbf{V}_i = (\alpha_{\text{пад}1}, \alpha_{\text{прел}1}, \alpha_{\text{пад}2}, \alpha_{\text{прел}2}, \alpha_{\text{набл}1}, \beta_{\text{набл}1}, \alpha_{\text{набл}2}, \beta_{\text{набл}2}), \quad (4)$$

где $\alpha_{\text{пад}1}$, $\alpha_{\text{прел}1}$ — углы падения и преломления в точке падения; $\alpha_{\text{пад}2}$, $\alpha_{\text{прел}2}$ — углы падения и преломления в точке второго взаимодействия; $\alpha_{\text{набл}1}$, $\beta_{\text{набл}1}$, $\alpha_{\text{набл}2}$, $\beta_{\text{набл}2}$ — углы наблюдения для первого и второго производных лучей.

На втором этапе производился расчет коэффициентов Френеля. Результаты вычислений представлялись в виде набора векторов \mathbf{F}_i :

$$\mathbf{F}_i = (F_{p1} F_{s1} F_{p2} F_{s2}), \quad i = (1...N). \quad (5)$$

Третий этап состоял из вычисления параметров траекторий прохождения смещенных лучей, полученных в результате сдвига точки падения на бесконечно малое расстояние. Результаты вычислений представлялись в виде вектора \mathbf{V}'_{i} , состоящего из элементов, аналогичных вектору \mathbf{V}_i , но для смещенных лучей:

$$\mathbf{V}'_i = (\alpha'_{\text{пад}1}, \alpha'_{\text{прел}1}, \alpha'_{\text{пад}2}, \alpha'_{\text{прел}2}, \alpha'_{\text{набл}1}, \beta'_{\text{набл}1}, \alpha'_{\text{набл}2}, \beta'_{\text{набл}2}), \quad i = (1...N). \quad (6)$$

Расчет величин площадок наблюдения dS_1 , dS_2 для каждой i -й точки падения производился исходя из того, что эта величина пропорциональна произведению соответствующих приращений углов наблюдения, результаты вычислений которых также представлялись в виде отдельных векторов:

$$\begin{aligned} d\alpha_{\text{набл}1,i} &= \alpha_{\text{набл}1,i} - \alpha'_{\text{набл}1,i}, & d\beta_{\text{набл}1,i} &= \beta_{\text{набл}1,i} - \beta'_{\text{набл}1,i}, \\ d\alpha_{\text{набл}2,i} &= \alpha_{\text{набл}2,i} - \alpha'_{\text{набл}2,i}, & d\beta_{\text{набл}2,i} &= \beta_{\text{набл}2,i} - \beta'_{\text{набл}2,i}, \end{aligned}$$

где $i = (1...N)$.

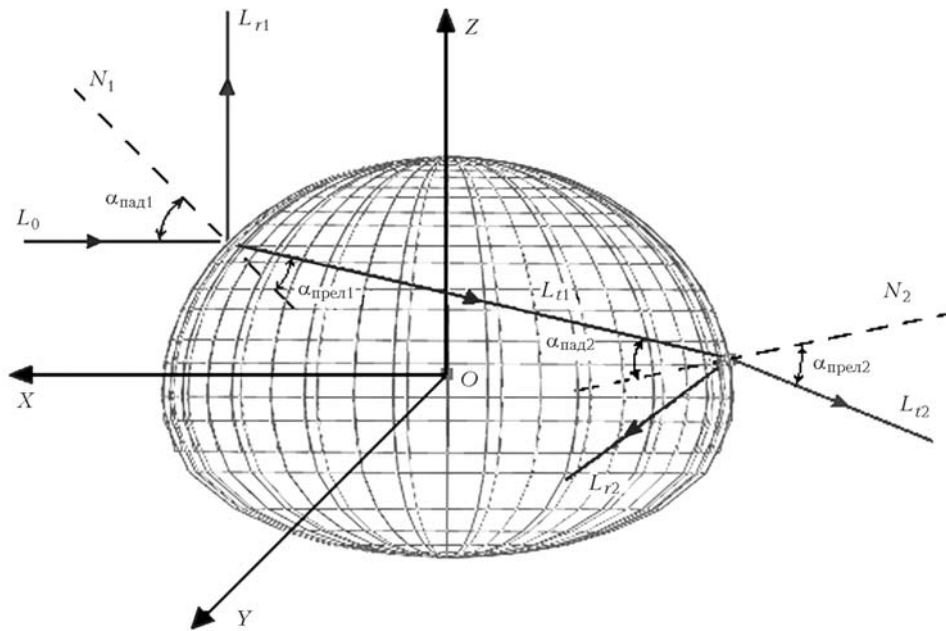


Рис. 3. Схема прохождения лучей через каплю: L_0 — падающий на каплю луч; N_1 — нормаль в точке падения; L_{r1} — первый производный (отраженный) луч; L_{t1} — преломленный луч в точке падения; N_2 — нормаль в точке второго взаимодействия луча с поверхностью капли; L_{r2} — отраженный луч во второй точке взаимодействия; L_{t2} — второй производный (дважды преломленный) луч

На завершающем этапе вычислялись дискретные векторы значений индикатрис рассеяния для первых двух производных лучей $I1_i, I2_i, i = (1...N)$. Каждому значению i соответствовали свои значения углов наблюдения для первого и второго производных лучей. В дальнейшем значения индикатрис рассеяния интерполировались по углам наблюдения к величинам, кратным 5° , методом линейной интерполяции. Суммарная индикатриса вычислялась по следующей формуле:

$$I(\alpha_{\text{набл}}) = I1(\alpha_{\text{набл}}) + I2(\alpha_{\text{набл}}). \quad (7)$$

Поскольку излучение, падающее на каплю, распространяется в горизонтальном направлении, то суммарный световой поток, приходящий на каплю, будет равен произведению интенсивности света на площадь сечения капли, перпендикулярного волновому вектору падающего излучения. В качестве начальных параметров для расчета были взяты радиус-вектор ρ и угол t . Данные величины определяют координаты точки $A_{\text{пр}}(0, y_1, z_1)$, являющейся проекцией точки падения $A(x_1, y_1, z_1)$ на плоскость вертикального сечения капли YOZ .

По заданным параметрам точки $A_{\text{пр}}$ вычислялись координаты точки падения на поверхности капли A путем решения системы уравнений

$$\begin{cases} y_1 = \rho \cos(t), \\ z_1 = \rho \sin(t), \\ x_1 = G(\varphi_1, \psi_1, \gamma)_0, \\ y_1 = G(\varphi_1, \psi_1, \gamma)_1, \\ z_1 = G(\varphi_1, \psi_1, \gamma)_2. \end{cases} \quad (8)$$

После определения величин x_1, y_1, z_1 уравнение падающего на каплю луча L_0 задавалось в виде одномерного вектора $(-p, y_1, z_1)$, где p – параметр прямой. Затем определялось пространственное уравнение нормали к поверхности капли в точке падения путем решения векторного уравнения

$$\mathbf{N} = \left[\frac{\partial G(\varphi, \psi, \gamma)}{\partial \varphi} \quad \frac{\partial G(\varphi, \psi, \gamma)}{\partial \psi} \right]. \quad (9)$$

Уравнение нормали, так же как и уравнение падающего луча, представляет собой параметрическую функцию в виде одномерного вектора $\mathbf{N} = (a_{xn}p, a_{yn}p, a_{zn}p)$, где a_{xn}, a_{yn}, a_{zn} – угловые параметры, эквивалентные направляющим косинусам. По известным уравнениям падающего луча и нормали определялся угол падения в точке первого взаимодействия $\alpha_{\text{пад}}$. Затем в соответствии с законом Снеллиуса рассчитывалось значение угла преломления

$$n = \sin(\alpha_{\text{пад}}) / \sin(\alpha_{\text{прел}}), \quad (10)$$

где n – показатель преломления $n = n_2/n_1$; $\alpha_{\text{пад}}$ – угол падения луча; $\alpha_{\text{прел}}$ – угол преломления луча; n_2, n_1 – показатели преломления сред внутри и вне капли соответственно.

Показатель преломления воды зависит от длины волны оптического излучения и изменяется от

1,328 до 1,343. При расчете индикатрис рассеяния нами было принято $n = 4/3$.

Для расчета потока падающего излучения на фронте падающего луча формировалась элементарная площадка $dS_{\text{пад}}$ путем приращения значений двух параметров: $t = t + dt$ и $\rho = \rho + d\rho$. При этом в вертикальном сечении капли YOZ получаем смещенную точку $A'_{\text{пр}}$. Для бесконечно малых величин $d\rho$ и dt величина площадки $dS_{\text{пад}} = \rho dt d\rho$.

Поток излучения, приходящийся на элементарные площадки dS_1, dS_2 на сфере наблюдения, рассчитывался с учетом их размеров согласно следующим формулам:

$$dS_1 = R_{\text{набл}} d\alpha_1 d\beta_1, \quad dS_2 = R_{\text{набл}} d\alpha_2 d\beta_2, \quad (11)$$

где $R_{\text{набл}}$ – радиус воображаемой сферы наблюдения.

Величины $d\alpha, d\beta$ являются приращениями углов наблюдения, которые рассчитывались исходя из траектории смещенного и несмещенного лучей, выходящих из капли, согласно выражениям:

$$d\alpha = \alpha - \alpha', \quad d\beta = \beta - \beta'.$$

Для каждой точки взаимодействия луча с поверхностью капли вычислялись коэффициенты Френеля. Данные коэффициенты с учетом поляризации рассчитывались по формулам:

$$R_p = \frac{\text{tg}^2(\alpha_{\text{пад}} - \alpha_{\text{прел}})}{\text{tg}^2(\alpha_{\text{пад}} + \alpha_{\text{прел}})}, \quad R_s = \frac{\sin^2(\alpha_{\text{пад}} - \alpha_{\text{прел}})}{\sin^2(\alpha_{\text{пад}} + \alpha_{\text{прел}})}, \quad (12)$$

где R_s, R_p – коэффициенты отражения для линейно поляризованных плоских s - и p -волн, p -волна – волна, поляризованная в плоскости падения; s -волна – волна, поляризованная в плоскости, перпендикулярной плоскости падения.

Направление выходящих из капли лучей определялось при помощи углов наблюдения (α, β) . Угол α откладывался в вертикальной плоскости XOZ от оси OX в диапазоне значений $-\pi/2 < \alpha < \pi/2$. Угол β откладывался в горизонтальной плоскости XOY , от оси OX в диапазоне значений $-\pi/2 < \beta < \pi/2$. Полный диапазон рассматриваемых углов α, β формирует полусферу наблюдения, радиус которой задавался много больше радиуса капли ($R_{\text{набл}} \gg r_{\text{эф}}$).

Индикатриса рассеяния вычисляется по формуле

$$I(\alpha, \beta) = \Delta W_{\text{приемн}} / \Delta\Omega, \quad (13)$$

где $\Delta W_{\text{приемн}}$ – энергетический поток, принимаемый приемником в данном направлении рассеяния; $\Delta\Omega$ – телесный угол на сфере наблюдения.

Формула для вычисления телесного угла:

$$\Delta\Omega = dS_{\text{набл}} / R_{\text{набл}}^2, \quad (14)$$

где $dS_{\text{набл}}$ – площадка, освещаемая на сфере наблюдения.

Величина потока $\Delta W_{\text{приемн}}$ рассчитывалась согласно выражению

$$\Delta W_{\text{приемн}} = \Delta W_{\text{пад}} K_{\text{пр}}, \quad (15)$$

где $\Delta W_{\text{пад}}$ – поток, приходящийся на приемную площадку $dS_{\text{пад}}$; $K_{\text{пр}}$ – коэффициент прохождения, учитывающий взаимодействие луча с поверхностью капли. Индикатрисы и коэффициенты прохождения для первого и второго производных лучей K_1 и K_2 вычислялись по формулам:

$$I_1(\alpha_1, \beta_1) = \frac{I_0 \rho dt d\rho K_1}{d\alpha_1 d\beta_1}, \quad I_2(\alpha_2, \beta_2) = \frac{I_0 \rho dt d\rho K_2}{d\alpha_2 d\beta_2};$$

$$K_1 = \frac{1}{2}(R_{S1} + R_{p1}), \quad (16)$$

$$K_2 = \frac{1}{2}[(1 - R_{S1})(1 - R_{S2}) + (1 - R_{p1})(1 - R_{p2})],$$

где $I_0 = 1$ – интенсивность падающей на каплю волны, принимаем равной единице.

Суммарная индикатриса рассеяния вычисляется по формуле

$$I(\alpha, \beta) = I_1(\alpha, \beta) + I_2(\alpha, \beta). \quad (17)$$

Зависимость индикатрисы рассеяния представляла собой функцию одной переменной. При расчете индикатрисы рассеяния для горизонтальной плоскости угол наблюдения $\alpha = 0$, а зависимость индикатрисы $I(\alpha_{\text{набл}}) = I(\beta)$, при этом $0 < \beta < \pi/2$. Для вертикальной плоскости значение угла β принималось $\beta = 0$, $I(\alpha_{\text{набл}}) = I(\alpha)$ при $0 < \alpha < \pi/2$.

Для удобства сравнения индикатрис рассеяния капель различной формы введем индикатрисы $J(\alpha, \beta, \gamma, D)$, нормированные на сечение капли по правилу $J(\alpha, \beta, \gamma, D) = 4I(\alpha, \beta, \gamma, D)/\pi D^2$, где $D = 2r_{\text{эф}}$ – эффективный диаметр капли.

В качестве результата расчетов представлены графики индикатрис рассеяния в переднюю полусферу для сферической капли, статически деформированной капли и максимально сплюснутой осциллирующей капли. На рис. 4 показаны три группы зависимостей, соответствующие горизонтальной и вертикальной плоскостям наблюдения, причем для вертикальной плоскости они разбиты на верхнюю и нижнюю полуплоскости, что обусловлено несимметричностью вертикального сечения капли.

Рассчитанные значения индикатрисы рассеяния $J(\alpha, \gamma, D)$ в переднюю полусферу наблюдения

для статически деформированной и максимально сплюснутой форм капель сведены в табл. 3. Величина $J(\alpha, \gamma, D)$ является нормированной на площадь поперечного сечения капли единичного диаметра.

На рис. 4 сплошная линия соответствует индикатрисе сферической капли $\gamma_{\text{сф}}$, пунктирной линией показана индикатриса капли максимально сплюснутой формы $\gamma_{\text{мин}}$, штрихом изображена индикатриса рассеяния статически деформированной капли $\gamma_{\text{ст}}$. На рис. 4, б в районе 10° наблюдается пересечение трех графиков. Это означает, что на данном направлении наблюдения следует ожидать наименьшего влияния деформаций на рассеивающие свойства капли.

Величина потока излучения, соответствующего направлению рассеяния $\alpha_{\text{набл}}$ в телесный угол $d\Omega$, вычисляется по формуле

$$\Delta W_{\text{приемн}} = I_0 (\pi D^2/4) J(\gamma, \alpha, D) d\Omega.$$

Принцип, заложенный в основу работы оптического измерителя микроструктуры осадков, заключается в определении размера отдельных падающих капель, пролетающих через горизонтальный ножовой луч. Определение размера частицы производится путем оценки потока рассеянного излучения в фиксированном направлении наблюдения. Выбор направления наблюдения является очень важной задачей, от этого напрямую зависят диапазон регистрируемых размеров частиц, а также точность, с которой этот размер будет определен. Чтобы обеспечить наибольшую чувствительность прибора, желательно выбирать такое направление, при котором интенсивность рассеиваемого излучения была бы близка к максимальной. Исходя из графика индикатрисы рассеяния сферической капли (см. рис. 4), можно сказать, что наиболее выгодны направления, близкие к нулю, т.е. область рассеяния вперед. Одновременно направления, близкие к 90° , для которых значения индикатрисы уменьшаются на два порядка, следует признать не пригодными для измерений в связи с низким уровнем сигнала. Таким образом, диапазон рассматриваемых углов наблюдения составил $0-50^\circ$.

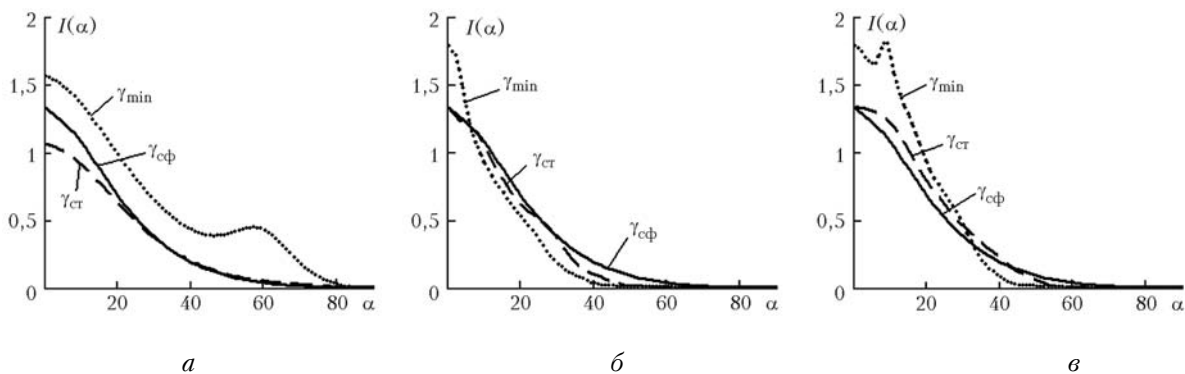


Рис. 4. Индикатрисы рассеяния капли воды диаметром 5 мм: а – горизонтальная плоскость наблюдения; б – вертикальная плоскость, верхняя полуплоскость наблюдения; в – вертикальная плоскость, нижняя полуплоскость наблюдения

Таблица 3

	$\alpha_{\text{набл}}$, град	Статически деформированная капля					Осциллирующая капля в фазе максимальной сплюсненности				
		Эффективный диаметр капли $D = 2r$, мм									
		1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Горизонтальная плоскость наблюдения	0	1,173	1,158	1,147	1,104	1,116	1,166	1,141	1,119	1,117	1,064
	5	1,121	1,104	1,09	1,051	1,063	1,115	1,087	1,061	1,065	1,01
	10	1,007	0,99	0,972	0,941	0,954	1,002	0,974	0,946	0,958	0,905
	15	0,849	0,837	0,817	0,795	0,808	0,845	0,824	0,797	0,816	0,771
	20	0,678	0,671	0,653	0,639	0,652	0,675	0,661	0,641	0,663	0,627
	30	0,386	0,384	0,374	0,37	0,383	0,385	0,379	0,371	0,393	0,369
	40	0,199	0,198	0,194	0,194	0,206	0,198	0,196	0,194	0,213	0,199
	50	0,093	0,093	0,092	0,093	0,103	0,093	0,092	0,092	0,106	0,099
	60	0,041	0,042	0,041	0,043	0,049	0,041	0,04	0,039	0,046	0,048
	70	0,02	0,02	0,021	0,022	0,025	0,02	0,019	0,018	0,019	0,025
80	0,0033	0,004	0,0043	0,0064	0,005	0,0032	0,0041	0,0046	0,0058	0,0054	
90	0,0022	0,0021	0,0019	0,0017	0,0014	0,0022	0,002	0,0018	0,0015	0,0014	
Вертикальная плоскость, верхняя полу плоскость наблюдения	0	1,2879	1,2998	1,3325	1,3617	1,3283	1,2835	1,287	1,326	1,4421	1,7868
	5	1,2246	1,2019	1,2227	1,2034	1,2117	1,222	1,1975	1,1981	1,2573	1,3448
	10	1,0855	1,0528	1,0948	1,0937	1,0437	1,0837	1,0569	1,079	1,0968	0,9212
	15	0,8991	0,8829	0,9467	0,9357	0,7969	0,899	0,8932	0,9318	0,862	0,7012
	20	0,7083	0,7156	0,7935	0,7546	0,6169	0,7097	0,7285	0,7687	0,6751	0,5259
	30	0,3952	0,4186	0,4834	0,4545	0,3604	0,3977	0,4299	0,4419	0,3492	0,1799
	40	0,2042	0,2077	0,2139	0,1656	0,0974	0,2058	0,2086	0,1711	0,0987	0,0357
	50	0,0955	0,0775	0,0686	0,0438	0,0103	0,0959	0,0697	0,0397	0,0116	0,014
	60	0,0422	0,0129	0,0062	0,0066	0,0071	0,0415	0,0055	0,0065	0,0076	0,0092
	70	0,0088	0,0037	0,0043	0,0048	0,0053	0,0056	0,0039	0,0045	0,0054	0,0059
80	0,0027	0,0028	0,0033	0,0037	0,0038	0,0028	0,003	0,0034	0,004	0,0037	
90	0,0022	0,0023	0,0027	0,003	0,0027	0,0023	0,0025	0,0028	0,0029	0,0026	
Вертикальная плоскость, нижняя полу плоскость наблюдения	0	1,2879	1,2998	1,3325	1,3617	1,3283	1,2835	1,287	1,326	1,4421	1,7868
	5	1,2097	1,2359	1,2173	1,2722	1,3082	1,2066	1,2218	1,2467	1,3723	1,6608
	10	1,0536	1,0766	1,0301	1,0815	1,2134	1,0519	1,0666	1,0788	1,2287	1,6982
	15	0,8581	0,8807	0,826	0,8757	1,0074	0,8584	0,8757	0,8862	1,0072	1,2652
	20	0,664	0,6829	0,6307	0,6773	0,7869	0,6657	0,6812	0,6973	0,7939	0,9227
	30	0,3609	0,3718	0,3398	0,3637	0,4515	0,3633	0,3777	0,3866	0,4442	0,4556
	40	0,1829	0,1905	0,1706	0,1759	0,2222	0,1846	0,1939	0,1873	0,174	0,0806
	50	0,0851	0,0881	0,0691	0,0633	0,0585	0,0859	0,0866	0,0614	0,0239	0,0158
	60	0,0383	0,0386	0,0193	0,006	0,0064	0,0384	0,0309	0,0063	0,007	0,0072
	70	0,016	0,0047	0,0036	0,0035	0,0036	0,0125	0,0039	0,004	0,0039	0,0039
80	0,0027	0,0028	0,0025	0,0023	0,0023	0,0027	0,0028	0,0027	0,0024	0,0023	
90	0,0022	0,0022	0,0018	0,0017	0,0017	0,0022	0,0022	0,0019	0,0017	0,0016	

При этом необходимо учитывать, что расчет для малых углов наблюдения $0-5^\circ$ производился без учета явления дифракции, влияние которой для данных углов довольно существенно. Поэтому при выборе оптической схемы измерителя микроstructures углы в диапазоне $0-5^\circ$ нами не рассматривались. В целом снижение интенсивности рассеиваемого излучения для значений углов меньше 50° будет не более чем в 8 раз.

Статические и динамические деформации, характерные для реальных дождевых капель, приводят к изменению их рассеивающих свойств. Результаты расчетов индикатрис рассеяния в переднюю полу-

сферу показали, что для некоторых направлений наблюдения эти деформации могут оказывать существенное влияние, особенно для капель большого диаметра. Эти искажения индикатрисы будут являться источником дополнительных ошибок при определении размеров капель. Следовательно, вторым фактором, влияющим на выбор направления наблюдения, будет минимизация ошибок, связанных с деформацией капель. Для выполнения данного требования возникает задача определения таких направлений рассеяния, при которых интенсивность рассеиваемого каплями излучения наиболее стабильна для всех рассматриваемых размеров частиц.

Выполнение поставленной задачи удобно производить путем анализа величины максимального отклонения $\Delta I(\alpha, \beta)$ нормированной индикатрисы деформированной капли $I'(\alpha, \beta)$ от индикатрисы сферической капли $I_0(\alpha, \beta)$:

$$\Delta I(\alpha, \beta) = \frac{I_0(\alpha, \beta) - I'(\alpha, \beta)}{I_0(\alpha, \beta)} \cdot 100. \quad (18)$$

Результаты расчетов $\Delta J(\alpha, \beta)$ для несферических дождевых капель представлены в табл. 4, составленной с учетом статических и динамических деформаций для углов наблюдения в диапазоне 5–50°. Расчеты проведены для двух плоскостей наблюдения, причем при расчете в вертикальной плоскости отдельно учитывались верхняя ($\alpha > 0$) и нижняя ($\alpha < 0$) полуплоскости.

Согласно данным табл. 4 наименьшее влияние деформации на индикатрису приходилось в диапазоне углов $15 < \alpha < 35^\circ$ в вертикальной плоскости наблюдения и верхней полуплоскости. Следует отметить, что влияние несферичности для горизонтальной плоскости также не столь велико, однако при очень сплюснутых формах ($\gamma \sim 0,85$) происходит резкое искажение индикатрисы для углов рассеяния 40–60°.

Представленные в табл. 4 данные получены в результате расчетов индикатрисы рассеяния для

капель фиксированного диаметра и соответствующих им коэффициентов формы γ . Расчеты показали, что отклонение индикатрисы деформированной капли от индикатрисы сферической капли не носит монотонный характер. Например, статическая деформация приводит к уменьшению значений индикатрисы при малых углах наблюдения 10–20°, такой же эффект наблюдался и для форм эллипсоидальных капель. Однако дальнейшее уменьшение коэффициента γ вызывает рост значений индикатрисы в рассматриваемом диапазоне углов наблюдения, и при максимально сплюснутой фазе осцилляций капли индикатриса превышает значения индикатрисы сферической капли. Это свойство не позволяет рекомендовать оптическую схему определителя микроструктуры с регистрацией рассеянного излучения в горизонтальной плоскости.

Расчет индикатрисы рассеяния в горизонтальной плоскости наблюдения показал наличие ярко выраженных максимумов на определенных направлениях наблюдения, характерных наиболее сплюснутым формам капель большого диаметра. Значение интенсивности рассеиваемого излучения в направлениях максимумов могло превышать интенсивность рассеяния сферической капли более чем в два раза. Проявление данного эффекта при значениях углов наблюдения в интересующем нас диапазоне отрицательно сказывается на применимости метода регистрации излучения в горизонтальной плоскости.

Таблица 4

Сводная таблица значений максимальной относительной погрешности от деформации $\Delta J(\alpha, \beta)$, % для горизонтальной и вертикальной плоскостей наблюдения

Горизонтальная плоскость наблюдения	D, мм	Направление наблюдения, град									
		β									
		5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
1	3,42	3,00	0,90	1,70	3,60	4,60	5,00	4,89	4,60	3,78	
2	6,40	6,13	4,75	3,10	0,80	3,22	5,60	4,50	3,68	3,66	
3	14,10	13,50	10,20	5,60	1,80	1,10	4,20	4,80	5,20	5,80	
4	16,20	15,80	13,65	8,78	4,15	8,60	13,23	16,72	18,54	20,20	
5	23,41	28,90	33,60	39,90	44,32	57,56	82,00	> 100	> 100	> 100	
Вертикальная плоскость наблюдения	α										
		5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
	1	0,71	1,20	1,00	0,45	0,09	0,67	1,15	1,63	1,59	0,77
	2	4,40	4,90	2,88	1,24	5,00	6,90	5,40	1,02	14,80	37,60
	3	5,83	5,91	2,95	0,93	2,40	2,64	15,50	34,00	60,00	83,00
	4	9,47	13,20	11,52	10,64	9,24	18,30	39,00	57,40	78,00	91,00
	5	10,50	13,40	12,10	11,50	10,40	19,50	35,00	56,24	75,80	83,90
	α										
		-5	-10	-15	-20	-25	-30	-35	-40	-45	-50
	1	0,41	0,62	0,68	0,74	1,12	1,30	1,42	1,56	1,72	1,93
	2	3,90	4,20	5,32	6,50	7,20	8,90	10,53	12,50	13,80	11,80
	3	7,10	8,90	13,20	18,60	22,30	26,50	28,00	27,20	15,60	18,00
4	17,10	21,20	22,50	24,00	29,80	35,00	38,65	25,00	20,80	29,50	
5	42,30	50,50	51,30	38,45	36,00	37,00	38,00	40,00	71,20	80,30	

На основании расчетов (рис. 5) нами предложена оптическая схема измерителя микроструктуры осадков, которая, на наш взгляд, наилучшим образом минимизирует вклад, связанный с деформациями частиц.

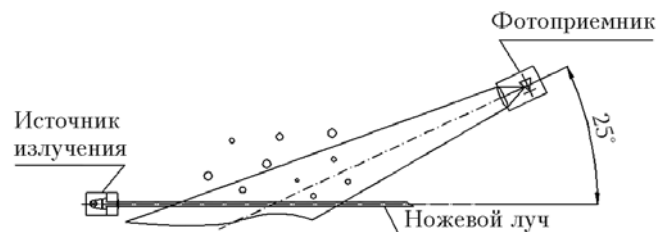


Рис. 5. Схема взаимного расположения источника и приемника оптического измерителя микроструктуры осадков

В предложенной схеме следует ожидать погрешность измерения диаметра любой дождевой капли не более 3,4%.

A.S. Glushchenko, V.V. Sterlyadkin. Optical properties of raindrops. Scattering into the forward observation hemisphere at horizontal illumination.

The optical properties of non-spherical raindrops in the geometric optics approximation are described. The mathematical simulation is carried out for numerical models of oscillating raindrops during their fall. An optimal optical scheme of a disdrometer is offered based on the results of simulation.

1. *Beard K.V., Chuang C.* A numerical model for the equilibrium shape of electrified raindrops // *J. Atmos. Sci.* 1990. V. 47. N 11. P. 1374–1389.
2. *Стерлядкин В.В.* Рассеяние света дождевыми каплями // *Оптика атмосф. и океана.* 2000. Т. 13. № 5. С. 534–538.
3. *Molle B.* Characterising droplet distribution of an irrigation sprinkler water application // *Int. Commission On Irrigation and Drainage. Q.* 50. R.3.02. Eighteen Congress Montreal. 2002.
4. *Beard K.V., Chuang C.* A new model for the equilibrium shape of raindrops // *J. Atmos. Sci.* 1987. V. 44. N 11. P. 1509–1524.
5. *Стерлядкин В.В.* Индикатрисы рассеяния эллипсоидальных капель воды // *Оптика и спектроскопия.* 1990. Т. 69. Вып. 6. С. 1357–1392.
6. *Schönhuber M.* About Interaction of Precipitation and Electromagnetic Waves: Doctoral Thesis. TechnicaUniversity Graz, Austria. 181 p. Nov. 1998.
7. *Chandrasekar V., William A.C., Bringi V.N.* Axis ratios and oscillations of raindrops // *J. Atmos. Sci.* 1988. V. 45. N 8. P. 1323–1333.
8. *Шифрин К.С.* Рассеяние света в мутной среде. Л.: Гостехтеоретиздат, 1951. 288 с.