

И.Г. Половцев

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ АЛГОРИТМА ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПРОФИЛЯ ОПТИЧЕСКИХ ДЕТАЛЕЙ ПО ПРОДОЛЬНЫМ АБЕРРАЦИЯМ

Исследована устойчивость алгоритма восстановления профиля поверхности по продольным абберациям к ошибкам измерения продольных аббераций и разметкам зон, а также погрешности задания априорной информации: радиуса кривизны волнового фронта, радиусов кривизны поверхностей контролируемой детали, показателя преломления.

Предложены соотношения, позволяющие оценить погрешность контроля профиля детали по продольным абберациям в той или иной схеме.

Основным прибором для исследования атмосферы является приемная антенна. В качестве таковой используются либо крупногабаритные объективы-рефракторы, либо телескопы Кассегрена. Оптика, входящая в состав этих устройств, может быть эффективно проконтролирована по методу продольных аббераций [1].

Схема контроля оптических деталей по продольным абберациям приведена на рис. 1.

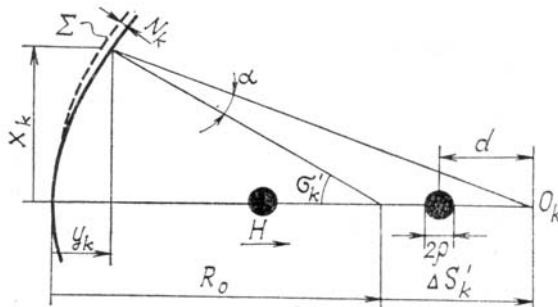


Рис. 1. Схема контроля асферического волнового фронта Σ по продольным абберациям $\Delta S'_k$

Волновой фронт Σ , с радиусом кривизны при вершине R_0 , сформированный контролируемой деталью, имеет отступление от сферы, т.е. волновую абберацию W . В силу этого обстоятельства каждая зона волнового фронта, находящаяся на высоте x_k от оптической оси, имеет свой радиус кривизны и, следовательно, создает свое изображение источника O_k , из которых формируется каустика. Другими словами, волновая абберация W_k в зоне x_k приводит к продольной сферической абберации $\Delta S'_k$, определяемой как расстояние между параксиальным фокусом (т.е. фокусом зон, лежащих вблизи оптической оси) и фокусом k -й зоны. Устанавливая нить H в фокус каждой зоны O_k , можно наблюдать теневую картину в виде буквы Φ , совмещенной с разметкой зон, нанесенной каким-либо образом на выходном зрачке детали. Имея массив зон и массив продольных аббераций $\Delta S'_k$, можно рассчитать кривую, на которую укладываются точки сечения волнового фронта, т.е. его профиль и соответствующий ему профиль контролируемой детали, а также вычислить соответственно волновую абберацию W и отклонения реального профиля детали от номинального. Данная методика хорошо известна [2], но практически в оптическом приборостроении не используется в силу ряда обстоятельств:

Во-первых, из-за низкой точности контроля [2], обусловленной неустойчивостью к погрешностям измерения $\Delta S'_k$, разметки зон и измерения радиуса кривизны R_0 . Д.Д. Максудов, анализируя источники ошибок, исходил из возможностей аппаратуры и инструментов, имеющихся в наличии. Детальный анализ возможностей метода не был выполнен. Также не была произведена оптимизация схемы контроля.

Во-вторых, из-за необходимости численного интегрирования. Этот недостаток был существен в 30-е годы, когда появилась методика. С развитием вычислительной техники этот недостаток полностью устранен.

В-третьих, в связи с развитием других методов контроля. Данная методика была предложена для количественного контроля сферических зеркал из центра кривизны. Появление метода Филбера [3], развитие интерферометрии и появление автоматизированных приборов для обработки интерферограмм [4] сняло проблему количественного контроля сферических поверхностей. Но метод может быть использован для контроля деталей, формирующих асферические волновые фронты, таких как вогнутые асферические зеркала, одиночные линзы [1]. Поскольку в этом случае нить четко делится, то это дает возможность повысить точность измерения $\Delta S'_k$ по сравнению со сферическими зеркалами.

ми. Применение же метода Филбера и интерферометрии для асферических фронтов требует использования дополнительных оптических элементов для компенсации асферичности. Это ограничивает возможности методов, усложняет процедуру контроля, снижает достоверность результатов. В силу этих обстоятельств представляется целесообразным уточнить вопрос о погрешностях методики контроля по продольным aberrациям. По данным рис. 1 можно записать:

$$(R_k - y_k) = x_k \cdot \operatorname{ctg} \sigma'_k, \quad (1)$$

где x_k — высота k -й зоны на волновом фронте; σ'_k — апертурный угол; $\Delta S'_k$ — продольная aberrация; y_k — стрелка прогиба; R_k — радиус кривизны.

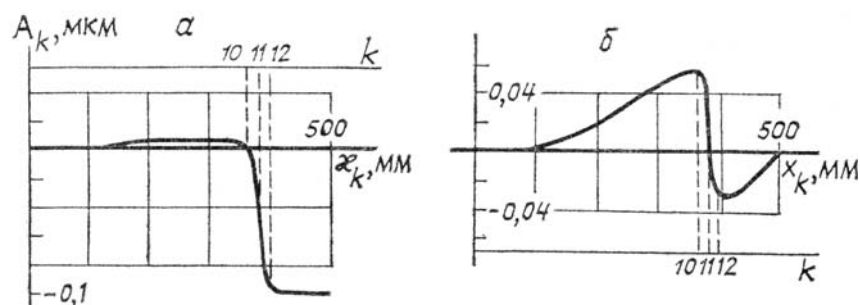


Рис. 2. Отклонение профиля поверхности параболы $D/R_0 = 1000/2000$ мм, в продольных aberrациях которой в 11 зоне допущена ошибка $\delta(\Delta S'_{11}) = 65$ мкм: a — отклонение профиля от параболы, проведенной через 11 зону; b — отклонение профиля от ближайшей параболы

Если в зоне k имеется ошибка — волновая aberrация W_k , то она приводит к отклонению нормали к волновому фронту на угол α и увеличению продольной aberrации на величину $\sigma(\Delta S'_k)$. Для соотношения (1) получим:

$$dR_k - dy_k = dx_k \cdot \operatorname{ctg} \sigma'_k - x_k \cdot \frac{1}{\sin^2 \sigma'_k} \cdot \alpha,$$

где $\alpha = d\sigma'_k$.

Пренебрегая малыми величинами и пользуясь очевидным равенством $dR_k = \sigma(\Delta S'_k)$, получим

$$\delta(\Delta S'_k) = - \frac{x_k}{\sin^2 \sigma'_k} \cdot \alpha. \quad (2)$$

Ошибка в определении продольной aberrации приводит к ошибке профиля типа ступеньки. Для подтверждения этого тезиса был выполнен численный расчет профиля параболического зеркала. Продольные aberrации были заданы идеальными во всех зонах за исключением одиннадцатой, где была «допущена ошибка». Результаты расчета по пакету «ПРОФИЛЬ» приведены на рис. 2. Пакет программ «ПРОФИЛЬ» на базе программы сплайн-интерполяции предназначен для восстановления профиля волнового фронта и профиля контролируемой детали по продольным aberrациям и подробно описан в [1].

Анализируя ход графиков, можно записать очевидное соотношение:

$$\alpha = - \frac{c \cdot A_k}{x_{k+1} - x_{k-1}}, \quad (3)$$

где $c = 1$ — если вычисляется отклонение волнового фронта; $c = 2$ — отклонение профиля зеркала; $c = (1 - n)$ — профиля поверхности линзы. $A_k = c \cdot W_k$. Объединяя (2) и (3), получим

$$A_k = - \frac{\delta(\Delta S'_k) \cdot \sin^2 \sigma'_k}{x_k \cdot c}. \quad (4)$$

Для проверки соотношения (4) были проведены модельные расчеты с применением пакета «ПРОФИЛЬ» для идеальной параболы $D/R_0 = 1000/2000$, в ряде зон которой были допущены ошибки $\delta(\Delta S'_k)$. Результаты расчетов по пакету A_k^p и по соотношению (4) A_k^r приведены в табл. 1. Сопоставляя значения A_k^r и A_k^p , можно сделать вывод о высокой точности формулы (4). Следовательно, она может быть использована для анализа устойчивости алгоритма пакета «ПРОФИЛЬ».

Результаты вычисления амплитуды A_k к ошибки поверхности параболы
 $D/R_0 = 1000/2000$ по пакету «ПРОФИЛЬ» — A_k^p и по соотношению (4) — A_k^r

Ошибка $\delta(\Delta S'_k)$, мкм	Высота зон x_k (мм)							
	111,8		273,9		370,8		447,2	
	A_k^p	A_k^r	A_k^p	A_k^r	A_k^p	A_k^r	A_k^p	A_k^r
+ 5	-0,011	-0,01	-0,008	-0,0076	-0,008	-0,0075	-0,008	-0,0074
+20	-0,046	-0,044	-0,032	-0,03	-0,032	-0,03	-0,032	-0,029
+30	—	-0,052	—	-0,046	—	-0,044	—	-0,045
+35	-0,08	-0,077	-0,057	-0,054	-0,057	-0,053	-0,056	-0,052
+50	-0,1	-0,11	—	—	-0,08	-0,076	—	-0,074
+65	-0,15	-0,14	-0,1	-0,1	-0,1	-0,098	—	-0,096

При контроле по продольным aberrациям чаще всего применяется корневая разметка зон и равномерная. При этом высота зон определяется соотношениями:

$$x_k = \begin{cases} D/2 \cdot \sqrt{\frac{k}{M}} & \text{— для корневой разметки,} \\ D/2 \cdot \frac{k}{M} & \text{— для равномерной,} \end{cases}$$

где M — количество зон.
Введя обозначения

$$\chi_k = \begin{cases} \frac{\sqrt{k+1} - \sqrt{k-1}}{M} \sqrt{k} & \text{— при корневой разметке, } l = 1 \\ \frac{2k}{M^2} & \text{— при равномерной, } l = 2 \end{cases}$$

и используя соотношение $\sin \sigma'_k \approx x_k/R_0$, получим:

$$A_k^l = - \frac{\delta(\Delta S'_k)}{c} \cdot \left(\frac{D}{2R_0}\right) \cdot \chi_k^l. \quad (5)$$

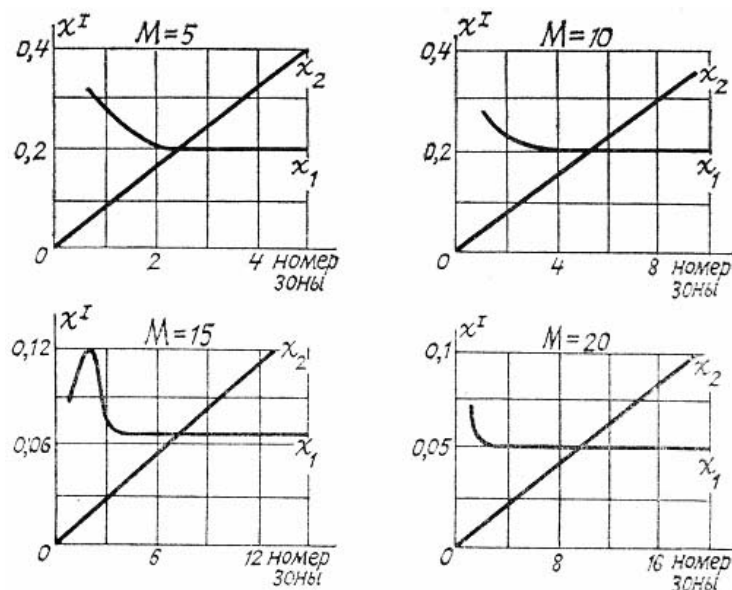


Рис. 3. Зависимость χ^l от вида разметки зон, количества зон, номера зоны k , в которой допущена ошибка

Графики зависимости χ_k^I от количества зон для разных разметок приведены на рис. 3, из которого можно сделать следующие выводы:

- корневая разметка на краю детали имеет большую устойчивость, чем равномерная, а до середины детали наоборот;
- наименьшая устойчивость алгоритма для корневой разметки – в центральных зонах, для равномерной – на краю.

Погрешность в измерении продольной абберации

Можно предположить, что ошибки, допущенные в измерении $\Delta S'_k$ в нескольких зонах, приводят к алгебраическому сложению амплитуд ошибок профиля, и это подтверждается расчетами по пакету «ПРОФИЛЬ».

Обозначим допустимую ошибку в измерении продольной абберации η_a^I , где $I = 1$ для корневой разметки, а $I = 2$ для равномерной, при которой максимальная ошибка профиля волнового фронта в три раза меньше критерия Рэлея, т.е., $3W_0 = \lambda/4 = 0,14$ мкм. Следовательно, на основании (5) имеем (в мкм):

$$\eta_a^1 = \frac{0,14}{3} \cdot \frac{R_0^2 \sqrt{M}}{D/2 \cdot x 30}; \quad (6)$$

$$\eta_a^2 = \frac{0,14}{6} \cdot \frac{R_0^2}{(D/2)^2} \cdot M.$$

Соотношение (6) предъявляет требование к максимально допустимой ошибке измерения продольной абберации.

Нить диаметром 2ρ (рис. 1), помещаемая в фокусе O_k k -й зоны, имеет некоторую остаточную погрешность установки η , значение которой определяется отрезком d . Эмпирически установлено, что $|\eta| = 0,1d$. Используя соотношение (6), можно установить ограничения на нить теневого прибора ρ^I (мкм):

$$\text{для корневой разметки } \rho^1 = 10 \cdot \frac{R_0}{D/2} \cdot \sqrt{M} \cdot \frac{0,14}{3}; \quad (7)$$

$$\text{для равномерной } \rho^2 = 10 \cdot \frac{R_0}{D/2} \cdot M \cdot \frac{0,14}{6}.$$

Результаты оценки по (7) приведены в табл. 2.

Таблица 2

Зависимость ρ (мкм) радиуса нити (мкм) теневого прибора от D/R_0 , количества зон на детали, вида разметки зон на детали, обеспечивающей контроль дифракционного качества

		D/R_0								
		M	1/1	1/2	1/3	1/4	1/6	1/10	1/15	1/20
Корневая разметка	5	2	4	6	8	12	21	31	41	
	10	3	5,6	9	12	17	29	44	59	
	15	3,6	7	11,8	14	21,5	36	54	72	
	20	4	8,3	12	16,5	24,8	41	62	83	
Равномерная разметка	5	2	4,5	7	9	14	23	35	45	
	10	4,5	9	14	18	28	45	69	90	
	15	7	14	21	28	42	69	104	140	
	20	9,5	19	28	38	56	93	138	190	

Таким образом, с одной стороны, опираясь на соотношения (7), можно подобрать нить теневого прибора, обеспечивающую измерение продольных аббераций с дифракционным качеством. С другой

стороны, имея теневой прибор с калиброванной нитью диаметром 2ρ , можно определить, какое качество контроля она гарантирует. Для этого из (7) запишем:

$$A_a^1 = 0,1 \frac{3\rho}{c\sqrt{M}} \cdot \frac{D}{2R_0}; \quad A_a^2 = 0,1 \frac{\epsilon_p}{c \cdot M} \cdot \frac{D}{2R_0}. \quad (8)$$

Погрешность в разметке зон

Пусть в разметке зоны k , высота которой x_k , допущена ошибка δx_k . В результате реальная высота $x_k^p = x_k + \delta x_k$. Для простоты сделаем оценки для параболического фронта, уравнение которого:

$$y_k = x_k^2 / 2R_0.$$

Известно, что для параболы справедливо соотношение:

$$\Delta S'_k = y_k = x_k^2 / 2R_0.$$

Отсюда ошибка в разметке зон δx_k эквивалентна ошибке в измерении продольной аберрации, а именно:

$$\delta x_k = \frac{R_0}{x_k} \delta(\Delta S'_k).$$

Воспользовавшись соотношением (5), получим, что для высококачественного контроля (с учетом $3W = \lambda/4$) необходимо, чтобы разметка зон была выполнена с погрешностью, не превосходящей:

$$\delta x^I = \frac{0,14 \cdot 10^{-3}}{3} \cdot \left(\frac{R_0}{2D}\right)^3 \cdot (\chi_{\max}^I)^{-1}. \quad (9)$$

Результаты оценки по соотношению (9) представлены в табл. 3.

Таблица 3

Зависимость остаточной погрешности разметки зон δ_x (мм) от D/R_0 , количества зон на детали M и разметки зон, обеспечивающих контроль дифракционного качества

		D/R_0						
		M	1/1	1/2	1/3	1/4	1/6	1/10
Коричневая разметка	5		0,0015	0,91	0,042	0,099	0,3	1,6
	10		0,0026	0,02	0,07	0,17	0,6	2,7
	15		0,003	0,03	0,084	0,2	0,7	3,1
	20		0,005	0,04	0,14	0,34	1,2	5,3
Равномерная разметка	5		0,001	0,009	0,03	0,07	0,25	1,2
	10		0,002	0,015	0,05	0,12	0,4	1,9
	15		0,003	0,023	0,077	0,18	0,6	2,9
	20		0,0034	0,027	0,09	0,25	0,73	3,37

Имея линейку, шкала которой выполнена с определенной остаточной погрешностью δ_x , можно, исходя из соотношения (9), определить, какое качество поверхности она гарантирует:

$$A_p^I = \frac{3\delta x}{c} \cdot \chi_{\max}^I \cdot \left(\frac{D}{2R_0}\right). \quad (10)$$

Погрешность в измерении радиуса кривизны

Ошибки контроля профиля, обусловленные погрешностью измерения радиуса кривизны волнового фронта, существенно связаны с выбором кривой сравнения. Так, например, если в измерении R_0 допущена ошибка ΔR , то отклонение стрелки на краю светового диаметра составит:

$$A = \left(\frac{D}{2R}\right)^2 \Delta R.$$

Величина A дает максимальное отклонение профиля зеркала от идеального с радиусом R_0 . Для параболического зеркала $D/R_0 = 250/1000$ имеем $A = R_0/64$. Отсюда ясно, что радиус кривизны для контроля дифракционного качества необходимо измерять с погрешностью, не превышающей величины

$$\Delta R_0 \leq 64 \cdot 0,07 = 4,5 \text{ мкм.}$$

Понятно, что подобные требования являются нереальными.

Более конструктивные результаты можно получить, если вычислять радиус кривизны контролируемого фронта. Имея массив точек с известными координатами, зная уравнение кривой и беря все параметры равными теоретическим, можно вычислить R_0 как свободный параметр.

Алгоритм для вычисления R_0 может быть выбран либо по методу наименьших квадратов (МНК), либо заданием зоны, через которую кривая сравнения должна проходить. И тот, и другой варианты являются равнозначными и могут быть использованы. На рис. 4 приведены результаты расчета профиля параболического зеркала с параметрами $D/R_0 = 250/1000$ с применением пакета «ПРОФИЛЬ». При расчете были введены ошибки ΔR , парабола сравнения — ближайшая.

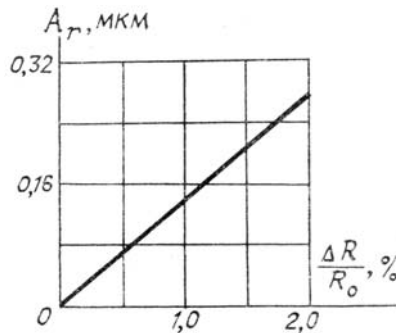


Рис. 4. Зависимость амплитуды ошибки профиля поверхности параболического зеркала $D/R_0 = 250/1000$ мм от ошибки в измерении радиуса — $\Delta R/R_0$

Из рис. 4 можно определить, что контроль дифракционного качества (с учетом $3W = \lambda/4$) обеспечивается при условии, что

$$\frac{\Delta R}{R_0} = c \cdot 0,1 (\%). \quad (11)$$

Из опыта работы с пакетом «ПРОФИЛЬ» установлено, что зависимость, показанная на рис. 4, справедлива не только для конкретного случая, поэтому для оценки амплитуды ошибки профиля A_R можно использовать эмпирическое соотношение:

$$A_R = \frac{23,2}{c} \cdot \frac{\Delta R}{R_0}. \quad (12)$$

Погрешность измерения априорных параметров

При контроле линз на просвет по продольным aberrациям на результате контроля сказывается погрешность измерения радиуса первой поверхности R_1 , расстояния до источника света D_n и показателя преломления n . Все эти факторы, в конечном счете, определяют погрешность измерения параксиального радиуса кривизны волнового фронта.

Следовательно, при контроле линз нужно в (12) принять

$$\Delta R = \Delta R^g + \Delta R^R, \quad (13)$$

где ΔR^g — остаточная погрешность в определении параксиального фокуса, обусловленная погрешностью измерения априорных констант; ΔR^R — остаточная погрешность в измерении параксиального фокуса.

Пользуясь формулой Ньютона и выражением для фокусного расстояния линзы [7], можно записать:

$$\Delta R^g = \Delta f + \Delta x'; \quad (14)$$

$$\Delta x' = \begin{cases} -f^2 \frac{\Delta D_n}{(D_n - f)^2}, \\ \frac{f^2}{f_k^2} \Delta x_k, \text{ при } D_n = \infty; \end{cases} \quad (15)$$

$$\Delta f = \begin{cases} f^2 \left[\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \Delta n + (n-1) \frac{\Delta R_1}{R_1^2} \right], \\ f^2 \left(\frac{\Delta n}{R_2} + (n-1) \cdot \frac{n\lambda}{(D/2)^2} \right), \text{ при } R_1 = \infty, \end{cases} \quad (16)$$

где ΔD_n — остаточная погрешность расстояния от источника света до контролируемой линзы D_n ; f_k — фокусное расстояние коллиматора, используемого в схеме контроля для создания бесконечно удаленного источника; Δx_k — остаточная погрешность установки коллиматора на бесконечность; R_1, R_2 — радиусы первой и второй поверхностей линзы; ΔR_1 — остаточная погрешность измерения радиуса первой поверхности; Δn — остаточная погрешность измерения показателя преломления; N — отступление первой поверхности от плоскости, выраженное в интерференционных кольцах; λ — длина волны.

Неоднородность заготовки

Неоднородность оптического стекла приводит к дополнительному фазовому сдвигу в соответствующей зоне. Следовательно, волновая aberrация в этой зоне может быть определена из простого соотношения

$$W = \delta n \cdot d,$$

где δn — максимальное отступление показателя преломления в различных точках; d — толщина заготовки.

При допустимой волновой aberrации $W = 0,14$ мкм, $d = 30$ мм

$$\delta n = 4,7 \cdot 10^{-6}. \quad (17)$$

Требование (17) гораздо жестче, чем это регламентируется высшим классом по неоднородности заготовок [8].

На основании проведенного выше исследования можно сделать следующие выводы:

— высокоточный контроль по методу продольных aberrаций возможен только для зеркал и волновых фронтов, при условии обеспечения соответствующей точности разметки зон, измерения $\Delta S'$ и R_0 (см. соотношения (8), (10), (11));

— высокоточный контроль поверхности линз по методу продольных aberrаций возможен при условии обеспечения соответствующей точности разметки зон, измерения $\Delta S'$, R_0 , R_1 , D_n ; а также категории стекла по показателю преломления (см. соотношения (8), (10), (12), (13), неоднородность стекла будет скомпенсирована и не скажется на результатах контроля;

— высокоточный контроль отражающих поверхностей на просвет (например, выпуклое зеркало контроотражателя с полированной нерабочей поверхностью) невозможен ввиду очень жесткого требования по неоднородности показателя преломления стекла.

1. Агапов Н.А., Половцев И.Г. // В сб.: Аппаратура дистанционного зондирования атмосферы. Томск: ТФ СО АН СССР. 1987. С. 128.
2. Максудов Д. Д. Изготовление и исследование астрономической оптики М.: Наука. 1984. С. 202–223.
3. Витриченко Э. А. Методы исследования астрономической оптики. М.: Наука 1980. 223 с.
4. Ган М.А., Устинов С. И. и др. // ОМП. 1973. № 8. С. 50–58.
5. Пуряев Д. Т. Методы контроля оптических асферических поверхностей. М.: Машиностроение. 1976. 221 с.
6. Афанасьев В. А. Оптические измерения. М.: Высшая школа. 1981. 229 с.
7. Справочник конструктора оптико-механических приборов / Под ред. В.А. Панова. Л.: Машиностроение. 1980. 556 с.
8. Справочник технолога-оптика / Под общ. ред. С.М. Кузнецова и М.А. Окатова. Л.: Машиностроение. 1983. 414 с.

I. G. Polovtsev. The Analysis of the Algorithm Stability for Restoring the Profile of Optical Components from Longitudinal Aberrations.

The stability of the algorithm for restoring the surface profile from longitudinal aberration with respect to aberration measurement errors, zone marking errors, as well to the errors of a priori information, concerning the radius of curvature of wave front, the radius of curvature of controlled component's surface, the refractive index of the material was studied.

The relations, which allow one to evaluate the error of control of component's profile from longitudinal aberration in various schemes are suggested.