

УДК 530.182.551.510.42+535.621.33

Длина филаментации мощного острогофокусированного фемтосекундного лазерного излучения в воздухе. Влияние размера светового пучка

Д.В. Апексимов¹, О.А. Букин², Е.Е. Быкова¹, Ю.Э. Гейнц¹, С.С. Голик³,
А.А. Землянов¹, А.М. Кабанов¹, Г.Г. Матвиенко^{1*}

¹Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1

²Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН
690041, г. Владивосток, ул. Радио, 5

³Дальневосточный федеральный университет
690950, г. Владивосток, ул. Суханова, 8

Поступила в редакцию 26.11.2012 г.

Представлены результаты лабораторных экспериментов по измерению длины и положения области филаментации фемтосекундного лазерного излучения гигаваттной мощности на длинах волн 800 и 400 нм, распространяющегося в воздухе в условиях острой внешней фокусировки. Исследована зависимость длины участка филаментации излучения от его начального диаметра и мощности. Обнаружена качественно новая закономерность, заключающаяся в инвариантности наблюдаемой длины области филаментации пучка к изменению его диаметра при условии равенства начальных интенсивностей. Указанная закономерность не характерна для коллимированного излучения и связана с преобладанием геометрической фокусировки над керровской самофокусировкой пучка в процессе формирования филамента.

Ключевые слова: ультракороткое лазерное излучение, острая фокусировка, филаментация, плазменный канал, эффект Керра; ultrashort laser radiation, sharp focusing, filamentation, plasma channel, Kerr effect.

Введение

Распространение фемтосекундных лазерных импульсов гигаваттной мощности в воздухе сопровождается явлением филаментации светового пучка [1–3]. Внешне филаментация может быть обнаружена по факту появления тонких светящихся нитей, визуализирующих путь лазерного излучения в среде. Физическая причина филаментации заключается в сильной пространственно-временной самомодуляции фемтосекундного импульса в нелинейной самофокусирующей среде, проявляющейся в компрессии импульса и последующем расслоении пучка в поперечном сечении на области с высокой интенсивностью. При этом средний диаметр одиночного филамента в атмосферном воздухе для ближнего ИК-излучения составляет порядка сотни микрометров, пиковая интенсивность достигает сотен тераватт на квадратный сантиметр, а средняя протяженность варьирует в зависимости от мощности импульса и начального радиуса пучка.

Один из важных аспектов явления филаментации лазерного излучения ультракороткой длительности в воздухе, а именно влияние начального размера светового пучка на протяженность участка существования светового филамента, был теоретически рассмотрен в [4]. С помощью численного моделирования было установлено, что в режиме одиночной филаментации для миллиметровых пучков основные характеристики образующихся филаментов (стартовая координата, длина, сплошность) обнаруживают зависимость от диаметра светового пучка при условии постоянства его начальной мощности. В качестве основной физической причины здесь выступает дифракция, роль которой в процессе самофокусировки возрастает с увеличением размера пучка. Старт филамента начинает удаляться от начала трассы, а общая длина филаментации имеет немонотонное поведение, сначала возрастая вместе с увеличением размера пучка, а затем снижаясь почти до полного прекращения филаментации для относительно широких пучков ($d > 8$ мм).

В настоящей статье мы продолжаем исследование данной проблемы и представляем результаты наших комплексных экспериментов по изучению самофокусировки и филаментации фемтосекундных лазерных импульсов в воздухе при изменении начального размера и мощности светового пучка. В отличие от предыдущих исследований [4] здесь будет рассмотрен

* Дмитрий Владимирович Апексимов (apeximov@iao.ru); Олег Алексеевич Букин (o_bukin@mail.ru); Елена Евгеньевна Быкова (bee@iao.ru); Юрий Эльмарович Гейнц (ygeints@iao.ru); Сергей Сергеевич Голик (golik_s@mail.ru); Александр Анатольевич Землянов (zaa@iao.ru); Андрей Михайлович Кабанов (kam@iao.ru); Геннадий Григорьевич Матвиенко (mgg@iao.ru).

случай остросфокусированного излучения, что, как оказывается, привносит ряд особенностей в сам процесс формирования филаментов и их пространственные характеристики. В частности, по нашим сведениям впервые в режиме одиночной филаментации мы экспериментально установили факт предельно слабой зависимости (практически *инвариантности*) длины участка филаментации лазерного пучка от его радиуса при условии постоянства пиковой интенсивности. Этот результат не следует напрямую из теории самофокусировки света и существенно отличается от закономерностей, наблюдающихся в случае филаментации коллимированного излучения.

Схема и методика эксперимента

Эксперименты по самофокусировке и филаментации света были выполнены в лаборатории ИАПУ ДВО РАН совместно с ИОА СО РАН и ДВФУ. В экспериментах использовалось излучение Ti:Sapphire-лазера с длительностью импульса на полувысоте 45 фс гигаваттной мощности на основной (800 нм) и второй гармониках (400 нм) при фокусировке в воздухе с помощью линзы с фокусным расстоянием $f = 200$ мм. Структура экспериментального стенда схематично представлена на рис. 1.

Методика регистрации плазменных филаментов аналогична применяемой авторами в [5]. В настоящих экспериментах, в отличие от [5], использовались лазерные пучки диаметрами $d_0 = 2,5; 4,5, 7$ и 9 мм. Пучок диаметром 4,5 мм формировался из исходного пучка диаметром 9 мм с использованием телескопа 6, в котором менялась последовательность расположения линз 7 и 8 для сужения пучка при одинаковой базе телескопа D , соответствующей коллимированному пучку на выходе телескопа. Пучок диаметром 2,5 мм вырезался из исходного диафрагмой 12. Данные по пространственным характеристикам филаментов, формируемых при фокусировке пучков диаметром 7 мм, взяты из нашей работы [5].

Энергия и профиль пучка измерялись после прохождения телескопа или диафрагмы перед фокусирующей линзой 14. Регистрация плазменного филамента проводилась при одинаковых значениях

энергии и мощности лазерного импульса для разных диаметров пучков.

Результаты и обсуждение

Основной задачей наших экспериментов было получение информации о возможной зависимости длины и положения зоны филамента остросфокусированного фемтосекундного излучения от начального размера пучка. Для этого с помощью CCD-камеры проводилась боковая фоторегистрация зоны филаментации, представлявшей собой светящуюся нитевидную веретенообразную область, располагавшуюся вблизи геометрического фокуса линзы. Данное свечение, как известно, связано с плазмообразованием в канале пучка и обусловлено флуоресценцией азота, ионизированного интенсивным оптическим полем импульса, и, таким образом, может считаться индикатором филаментации излучения. Примеры изображений зоны филаментации пучков различного размера на двух гармониках излучения Ti:Sapphire-лазера, регистрируемых вблизи фокуса линзы, показаны на рис. 2. Линейные размеры каждого кадра составляют 60×8 мм.

Видна тенденция к укорочению области филаментации с увеличением диаметра d_0 светового пучка при постоянной его начальной мощности P_0 . Эта тенденция наблюдается для обоих спектральных диапазонов излучения. Кроме того, при росте размера пучка возрастают поперечный размер (ширина) и яркость области свечения, а сама она смещается в сторону геометрического фокуса линзы. Отметим, что как для основной, так и для второй гармоники пиковая мощность кратно превышает пороговый уровень самофокусировки в воздухе, поскольку по данным [5] $P_c = 3,19$ (800 нм) и 0,45 ГВт (400 нм).

Результаты экспериментальных измерений длины области филаментации L_{fil} от мощности излучения (рис. 3) показали, что длина данной области демонстрирует монотонный рост с повышением мощности лазерного импульса, достигая примерно 5 см для самого узкого из использовавшихся в экспериментах пучка.

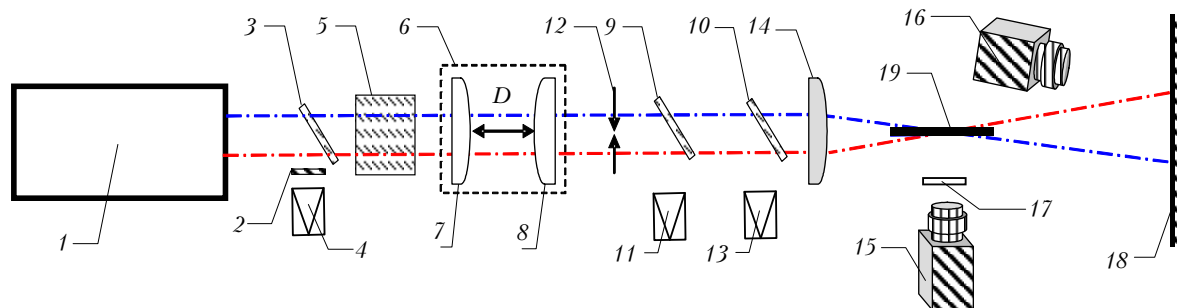


Рис. 1. Схема эксперимента: 1 - лазерная система (Spitfire Pro40F, Spectra Physics); 2 - ослабитель; 3, 9, 10 - поворотные пластины; 4 - автокоррелятор (PSCOUT PL-SP-LF, Spectra Physics); 5 - преобразователь гармоник (β -BaB₂O₄); 6 - телескоп с линзами $f = 500$ мм (7) и $f = -250$ мм (8); 11 - измеритель энергии (Spectra Physics 407A); 12 - диафрагма диаметром 2,5 мм; 13 - измеритель профиля пучка (Newport LBP-HR); 14 - фокусирующая линза $f = 200$ мм; 15 - CCD-камера («видеооскан-285/П-USB»); 16 - фотокамера (Sony DSC-F828); 17 - линейный поляризатор (LPVIS100, THORLABS); 18 - экран; 19 - область филаментации

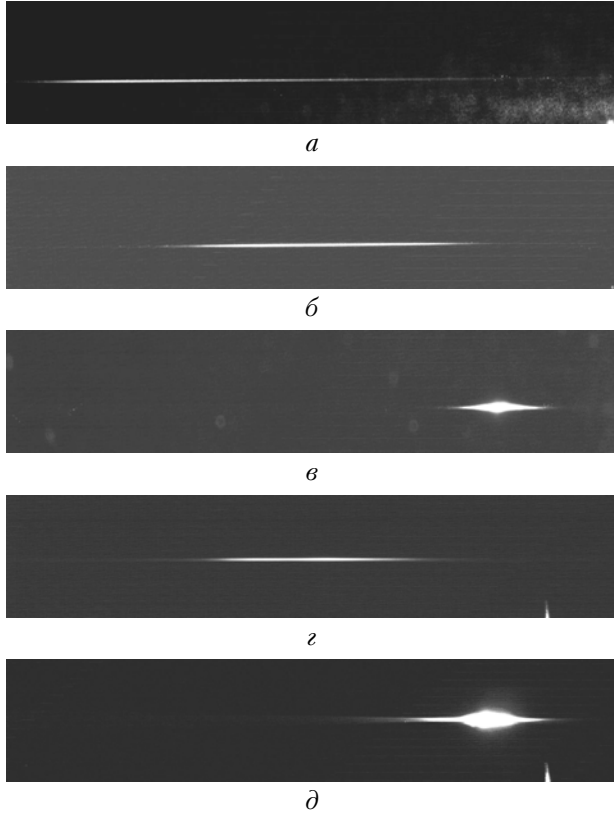


Рис. 2. Изображения области филаментации излучения с $\lambda_0 = 800$ нм и $P_0 = 30$ ГВт (*а, б, в*); 400 нм и 8 ГВт (*г, д*), полученные на CCD-матрицу; $d_0 = 2,5$ (*а*); 4,5 (*б, в*) и 9 мм (*в, д*). Рефер в правом нижнем углу на последних двух кадрах показывает положение геометрического фокуса, излучение – слева направо

Угол наклона зависимости $L_{fil}(P_0)$ уменьшается с увеличением размера светового пучка, и для самого широкого пучка ($d_0 = 9$ мм) параметр L_{fil} становится уже слабо изменяющимся с ростом P_0 . Небольшой и практически постоянный размер регистрируемой плазменной области ($\sim 1 \div 1,5$ см) при достаточно высокой мощности импульса на обеих гармониках может свидетельствовать о смене режима распространения излучения и реализации оптического пробоя в фокальной перетяжке пучка.

Для физической интерпретации представленных закономерностей воспользуемся теорией стационарной самофокусировки света в керровской среде [6]. В этом случае при распространении излучения среднеквадратичный (эффективный) радиус пучка R_e с учетом действия кубичной нелинейности и внешней фокусировки подчиняется следующему эволюционному закону:

$$R_e^2(z) = (1 - \eta)(\theta_D z)^2 + R_e^2(0)(1 - z/f)^2, \quad (1)$$

где $\eta = P_0/P_c$ – нормированная пиковая мощность, а параметр θ_D представляет собой естественную дифракционную расходимость лазерного пучка. Для гауссовского пучка в безабберационном приближении $R_e \equiv R_0$ и $\theta_D = 1/k_0 R_0$, где $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ – вол-

новое число, R_0 – начальный радиус пучка. Приведенный закон справедлив только при $\eta > 1$ и предсказывает поперечный коллапс пучка в целом в точке с координатой $z_{cf} = f/(1 + f/z_c)$, где $z_c = L_D/\sqrt{\eta - 1}$, а $L_D = R_0/\theta_D$ – длина дифракции.

В первом приближении примем данную координату за старт филамента, а его окончанием (в соответствии с рис. 2) будем считать середину фокальной перетяжки пучка $z = f$. Тогда длина участка филаментации L_{fil} запишется как

$$L_{fil} \equiv f - z_{cf} \approx f^2 \sqrt{\eta - 1}/L_D, \quad (2)$$

где мы воспользовались условием острой фокусировки: $f \ll z_c, L_D$. Структура данного выражения указывает на функциональную связь длины филамента и параметров лазерного пучка: $L_{fil} \propto \lambda_0 R_0^{-2} P_0^{1/2} P_c^{-1/2}$.

Учитывая далее дисперсионную зависимость критической мощности, которую грубо можно считать пропорциональной четвертой степени длины волны: $P_c \propto \lambda_0^4$ [7], окончательно получим

$$L_{fil} \propto \lambda_0^{-1} R_0^{-2} P_0^{1/2}. \quad (3)$$

Из (3) следует, что при прочих равных условиях длина филаментации пучка должна увеличиваться пропорционально квадратному корню из начальной мощности. Кроме того, L_{fil} квадратично растет с уменьшением радиуса пучка при постоянной мощности и должна быть обратно пропорциональна длине волны излучения.

Анализ данных, представленных на рис. 3, показывает, что функциональная зависимость $L_{fil} \propto \sqrt{P_0}$ выполняется достаточно точно.

Сравнение длин участка филаментации при одном и том же значении пиковой мощности импульса на обеих гармониках также дает обратную пропорциональность длине волны, т.е. $L_{fil} \propto 1/\lambda_0$. В то же время квадратичный ход зависимости L_{fil} от диаметра пучка, в соответствии с (3), не наблюдается. В действительности же получается, что данная зависимость более слабая, а именно $L_{fil} \propto 1/R_0$. Об этом свидетельствуют аппроксимационные кривые, приведенные на рис. 3, *а*, которые вычислены по выражению

$$L_{fil} [\text{мм}] = A \sqrt{P_0}/d_0, \quad (4)$$

где $A = 22$ – подгоночная константа; P_0 берется в ГВт, а диаметр пучка d_0 в мм.

Как видно, для трех размеров пучка рассчитанные значения достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными. Исключение составляет только самый широкий пучок, для которого рост длины филамента идет существенно медленнее, чем предсказывается формулой (4). Вероятной причиной такого укорочения длины области филаментации может быть развитие в широком пучке множественной филаментации на изначально присутствующих в нем возмущениях поперечного профиля интенсивности. В режиме множественной филаментации

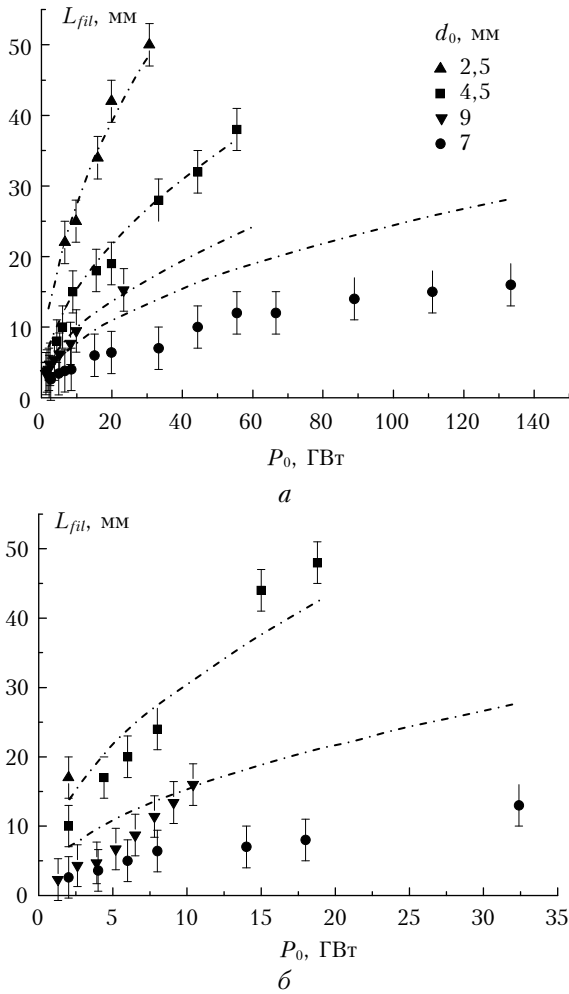


Рис. 3. Длина области филаментации в зависимости от пиковой мощности излучения для $\lambda_0 = 800$ (а) и 400 нм (б); штрихпунктир – аппроксимация по (4)

вместо одного длинного осевого филамента образуется целая связка более коротких филаментов, рассеянных по поперечному сечению пучка. В пользу такого предположения свидетельствует видимое на рис. 2 заметное увеличение ширины плазменной колонки для светового пучка с $d_0 = 9$ мм.

Установленная выше зависимость (4) длины филаментации от размера пучка приводит к одному важному следствию. Действительно, если выразить начальную мощность импульса через его среднюю интенсивность: $P_0 = 1/4\pi I_0 d_0^2$, то из (3) получим

$$L_{fil} = A' \sqrt{I_0}, \quad (5)$$

где $A' = A\sqrt{\pi}/2$. Другими словами, остросфокусированные лазерные пучки одинаковой средней интенсивности должны давать и равную длину филаментации вне зависимости от их начального размера. Этот факт действительно имеет место, и его иллюстрирует рис. 4, где штрихпунктирной линией приведен расчет указанной зависимости по (5). Опять, как и на рис. 3, из общей картины выбивается пучок с самым большим радиусом.

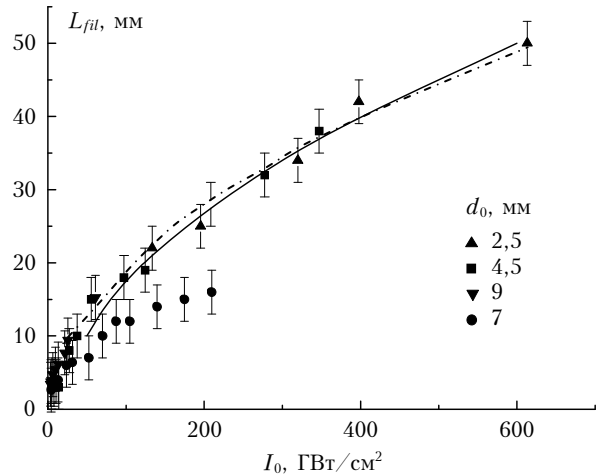


Рис. 4. Длина области филаментации при различной пиковой интенсивности импульса ($\lambda_0 = 800$ нм); штрихпунктир – аппроксимация по (5), сплошная линия – численный расчет

Необходимо подчеркнуть, что выражения (3) и (4) не следуют напрямую из классической стационарной теории самофокусировки [6], которая, как было показано выше, предсказывает зависимость $L_{fil}(R_0)$ в виде (1). Можно предположить, что причиной расхождения теории и эксперимента является то, что формула (1) получена без учета aberrаций профиля пучка при его самофокусировке в нелинейной среде. Aberrации обусловлены керровской нелинейностью, которая является квадратичной по амплитуде оптической волны, и поэтому ее действие неодинаково в областях пучка с низкой и высокой интенсивностями.

Для проверки этой гипотезы нами было проведено численное моделирование распространения мощных лазерных импульсов в воздухе при наличии внешней фокусировки. Детали использованной теоретической модели даны, например, в [8]. Обратимся к рис. 5, где приведены рассчитанные поперечные распределения интенсивности фемтосекундного лазерного излучения, сформировавшегося в результате его фокусированного распространения в воздухе ($f = 200$ мм) к моменту начала филаментации.

Показаны профили для двух гауссовских пучков, которые имели одинаковую начальную интенсивность $I_0 = 0,25$ ТВт/см², но различный диаметр d_0 . В расчетах за начало участка филаментации принималась продольная координата z_{st} , когда на оси пучка достигался характерный для филаментации в воздухе уровень пиковой интенсивности: $I(r=0, z_{st})_{\max} = I_{fil}$, установленный нами как $I_{fil} = 30$ ТВт/см².

Заметим, что в реальности световой пучок любой мощности за счет самофокусировки никогда не сможет сжаться в точку, т.е. реализовать коллапс. В воздухе и ряде конденсированных сред при высокой интенсивности излучения в игру вступает ионизация среды, индуцированная световым полем. Физическим механизмом ионизации, как правило, является многофотонное поглощение излучения средой,

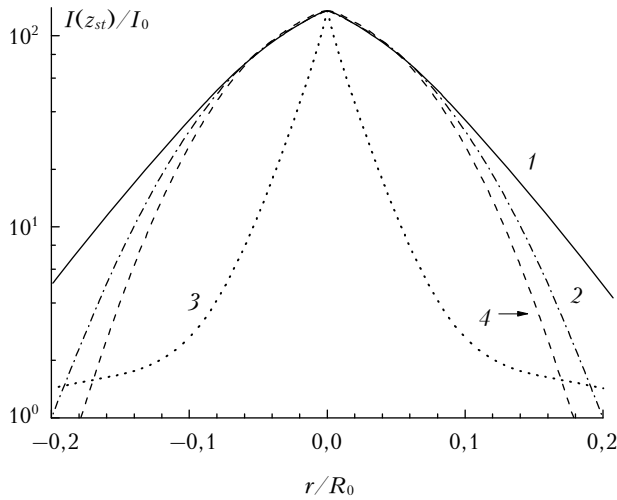


Рис. 5. Поперечные профили интенсивности лазерных пучков с $I_0 = 250 \text{ ГВт/см}^2$ и $d_0 = 1,5$ (1) и $4,5$ мм (2–4) на дистанции $z = 18$ см ($\lambda_0 = 800$ нм); 3 – профиль коллимированного излучения; 4 – профиль сфокусированного модельного гауссовского пучка

«разогревающее» электроны внешних оболочек атомов, что позволяет им преодолевать потенциальный барьер и формировать газ свободных электронов – плазму. Плазмообразование, а точнее нелинейное поглощение излучения, является естественным механизмом, ограничивающим дальнейший рост интенсивности в лазерном импульсе при его самофокусировке [2]. Как следствие, пиковая интенсивность в филаменте имеет один порядок вне зависимости от радиуса и начальной мощности излучения. Это позволяет при установлении координаты начала филаментации использовать некоторый априори заданный уровень интенсивности I_{fil} .

Возвращаясь к рис. 5, отметим, что оба пучка – узкий и более широкий, по крайней мере вблизи оси, практически полностью сохраняют гауссовский профиль интенсивности, который для справки также показан на данном рисунке штриховой кривой 4. Это говорит о том, что подъем интенсивности в импульсе до уровня филаментации происходит в целом автономно, с минимальными искажениями профиля. В то же время aberrации коллимированного пучка аналогичной начальной интенсивности и размера (см. рис. 5) могут быть достаточно значительными, что выражается в вытягивании центральной части пучка и появлении широкого пьедестала. Очевидно, что учет aberrаций при самофокусировке острого фокусированного излучения не может дать требуемый эффект и следует искать другую причину наблюдаемых в эксперименте закономерностей.

Достаточно малые искажения профиля сфокусированного пучка при самофокусировке наводят на мысль о его квазилинейном распространении до нелинейного фокуса и незначительности роли эффекта керровской самофокусировки к моменту старта филаментации. В определенном смысле можно считать, что при острой внешней фокусировке излучения филамент возникает главным образом под действием этого линейного сжатия пучка. Наоборот, при

мягкой внешней фокусировке компрессия излучения целиком обусловлена его самофокусировкой.

Естественно, это не означает, что для острого фокусированного излучения вообще нет никакого самодействия и филаментации в среде. Речь идет только о начальном этапе самофокусировки, т.е. о распространении пучка до своего (первого) нелинейного фокуса. Нелинейность среды, как керровская, так и плазменная, «включается» непосредственно вблизи этого фокуса и продолжает действовать в пределах всей фокальной перетяжки, приводя к фазовой самомодуляции лазерного импульса и обеспечивая его филаментацию.

Основываясь на сделанном предположении квазилинейного распространения пучка до фокуса, внесем коррективы в (1), полностью убрав слагаемые с нелинейностью. Тогда для длины филамента получим простое выражение (условие острой фокусировки, $f \ll L_D$, по-прежнему в силе):

$$L_{fil} \approx f \sqrt{I_0/I_{fil}}, \quad (6)$$

где I_{fil} – некоторый характерный уровень интенсивности в филаменте. Сравнивая (6) с (5), видим, что данные выражения с точностью до коэффициентов идентичны. Инвариантность параметра L_{fil} к радиусу пучка выполняется, а требуемая зависимость от длины волны входит через I_{fil} [9].

Численное моделирование рассматриваемой ситуации достаточно хорошо подтверждает экспериментально установленные закономерности. Так, на рис. 6 для трех размеров светового пучка при фиксированной пиковой интенсивности приведены результаты расчетов осевой плотности свободных электронов ρ_e в плазме, формирующейся к концу лазерного импульса в результате фотоионизации воздуха, в зависимости от продольной координаты. Порог филаментации условно установлен на уровне $\rho_e = 10^{21} \text{ м}^{-3}$ и показан штрихпунктиром.

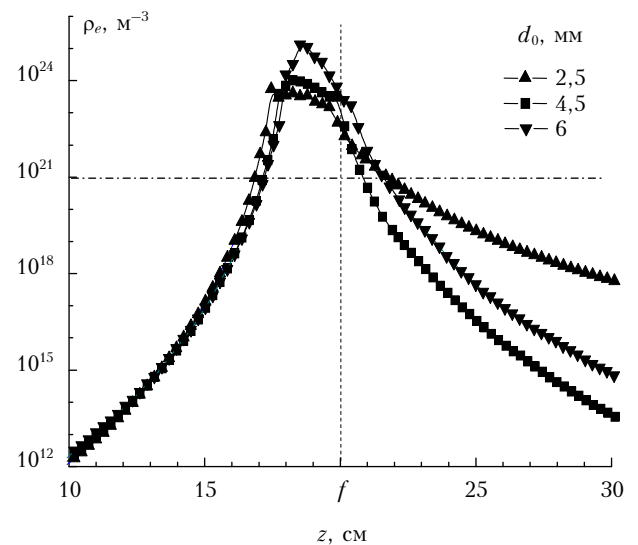


Рис. 6. Теоретическая зависимость плотности свободных электронов на оси пучков различного диаметра в окрестности фокальной перетяжки ($I_0 = 250 \text{ ГВт/см}^2$, $\lambda_0 = 800$ нм)

Анализ представленных зависимостей показывает, что, как и в экспериментах, старт филаментации излучения практически не зависит от диаметра пучка. Различия в данной координате не превышают нескольких миллиметров при почти трехкратном изменении размера пучка и связаны с перемещением центра фокальной перетяжки к геометрическому фокусу с увеличением d_0 . Кроме того, видно, что увеличение апертуры излучения сопровождается повышением пиковой плотности плазмы, что на практике, очевидно, выражается в повышении яркости свечения плазменной колонки. Единственным отличием данных, показанных на рис. 2, от модельных расчетов является то, что в последнем случае филамент, в зависимости от размера пучка, на 1–2 см выходит за пределы геометрического фокуса (координата f на оси абсцисс), тогда как в экспериментах такого факта не зафиксировано. Тем не менее если в расчетах, как и ранее, ограничить зону филаментации центром фокальной перетяжки $z = f$, то полученная длина филаментации будет коррелировать с экспериментальными данными на рис. 3. Соответствующий расчет параметра L_{fil} , усредненного по трем различным пучкам, показан на рис. 4 сплошной линией.

В заключение отметим, что представленные в настоящей статье экспериментальные результаты по длине участка филаментации гигаваттного фемтосекундного лазерного излучения, распространяющегося в воздухе в условиях острой внешней фокусировки, позволяют говорить об обнаружении, по крайней мере на двух длинах волн, качественно новой и ранее не упоминаемой в литературе закономерности, а именно об инвариантности наблюдаемой длины области свечения (филаментации) по отношению к диаметру пучка при условии одинаковой пиковой интенсивности. Указанная закономерность не следует из формул стационарной теории самофокусировки коллимированного или слабо сфокусированного излучения и объясняется преимущественно линейным характером поперечного сжатия светового пучка до нелинейного фокуса.

D.V. Apeksimov, O.A. Bukin, E.E. Bykova, Yu.E. Geints, S.S. Golik, A.A. Zemlyanov, A.M. Kabanov, G.G. Matvienko. Filamentation length of high-power sharply focused femtosecond laser radiation in air. Effect of light beam size.

The results of the laboratory experiments on measurements of length and position of filamentation zone of femtosecond laser GW radiation at wavelengths of 800 and 400 nm with millimeter-sized aperture propagating in air under conditions of sharp external focusing, are presented. Dependencies of length of the radiation filamentation zone on its initial radius and power are studied. Qualitatively new regularity is obtained, which consists in invariance of the observed length of the beam filamentation zone with respect to variation of its diameter with the assumption of equality of the initial intensities. The regularity is not a characteristic of collimated radiation and connected with geometrical focusing dominance over Kerr self-focusing of the beam during filament formation.

Выражаем благодарность д.ф.-м.н. А.В. Майору за помощь при проведении экспериментов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 13, интеграционного проекта Президиума СО РАН № 67, Министерства образования и науки Российской Федерации, соглашение № 8381.

1. *Self-focusing: Past and Present* / Y.R. Shen, R.W. Boyd, S.G. Lukishova, eds. NY.: Springer, 2009. 605 p.
2. Кандидов В.П., Шленов С.А., Силаева Е.П., Дергачев А.А. Филаментация мощного фемтосекундного лазерного излучения в воздухе и ее приложения в атмосферной оптике // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 10. С. 873–884.
3. Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Кабанов А.М., Матвиенко Г.Г. Нелинейная фемтосекундная оптика атмосферы / Под общей ред. д.ф.-м.н. А.А. Землянова. Томск: Изд-во Института оптики атмосферы СО РАН, 2010. 212 с.
4. Гейнц Ю.Э., Землянов А.А. Филаментация мощного ультракороткого лазерного излучения. Фактор размера пучка // Оптика атмосф. и океана. 2013. Т. 26, № 1. С. 11–17.
5. Букин О.А., Быкова Е.Е., Гейнц Ю.Э., Голук С.С., Землянов А.А., Ильин А.А., Кабанов А.М., Матвиенко Г.Г., Ошлаков В.К., Соколова Е.Б. Филаментация острогофокусированного ультракороткого лазерного излучения на 800 и 400 нм. Измерения нелинейного коэффициента преломления воздуха // Оптика атмосф. и океана. 2011. Т. 24, № 5. С. 351–358.
6. Власов С.Н., Таланов В.И. Самофокусировка волн. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1997. 200 с.
7. Mizrahi V., Shelton D.P. Dispersion of nonlinear susceptibilities of Ar, N₂, and O₂ measured and compared // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 55, N 7. P. 696–699.
8. Гейнц Ю.Э., Ионин А.А., Землянов А.А., Кудряшов С.И., Селезнев Л.В., Ситицын Д.В., Сунчурашова Е.С. Особенности фокусированного распространения мощных лазерных импульсов фемтосекундной длительности в воздухе при пониженном давлении // Оптика атмосф. и океана. 2012. Т. 25, № 1. С. 18–25.
9. Гейнц Ю.Э., Землянов А.А. Характеристики филаментов при распространении мощного фемтосекундного лазерного излучения в воздухе и в воде. I. Качественный анализ // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 9. С. 749–756.