

УДК 53.06+53.088.23

Статистические свойства плотности аэрозоля в турбулентных потоках

Е.З. Грибова*

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского
603950, г. Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23

Поступила в редакцию 6.12.2021 г.

Аналитически и численно исследуются флуктуации плотности сгустка частиц аэрозоля в атмосфере. Рассмотрен одномерный случай, характерный для движения частиц в узкой вертикальной колонке над локальным очагом горения пожара или в спутном следе самолета. Показано, что при определенных условиях возникает эффект локализации сгустков, когда образуются компактные области повышенной плотности аэрозольных частиц, окруженные областями низкой плотности. Знание таких свойств плотности примесей может быть полезно при решении обратных задач оптики аэрозоля.

Ключевые слова: турбулентная диффузия, молекулярная диффузия, аэрозоль, плотность примеси, кластеризация; turbulent diffusion, molecular diffusion, aerosol, impurity density, clustering.

Введение

Частицы аэрозоля, всегда присутствующие в атмосфере в силу естественных и антропогенных факторов, существенно влияют на результаты оптического дистанционного зондирования. В [1] показано, что для обеспечения безопасности в районе взлетно-посадочных полос можно использовать оптические методы определения свойств турбулентности. Однако турбулентность влияет на движение твердых частиц в атмосфере, причем по-разному для частиц различной массы. В частности, из результатов численного моделирования [2] следует, что более тяжелая примесь меньше подвержена влиянию окружающей среды и практически не меняет характер своего движения в турбулентном потоке. Из измерений дымовой эмиссии, выполненных в рамках натурно-модельных пожарных экспериментов, известно [3], что аэрозольные частицы, образующиеся при горении лесов, имеют микронные размеры, а значит, они быстрее подвергаются воздействию окружающей среды (результаты численного моделирования [2] показывают, что влияние турбулентности существенно при размерах частиц менее $\sim 0,2$ мм).

Для интерпретации данных оптического зондирования важно заранее знать и учитывать характер поведения аэрозольных примесей. Известно, что при определенных условиях примесь способна кластеризоваться, формируя области повышенной плотности аэрозольных частиц, окруженные «чистой» атмосферой [4, 5]. Целью данной работы является определение статистических характеристик плотности аэрозольных сгустков в турбулентном потоке. Зна-

ние таких характеристик полезно при решении обратных задач оптики аэрозоля. В частности, полученные здесь результаты могут быть актуальны в случаях наблюдений в присутствии спутного следа самолета или узкой вертикальной колонки пожара над локальным очагом горения, а также вблизи дымящих труб промышленных предприятий.

Математическая модель

Будем рассматривать одномерный случай, который может описывать, например, движение аэрозольных частиц в узком столбе дыма заводской трубы или в спутном следе самолета. Поперечными движениями, в том числе поперечной диффузией, будем пренебрегать, что существенно упростит задачу, поскольку в этом случае движение в лагранжевом представлении описывается линейными уравнениями [6].

Микроскопическая плотность сгустка частиц, расположенных в начальный момент в физически бесконечно малом объеме с общей лагранжевой координатой ξ , выражается через координаты частиц X_i :

$$\bar{\rho}(x, t) = \sum_i m_i \delta(X_i(t|\xi) - x). \quad (1)$$

Здесь m_i — массы частиц, которые считаем невзаимодействующими материальными точками (полная масса всех частиц сгустка $m = \sum_i m_i$); x — продоль-

ная координата; вертикальной чертой отмечено, что лагранжева координата частицы примеси $X_i(t|\xi)$ в любой момент времени t зависит от начальной координаты ξ как от параметра. Отсюда видно, что, интересуясь статистическими свойствами плотности, мы должны знать статистику координат частиц.

* Евгения Зиновьевна Грибова (gribova@rf.unn.ru).

В одномерной модели уравнение движения частицы в лагранжевом представлении имеет вид

$$\frac{dX}{dt} = v(X, t) + \alpha(t), \quad (2)$$

где $v(X, t)$ — скорость; $\alpha(t)$ — белый шум с корреляционной функцией

$$\langle \alpha(t) \alpha(t') \rangle = 2D_M \delta(t - t'), \quad (3)$$

учитывающий влияние межмолекулярных столкновений (угловые скобки здесь и далее означают усреднение по ансамблю реализаций случайного поля скорости, D_M — коэффициент, возникающий при учете молекулярной диффузии). Случайное поле скорости, согласно модели Крейчана [7, 8], аппроксимируем дельта-коррелированным во времени гауссовым статистически однородным полем с коэффициентом D_T , отвечающим за турбулентную диффузию:

$$\langle v(x, t) v(x + s, t + \tau) \rangle = 2D_T(s) \delta(\tau). \quad (4)$$

В [9] показано, что в рамках модели (2)–(4) статистические свойства плотности частиц определяются закономерностями относительной молекулярной диффузии, т.е. свойствами взаимного расположения частиц относительно центра масс сгустка. При этом принципиальную роль в эволюции сгустка играет величина

$$B = - \frac{d^2 D_T(s)}{ds^2} \Big|_{s=0},$$

которая равна среднему вдоль траектории центра масс значению поля

$$u(x, t) = \frac{\partial}{\partial x} v(x, t).$$

Поле $u(x, t)$ имеет смысл одномерной дивергенции поля скорости, а условие $u(x, t) \neq 0$ означает [9], что при движении частиц примеси происходят хаотические сжатия. Сжимаемость примеси возникает из-за инерционности частиц [10] и в конечном счете обуславливает локализацию сгустка.

Анализ статистических свойств плотности примеси

Для исследования свойств плотности примеси вернемся к выражению (1) для микроскопической плотности сгустка. Очевидно, что для интерпретации экспериментальных данных при дистанционном зондировании атмосферы необходимо знать не микроскопическую, а макроскопическую, т.е. усредненную плотность пассивной примеси

$$\rho(x, t) = \overline{\tilde{\rho}(x, t)}.$$

Здесь черта сверху — усреднение по хаотическим молекулярным столкновениям. При случайных

движениях сплошной среды $\rho(x, t)$ является случайным полем, статистические характеристики которого определяются усреднением по ансамблю случайного поля скорости $v(x, t)$.

Ранее было показано [9], что для нахождения средней макроскопической плотности примеси усреднение необходимо проводить по двум ансамблям: молекулярных столкновений и гидродинамических движений сплошной среды. Само усреднение осуществляется в два этапа: вначале по ансамблю межмолекулярных столкновений $\alpha_i(t)$, при этом $\alpha(t)$ предполагается случайным процессом, в то время как поле скорости среды — детерминированный процесс. Затем необходимо провести усреднение по ансамблю реализаций случайного гидродинамического поля скорости. Такая процедура усреднения позволяет получить выражение для макроскопической плотности сгустка пассивной примеси в системе координат с началом в центре масс сгустка [9]:

$$\rho(y, t) = \frac{m}{\sqrt{2\pi g(t)}} \exp\left(-\frac{y^2}{2g(t)}\right), \quad (5)$$

где

$$g(t) = \overline{z^2(t)}$$

— дисперсия случайного процесса $z(t)$, который описывает закономерности взаимного расположения частиц и центра масс сгустка. Как показано в [9], величина $g(t)$ прямо пропорциональна коэффициенту D_M и зависит от фактора, описывающего степень сжатия (растяжения) среды в окрестности центра масс сгустка. Таким образом, из (5) следует, что сгусток имеет гауссову форму с флуктуирующей эффективной шириной $\sigma(t) = \sqrt{g(t)}$, статистические свойства которой описываются случайным процессом $g(t)$.

На рис. 1 представлена полученная численным моделированием стохастических уравнений нормированная эффективная ширина сгустка при различных значениях характерного параметра

$$\ell = \sqrt{D_M/B},$$

который количественно учитывает конкуренцию молекулярных столкновений и гидродинамических движений окружающей среды.

Качественно картину эволюции сгустка можно представить следующим образом. На начальном этапе эволюции сгустка все частицы находятся в физически бесконечно малом объеме, и молекулярная диффузия стремится «раскидать» их (рис. 1, а, параметр ℓ соответствует преобладанию молекулярной диффузии над турбулентной). В дальнейшем хаотические движения среды нейтрализуют броуновское разбегание, дисперсия плотности сгустка уменьшается, частицы вновь собираются в компактной области на оси y (рис. 1, б).

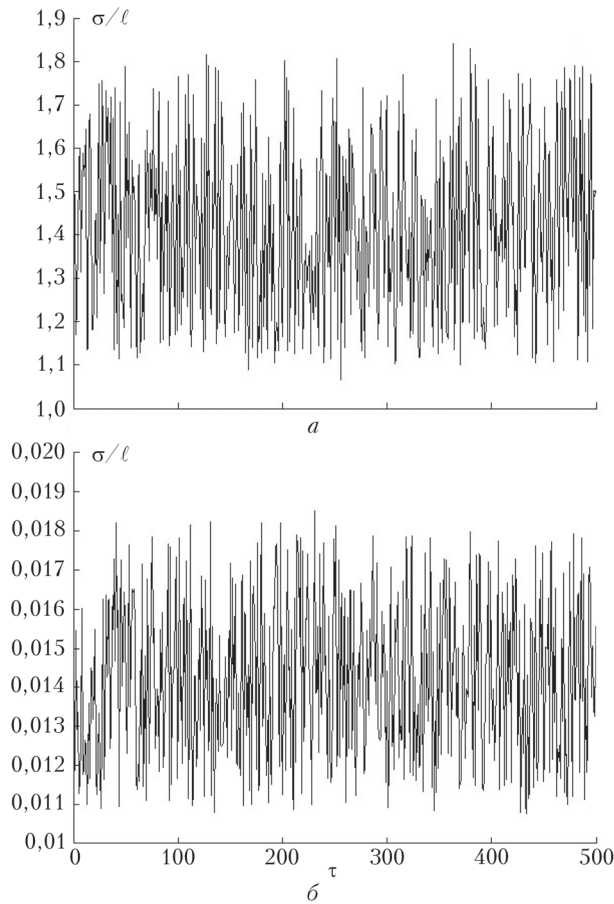


Рис. 1. Эффективная ширина сгустка в зависимости от безразмерного времени $\tau = Bt$ при $\ell = 10$ (а) и 0,1 (б)

Происходящее при этом увеличение максимальной плотности сгустка

$$\rho_{\max}(t) = \rho(0, t) = \frac{m}{\sqrt{2\pi g(t)}} \quad (6)$$

иллюстрирует рис. 2, где в логарифмическом масштабе построена зависимость среднего по времени (усреднение проводилось на интервале $\tau \in [0, 500]$) значения максимальной плотности от параметра ℓ . Преобладающее влияние турбулентной диффузии, которому соответствуют меньшие значения ℓ , приводит к резкому росту максимальной плотности сгустка.

Результаты численного моделирования легко объяснить аналитически. Как видно из (5) и (6), статистические свойства плотности примеси определяются статистикой случайного процесса $g(t)$. Известно, что при $t \rightarrow \infty$ плотность вероятности

$$F(g, t) = \langle \delta[g(t) - g] \rangle$$

стремится к стационарному распределению [9]:

$$F_s(g) = \frac{\ell^2}{g^2} \exp\left(-\frac{\ell^2}{g}\right). \quad (7)$$

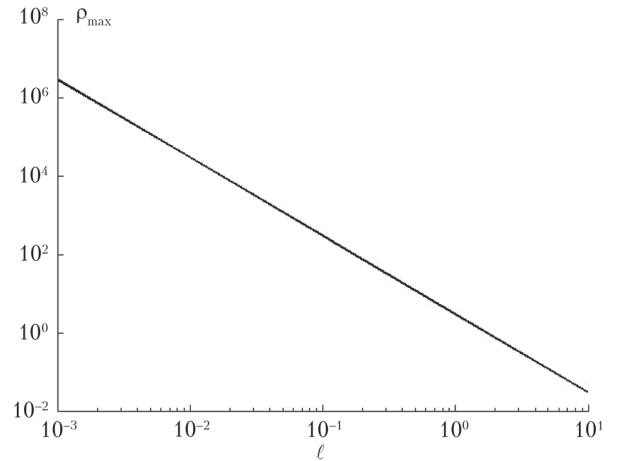


Рис. 2. Усредненная по времени максимальная плотность сгустка в зависимости от параметра ℓ

Усредняя с помощью распределения (7) макроскопическую плотность (5), получим установившуюся среднюю плотность сгустка

$$\langle \rho(y) \rangle_s = m \frac{\ell}{\pi} \frac{1}{y^2 + \ell^2}.$$

Соответствующие графики средней плотности при трех значениях ℓ приведены на рис. 3. Видно, что средний профиль плотности тем сильнее локализован на оси y , чем меньше параметр ℓ . Это означает, что усиление влияния турбулентной диффузии приводит к все большей кластеризации сгустка.

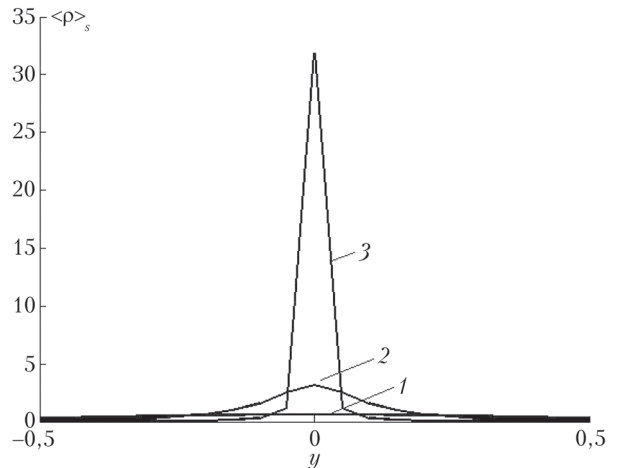


Рис. 3. Установившаяся средняя плотность сгустка при $\ell = 0,5$ (1); 0,1 (2); 0,01 (3)

Заключение

Как следует из полученных результатов, в сжимаемом хаотически движущемся (т.е. турбулентном) потоке хорошо заметен эффект локализации сгустка частиц примеси. Он возникает из-за того, что хаотическое движение среды в среднем не ускоряет расталкивание частиц, а наоборот,

прижимает их друг к другу. Здесь проявляется конкуренция двух механизмов: молекулярная диффузия стремится раскидать частицы, однако преобладающее хаотическое сжатие частиц в случайно движущейся сжимаемой среде нейтрализует броуновское разбегание, что и дает локализацию примеси. Поскольку в атмосфере коэффициент турбулентной диффузии на несколько порядков превышает коэффициент молекулярной диффузии [11], эффект кластеризации аэрозольных частиц может существенно сказываться на результатах дистанционных оптических измерений.

1. Афанасьев А.Л., Банах В.А., Маракасов Д.А. Мониторинг ветровой обстановки и индикация спутных следов в районе взлетно-посадочной полосы аэропорта пассивным оптическим методом // Оптика атмосф. и океана. 2019. Т. 32, № 5. С. 365–370; *Afanasyev A.L., Banakh V.A., Marakasov D.A.* Passive optical monitoring of wind conditions and indication of aircraft wakes near airport runways // *Atmos. Ocean. Opt.* 2019. V. 32, N 5. P. 506–510.
2. Грибова Е.З., Лосев С.Е. Влияние инерционности частиц аэрозоля на формирование многопоточности при движении в турбулентном потоке // Оптика атмосф. и океана. 2019. Т. 32, № 2. С. 147–150; *Gribova E.Z., Losev S.E.* The effect of the inertia of aerosol particles on the formation of multistreaming when moving in a turbulent flow // *Atmos. Ocean. Opt.* 2019. V. 32, N 3. P. 345–348.

3. Самсонов Ю.Н., Беленко О.А., Иванов В.А. Дисперсные и морфологические характеристики дымовой аэрозольной эмиссии от пожаров в бореальных лесах Сибири // Оптика атмосф. и океана. 2010. Т. 23, № 6. С. 423–431; *Samsonov Yu.N., Belenko O.A., Ivanov V.A.* Dispersal and morphological characteristics of smoke particulate emission from fires in the boreal forests of Siberia // *Atmos. Ocean. Opt.* 2010. V. 23, N 6. P. 485–493.
4. Кляцкин В.И. Стохастические уравнения: теория и ее приложения к акустике, гидродинамике и радиофизике. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. Т. 1, 2. 320 с.
5. Кляцкин В.И. Стохастическое структурообразование в случайных средах // Успехи физ. наук. 2016. Т. 186, вып. 1. С. 75–104.
6. *Rampf C., Frisch U.* Shell-crossing in quasi-one-dimensional flow // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 2017. V. 471. P. 671–679.
7. *Kraichnan R.H.* Small-scale structure of a scalar field convected by turbulence // *Phys. Fluids.* 1968. V. 11, N 5. P. 945.
8. *Kraichnan R.H.* Anomalous scaling of a randomly advected passive scalar // *Phys. Rev. Lett.* 1994. V. 72, N 7. P. 1016.
9. Грибова Е.З., Жукова И.С., Саичев А.И., Войцуньски В.А. Относительная молекулярная диффузия // Изв. вузов. Радиофиз. 2000. Т. 43, № 5. С. 456–467.
10. *Maxey M.R.* The gravitational settling of aerosol particles in homogeneous turbulence and random flow fields // *J. Fluid Mech.* 1987. V. 174. P. 441–465.
11. *Csanady G.T.* Turbulent diffusion in the environment. Boston: D. Reidel Publ. Comp., 1980. 249 p.

E.Z. Gribova. Statistical properties of aerosol density in turbulent flows.

Density fluctuations of a clot of aerosol particles in the atmosphere are studied. A one-dimensional case is considered characteristic of the motion of particles in a narrow vertical fire column or in an aircraft trail. The effect of localization of clots is shown to be observed under certain conditions, which consists in formation of compact areas of increased density of aerosol particles surrounded by areas of low density. Knowledge of such properties of impurity density can be useful in solving inverse problems of aerosol optics.