

МАТЕРИАЛЫ ЛЕТНЕЙ МЕЖДУНАРОДНОЙ ШКОЛЫ НАТО  
«АДАПТИВНАЯ ОПТИКА ДЛЯ АСТРОНОМИИ»  
( 28 июня – 10 июля 1993 г., о. КОРСИКА, ФРАНЦИЯ )

УДК 621.371

**В.П. Лукин**

**АДАПТИВНОЕ ФОРМИРОВАНИЕ ПУЧКОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ  
В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ**

Обобщаются исследования по адаптивной оптике, проведенные за последние 15 лет в Институте оптики атмосферы СО РАН.

Атмосферная турбулентность является одним из наиболее существенных искажающих факторов, определяющих предельно достижимые характеристики современных оптико-электронных систем. Главное внимание в статье уделено возможностям адаптивной оптики по устранению влияния атмосферной турбулентности при формировании лазерных пучков и оптических изображений.

Статья написана полностью на основе научных исследований, выполненных автором и под его руководством в лаборатории прикладной и адаптивной оптики Института оптики атмосферы Сибирского отделения Российской Академии наук.

Поскольку статья имеет обзорный, библиографический характер, то в заголовке каждого параграфа в скобках указан год завершения исследований по данной теме.

Исследования по коррекции флуктуаций в оптических пучках и при формировании изображений в турбулентной атмосфере начались в Институте оптики атмосферы СО РАН в самом начале 80-х годов.

Уже тогда мы отдавали себе отчет в том, что из-за сложности управления многоэлементными адаптивными корректорами при работе в турбулентной атмосфере особое значение приобретают простейшие алгоритмы коррекции, например корректирующие общий наклон фазового фронта.

**1. Корреляция случайных смещений центров тяжести пучка и изображения (1978)**

В работе [1] была рассмотрена возможность коррекции случайных угловых смещений энергетического центра тяжести оптического пучка, распространяющегося в турбулентной атмосфере, на основе отслеживания (измерения и пропорционального управления) случайного углового положения центра тяжести изображения некоего опорного пучка. Естественно, что опорное излучение формируется через одни и те же неоднородности турбулентной атмосферы, что и корректируемый оптический пучок (рис. 1).

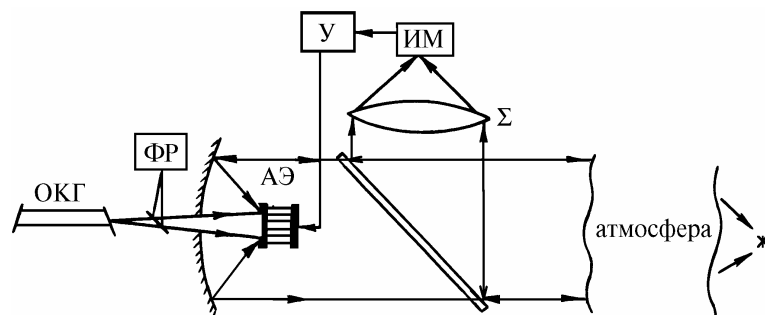


Рис. 1. Оптическая схема эксперимента, в котором одна и та же оптическая схема формирует оптический пучок и изображение. Здесь обозначены:  $\Sigma$  – «следящая» апертура; АЭ – адаптивный элемент; ОКГ – оптический квантовый генератор, который излучает оптический пучок; ФР – фоторегистратор изображения; ИМ – измеритель центра тяжести оптического изображения; У – усилитель для управления АЭ

Рассмотрим взаимную корреляцию случайных смещений энергетического центра тяжести оптического пучка, формируемого через слой турбулентной среды, и центра тяжести изображений

жения в фокальной плоскости оптической системы. При этом случайные смещения энергетического центра тяжести оптического пучка задаются [2] вектором:

$$\rho_c = \frac{1}{P_0} \int_0^x d\xi (x - \xi) \int_{-\infty}^{+\infty} d^2 r I(\xi, \mathbf{r}) \nabla_r n_1(\xi, \mathbf{r}), \quad (1)$$

где  $n_1(\xi, \mathbf{r})$  – флуктуации показателя преломления в точке  $(\xi, \mathbf{r})$ ;  $I(\xi, \mathbf{r})$  – интенсивность поля в точке  $(\xi, \mathbf{r})$ , обусловленного источником, расположенным в начале координат на плоскости  $\xi = 0$ ;  $x$  – толщина турбулентного слоя;

$$P_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} d^2 r I(0, \mathbf{r}). \quad (2)$$

В то же время случайные смещения изображения в фокальной плоскости оптической системы (эквивалентная <тонкая> линза с фокусным расстоянием  $F$  и площадью  $\Sigma = \pi R^2$ ) в фазовом приближении даются следующим выражением:

$$\rho_F = -\frac{F}{k S} \int \int d^2 \rho \nabla_\rho S(x, \rho), \quad (3)$$

где  $k$  – волновое число излучения;  $S(x, \rho)$  – флуктуации фазы оптической волны на апертуре оптической системы (в плоскости  $\xi = x$ ) в точке  $\rho$ . Искомая взаимная корреляция случайных векторов  $\rho_c$  и  $\rho_F$

$$K = \langle \rho_c \rho_F \rangle / (\langle r_c^2 \rangle \langle r_F^2 \rangle)^{1/2}, \quad (4)$$

где угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализаций случайной функции  $n_1(\xi, \mathbf{r})$ . Различные оптические ситуации (коррекция с использованием дополнительного источника, когда корректируемый и опорный пучки соосны и распространяются навстречу друг другу, и коррекция с использованием отраженного зеркалом или объектом излучения) с точки зрения расчета корреляции  $K$  различаются лишь аналитическим выражением для функции  $S(x, \rho)$ . Фазовые флуктуации будем описывать в приближении метода плавных возмущений [2], корректируемый пучок гауссов с параметрами  $a$  и  $f$ . При усреднении в (4) по ансамблю реализаций флуктуаций показателя преломления использовано свойство отсутствия корреляции локальных и интегральных случайных величин [2]. Далее используем

$$\langle d^2 n(\mathbf{\kappa}_1, \xi_1) d^2 n(\mathbf{\kappa}_2, \xi_2) \rangle = 2\pi \delta(\mathbf{\kappa}_1 + \mathbf{\kappa}_2) \delta(\xi_1 - \xi_2) \Phi_n(\mathbf{\kappa}_1, \xi_1) d^2 \kappa_1 d^2 \kappa_2,$$

где  $n_1(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} d^2 n(\mathbf{\kappa}, \xi) \exp(i \mathbf{\kappa} \cdot \mathbf{r})$ ;  $\Phi_n(\mathbf{\kappa}_1, \xi_1)$  – спектральная плотность флуктуаций показателя преломления, а также для упрощения расчетов заменим физическую апертуру оптической системы гауссовой вида

$$\int_{\Sigma} d^2 \rho \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} d^2 \rho \exp(-\rho^2 / 2 R_0^2).$$

В дальнейшем предположим изотропность средней интенсивности  $\langle I(\xi, \mathbf{r}) \rangle$  и спектра  $\Phi_n(\mathbf{\kappa}, \xi)$ , а также воспользуемся представлением для средней интенсивности

$$\langle I(\xi, \mathbf{r}) \rangle = \frac{a^2}{a_s^2(\xi)} \exp[-r^2 / a_s^2(\xi)], \quad (5)$$

где эффективный размер пучка  $a_s^2(\xi) = a^2 [(1 - \xi/f)^2 + \Omega^{-2} + \Omega^{-2} (\frac{1}{2} D_s(2a))^{6/5}]$ ,  $\Omega = k a^2 / \xi$ ,  $D_s(2a)$  – структурная функция фазы.

Вычисление интегралов, входящих в (4), проведем с использованием спектра

$$\Phi_n(\kappa, \xi) = 0,033 C_n^2(\xi) \kappa^{-11/3} \{1 - \exp(-\kappa^2 / \kappa_0^2)\}, \quad (6)$$

учитывающего отклонение от степенного закона в области внешнего масштаба турбулентности  $\kappa_0^{-1}$ . Рассмотрим наиболее интересный случай больших приемных апертур ( $k R_0^2 \gg x$ ). Для трассы с однородной турбулентностью ( $C_n^2(\xi) = C_n^2$ ) расчетные значения величины  $K$  приведены в табл. 1. В нашей работе [1] были рассчитаны коэффициенты корреляции  $K$  и при использовании отраженного излучения.

Рассмотрим управляющий алгоритм для коррекции случайных смещений пучка по измерению смещений изображения. Легко убедиться, что управляющим алгоритмом может быть сигнал

$$\alpha(x/F) (a^2 / 2 R_0^2)^{-1/6} \rho_F,$$

где  $\alpha$  – коэффициент обратной связи, выбираемый из условия обеспечения минимума функционала

$$\min_{\alpha} \langle (\rho_c - \alpha(x/F) (a^2 / 2 R_0^2)^{-1/6} \rho_F)^2 \rangle. \quad (7)$$

Коэффициент  $\alpha$  учитывает также знак корреляции  $\langle \rho_c \rho_F \rangle$ . Величина функционала (7) характеризует остаточные искажения. Как видно из табл. 1, дисперсия остаточных искажений, связанных со случайным смещением пучка, составляет примерно 15–25% от той же дисперсии в отсутствие коррекции.

Поскольку всякий исполнительный механизм в контуре обратной связи, в том числе и в адаптивной системе, обрабатывающей случайные наклоны волнового фронта, обладает конечным временем срабатывания (постоянная времени  $\tau$ ), постольку величина корреляции  $K$  будет отличаться от вычисляемой по формуле (4). В общем случае  $K$  является функцией  $\tau$ :

$$K(\tau) = \langle \rho_c(\tau) \rho_F(0) \rangle / [\langle \rho_c^2 \rangle \langle \rho_F^2 \rangle]^{1/2}. \quad (8)$$

Можно показать, что максимальное значение  $|K|$  достигается при  $2 R_0^2 = a^2$ , тогда

$$K(\tau) = -0,87 {}_1F_1^{1/2} \left( \frac{1}{6}, 1; -v^2 \tau^2 / 2 a^2 \right). \quad (9)$$

Как видно из (9), достаточно высокую эффективность коррекции можно достигнуть при условии  $\tau < a/v$ , где  $a$  – исходный размер пучка;  $v$  – средняя скорость ветра.

Следует отметить, что настоящая коррекция наиболее эффективна вплоть до расстояний, на которых остается верным

$$a < (1,45 k^2 C_n^2 x)^{-3/5}.$$

Уменьшение среднего размера пучка в плоскости наблюдения за счет такой коррекции приводит к относительному увеличению интенсивности падающего поля. В ряде случаев эта простейшая форма коррекции может быть эффективно использована взамен полной фазовой коррекции, например, в системах, где необходимо минимизировать случайные блуждания пучка как целого, вплоть до низкочастотной случайной рефракции.

## 2. Сравнительные характеристики алгоритмов коррекции (1980)

Важным этапом были исследования сравнительных характеристик двух алгоритмов коррекции: обращения волнового фронта (ОВФ) и фазового сопряжения (ФС). В [3] рассматривался случай использования точечного опорного источника, который помещен в плоскости приема.

Таблица 1

	$\Omega \gg 1, \Omega^{-2} \left(\frac{1}{2} D_s(2a)\right)^{6/5} \ll 1$		$\Omega = 1$		$\Omega \ll 1$
	$x/f = 0$	$x/f = +1$	$x/f = 0$	$x/f = +1$	$R_0 \gg a,$ $R_0^2 \gg a^2 \Omega^{-2} \left[1 + \left(\frac{1}{2} D_s(2a)\right)^{6/5}\right]$
$R_0 \gg a$	$K \simeq -0,87 ((2 R_0^2)/a^2)^{-1/12}$	$K \simeq -0,82 ((2 R_0^2)/a^2)^{-1/12}$	$K \simeq -0,87 ((2 R_0^2)/a^2)^{-1/12}$	$K \simeq -0,84 ((2 R_0^2)/a^2)^{-1/12}$	$K \simeq -0,61 \Omega^{-1/6} ((2 R_0^2)/a^2)^{-1/12}$
$2 R_0^2 = a^2$	$K = -0,87$	$K \simeq -0,82$	$D_s(2a) \ll 1$		
			$K \simeq -0,81$	$K \simeq -0,78$	
			$D_s(2a) = 1 \dots 2$		
			$K \simeq -0,70$	$K \simeq -0,67$	
$R_0 \ll a$	$K = -0,7 (a^2/(2 R_0^2))^{-1/12} \Omega^{-1/6}$	$K \simeq -0,62 (a^2/(2 R_0^2))^{-1/12} \Omega^{-1/6}$	$D_s(2a) \gg 1$		
			$K \simeq -1,4 D_s^{-1/5}(2a)$	$K \simeq -1,34 D_s^{-1/5}(2a)$	
			$D_s(2a) \ll 1$		
$R_0 \ll a$	$K = -0,7 (a^2/(2 R_0^2))^{-1/12} \Omega^{-1/6}$	$K \simeq -0,62 (a^2/(2 R_0^2))^{-1/12} \Omega^{-1/6}$	$D_s(2a) \ll 1$		$K \simeq -0,85 \Omega^{-1/6} (a^2/(2 R_0^2))^{-1/12} \left(\frac{1}{2} D_s(2a)\right)^{-1/5}$
			$K \simeq -0,87 (a^2/(2 R_0^2))^{-1/12}$	$K \simeq -0,84 (a^2/(2 R_0^2))^{-1/12}$	
			$D_s(2a) = 1 \dots 2$		
			$K \simeq -0,81 (a^2/(2 R_0^2))^{-1/12}$	$K \simeq -0,78 (a^2/(2 R_0^2))^{-1/12}$	
			$D_s(2a) \gg 1$		
			$K \simeq -1,26 (a^2/(2 R_0^2))^{-1/12} \left(\frac{1}{2} D_s(2a)\right)^{-1/5}$	$K \simeq -1,17 (a^2/(2 R_0^2))^{-1/12} \left(\frac{1}{2} D_s(2a)\right)^{-1/5}$	

Пусть распространение оптического излучения описывается параболическим уравнением

$$\begin{cases} 2 i k \frac{\partial}{\partial x} U(x, \rho) + \nabla_{\rho}^2 U + k^2 \varepsilon_1(x, \rho) U = 0, \\ U(x_0, \rho) = U_0(\rho), \end{cases} \quad (10)$$

турбулентная среда заключена между плоскостями  $x = x_0$  (плоскость передачи) и  $x = x_1$  (плоскость приема). Поле в плоскости приема можно представить в виде разложения

$$U(x_1, \rho) = \int \int d^2 \rho_1 U_0(\rho_1) G(x_1, \rho; x_0, \rho_1), \quad (11)$$

где  $G$  – функция Грина для уравнения, сопряженного (10).

Рассмотрим остаточные искажения в оптическом излучении в плоскости приема при коррекции на основе <измерения> флуктуаций поля опорного источника – бакена, помещенного в плоскости  $x = x_1$  в точке  $\rho = \rho_b$ . Алгоритм ОВФ в начальное распределение поля  $U_0(\rho)$  вводит предыскажение

$$U_0(\rho)_c = U_0(\rho) G^*(x_1, \rho_b; x_0, \rho), \quad (12)$$

используя поле опорного источника. В результате данной коррекции можно обеспечить фокусировку плоской волны ( $U_0(\rho) = 1$ ) в точке бакена:

$$U(x_1, \rho)_c = \int \int d^2 \rho_1 G(x_1, \rho; x_0, \rho_1) G^*(x_1, \rho_b; x_0, \rho_1) = \delta(\rho - \rho_b).$$

Таким образом, алгоритм ОВФ исправляет поле (11) до уровня опорной волны.

Однако практическая реализация алгоритма ОВФ в ряде случаев затруднена, в схемах формирования оптического излучения через турбулентную атмосферу наибольшее применение находят адаптивные системы, работающие по алгоритму ФС.

Алгоритм ФС предполагает коррекцию тех искажений в оптической волне, которые связаны с влиянием случайно-неоднородной среды. Задача этого алгоритма – обеспечить оптической системе дифракционно-ограниченные характеристики. Для оценки качества настоящей коррекции рассмотрим поведение моментов распределения интенсивности скорректированного поля.

Алгоритм ФС вводят в исходное распределение предыскажений, которые (в отличие от (12)) учитывают только фазовые флуктуации в опорной сферической волне

$$U_0(\rho)_c = U_0(\rho) G^*(x_1, \rho_b; x, \rho) / G_0^*(x_1, \rho_b; x, \rho), \quad (13)$$

где  $G_0^*$  удовлетворяет однородному ( $\varepsilon_1 = 0$ ) уравнению (10).

Рассчитаем распределение средней интенсивности и дисперсию флуктуаций интенсивности скорректированного поля. Зададим исходное поле в виде гауссова пучка

$$U_0(\rho) = \exp(-\rho^2 / 2 a^2).$$

Распределение средней интенсивности скорректированного (по алгоритму ФС) поля дается [3] следующей формулой:

$$\begin{aligned} \langle I(x_1, \rho) \rangle_c = & \left( \frac{k}{2\pi(x_1 - x_0)} \right)^2 \int \int d^2 \rho_{1,2} U_0(\rho_1) U_0^*(\rho_2) \exp \left\{ i k \frac{(\rho_1^2 - \rho_2^2)}{2(x_1 - x_0)} - i k (\rho - \rho_b) \frac{\rho_1 - \rho_2}{x_1 - x_0} - D_s(x_1, \rho - \rho_b; x_0, 0) - \right. \\ & \left. - D_s(x_1, 0; x_0, \rho_1 - \rho_2) + \frac{1}{2} D_s(x_1, \rho_b - \rho; x_0, \rho_1 - \rho_2) + \frac{1}{2} D_s(x_1, \rho - \rho_b; x_0, \rho_1 - \rho_2) \right\}, \end{aligned} \quad (14)$$

где для степенного колмогоровского спектра флуктуаций показателя преломления структурная функция фазы выражается

$$D_s(x_1, \rho; x_0, \rho_1) = 2,91 k^2 \int_{x_0}^{x_1} d\xi C_n^2 \left| \frac{(x - x_0)}{(x_1 - x_0)} \rho + \frac{(x_1 - x)}{(x_1 - x_0)} \rho_1 \right|^{5/3}, \quad (15)$$

$C_n^2$  – структурный параметр показателя преломления.

Вакуумное распределение интенсивности в пучке

$$I_0(\mathbf{r}) = \frac{\Omega^2}{1 + \Omega^2} \exp\left(-\frac{\Omega q r^2}{1 + \Omega^2}\right),$$

здесь  $q = k r_0^2 / (x_1 - x_0)$ ,  $\Omega = k a^2 / (x_1 - x_0)$ ,  $\rho = \mathbf{r} r_0$ ,  $r_0 \approx (1,45 k^2 C_n^2 (x_1 - x_0))^{-3/5}$  – радиус когерентности поля. Рассмотрим широкие оптические пучки ( $\Omega \gg 1$ ), тогда из (14) имеем

$$\langle I(x_1, \mathbf{r}) \rangle_c \approx q \Omega \frac{\exp(-q r^2 / [q / \Omega(1 + \Omega^2) + 4 \gamma])}{q / \Omega(1 + \Omega^2) + 4 \gamma}, \quad (16)$$

где  $\gamma \approx 1$ . Следовательно, распределение средней интенсивности в результате коррекции практически не отличается от вакуумного пока  $q\Omega \gg 1$ , а для достаточно широкого пучка ( $\Omega \gg 1$ ) это может быть реализовано даже в области «сильных» флуктуаций ( $q < 1$ ).

Остановимся теперь на флуктуациях интенсивности скорректированного поля. В качестве меры интенсивности остаточных флуктуаций примем величину дисперсии  $\sigma_c^2$ . В области «слабых» флуктуаций ( $q \gg 1$ ,  $q > \Omega$ )  $\sigma_c^2 \sim (q/\Omega)^2 \ll 1$ , т.е. имеет место полное подавление флуктуаций. По мере роста флуктуаций, когда  $q\Omega > 1$ , но  $q < \Omega$   $\sigma_c^2 \sim 0,13 (q/\Omega)^{1/6} r^2$ . В области «сильных» флуктуаций, когда  $q \Omega < 1$ , коррекция практически отсутствует.

В заключение заметим, что алгоритм ФС на основе использования точечного опорного источника обладает достаточно высокой эффективностью: гарантируется хорошее воспроизведение распределения средней интенсивности и существенное уменьшение флуктуаций интенсивности в передаваемом излучении. При коррекции искажений в узком пучке на основе алгоритма ФС опорной волной может служить плоская волна или достаточно широкий пучок.

### 3. Коррекция случайных угловых смещений оптических пучков (1981)

В данном разделе мы рассмотрим коррекцию [4] случайных наклонов волнового фронта широкого ( $\Omega \gg 1$ ) оптического пучка. В результате коррекции случайных наклонов волнового фронта по алгоритму ФС скорректированное поле в плоскости  $x_1$  запишется как

$$U_c(x_1, \rho) = \int \int d^2 \rho_1 U_0(\rho_1) G(x_1, \rho; x_0, \rho_1) \exp(-i \alpha \rho_1), \quad (17)$$

где  $G$  – функция Грина;  $\alpha$  – вектор, характеризующий случайный наклон фазового фронта опорной сферической волны в плоскости  $x_0$  в пределах передающей апертуры. Коррекция по наклону вводится в виде предсказаний исходного распределения  $U_0(\rho)$  в плоскости  $x_0$ .

Естественно, что эффективность коррекции (17) будет зависеть от алгоритма определения вектора  $\alpha$ . Можно определять  $\alpha$ , пользуясь разложением фазы опорного источника по полиномам Цернике. Однако это технически сложно. Воспользуемся более простыми алгоритмами определения  $\alpha$ . К ним относится измерение вектора смещения центра тяжести изображения  $\rho_F$  опорного источника, формируемого линзой (фокусное расстояние  $F$ , апертура  $W(\rho)$ ), определяемого по формуле

$$\rho_F = -\frac{F}{k} \frac{\int \int d^2 \rho \nabla S(\rho) W(\rho)}{\int \int d^2 \rho W(\rho)}. \quad (18)$$

Отнесенное к фокусному расстоянию  $\rho_F$  дает количественную характеристику для поворота фазового фронта.

Для проведения дальнейших расчетов запишем [4] выражение для функции когерентности скорректированного поля (17) в виде

$$\Gamma_c(x_1, \rho_1, \rho_2) = \int \int d^4 r_{1,2} U_0(\mathbf{r}_1) U_0^*(\mathbf{r}_2) \langle G(x_1, \rho_1; x_0, \mathbf{r}_1) G^*(x_1, \rho_2; x_0, \mathbf{r}_2) \exp(-i \alpha (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)) \rangle. \quad (19)$$

При вычислении воспользуемся фазовым приближением [2] для функции Грина

$$\begin{aligned} \langle G(x_1, \rho_1; x_0, \mathbf{r}_1) G^*(x_1, \rho_2; x_0, \mathbf{r}_2) \exp(-i \alpha (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)) \rangle &= G_0(x_1, \rho_1; x_0, \mathbf{r}_1) G_0^*(x_1, \rho_2; x_0, \mathbf{r}_2) \times \\ &\times \langle \exp\{i [S(x_1, \rho_1; x_0, \mathbf{r}_1) - S(x_1, \rho_2; x_0, \mathbf{r}_2)] - i \alpha (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\} \rangle, \end{aligned}$$

где  $G_0(x_1, \rho_1; x_0, \mathbf{r}_1) = \frac{k}{2\pi i |x_1 - x_0|} \exp\left\{i k \frac{(\rho_1 - \mathbf{r}_1)^2}{2 |x_1 - x_0|}\right\}$  – функция Грина для свободного пространства. Для гауссова случайного поля  $S(x_1, \rho_1; x_0, \mathbf{r}_1)$  получаем

$$\begin{aligned} \langle \exp\{i [S(x_1, \rho_1; x_0, \mathbf{r}_1) - S(x_1, \rho_2; x_0, \mathbf{r}_2)] - i \alpha (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\} \rangle &= \exp\left\{-\frac{1}{2} D_s(x_1, \rho_1 - \rho_2; x_0, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + \right. \\ &+ \left. \frac{1}{2} \langle \alpha^2 \rangle (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2 + (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \langle \alpha ([S(x_1, \rho_2; x_0, \mathbf{r}_2) - \alpha \mathbf{r}_2] - [S(x_1, \rho_1; x_0, \mathbf{r}_1) - \alpha \mathbf{r}_1]) \rangle\right\}. \end{aligned} \quad (20)$$

При вычислении средней величины (20) ранее [5] предполагалось отсутствие корреляции случайных наклонов всего волнового фронта  $\alpha$  (в пределах апертуры) и высокочастотных фазовых флуктуаций  $S(\mathbf{r}) - \alpha \mathbf{r}$ . На основе аппроксимации Фрида, для гауссова пучка

$$U_0(\mathbf{r}) = \exp[-r^2 (1/2 a^2 + i k / 2 f)]$$

приходим к следующему выражению:

$$\begin{aligned} \langle I_c(x_1, \mathbf{r}) \rangle &= \frac{q \Omega}{4 \pi} \int \int d^2 \rho \exp\left\{-\frac{q}{4 \pi} \left(1 + \frac{\Omega^2 (q - q_F)^2}{q^2}\right) \rho^2 + i q \mathbf{r} \rho - 0,54 k^2 C_n^2 (x_1 - x_0) r^{5/3} \rho^{5/3} + \right. \\ &+ \left. 0,34 k^2 C_n^2 (x_1 - x_0) a_0^{1/3} r_0^2 \rho^2\right\}, \end{aligned} \quad (21)$$

где  $\Omega = k a^2 / (x_1 - x_0)$ ,  $q_F = k r_0^2 / F$ . Здесь  $a_0$  – размер апертуры устройства, измеряющего на основе алгоритма (18) случайный наклон волнового фронта  $\alpha$ . Анализируя (21), можно показать, что соответствующим выбором размера следащей апертуры  $a_0$  удастся приблизить распределение  $\langle I_c(x_1, \mathbf{r}) \rangle$  к вакуумному. Оказывается, что оптимальное  $a_0 \approx 2 r_0$ . Данная адаптивная коррекция эффективна для  $q \Omega \gg 1$ .

При экспериментальной проверке полученных здесь результатов [4] использовалась оптическая схема, приведенная на рис. 2. Измеритель 5 представлял собой оптико-электронное устройство, обеспечивающее измерение смещения центра тяжести изображения опорного пучка. Сигнал, вырабатываемый измерителем, подавался на металлокерамический дефлектор 6, который изменял направление распространения оптического пучка. Использовался коллимированный ( $a = 1$  см) лазерный пучок, дистанция распространения излучения в атмосфере составляла 130 м при высоте луча над подстилающей поверхностью 1,5 м. Регистрация распределения средней интенсивности в пучке осуществлялась с помощью фотопленки. На рис. 3 показаны сечения распределения средней интенсивности оптического пучка с коррекцией (1) и без коррекции (2). Налицо увеличение осевой интенсивности в результате коррекции.

Возможна модификация схемы коррекции с использованием отраженного излучения в качестве опорного. При этом отражение происходило плоским зеркалом 7.

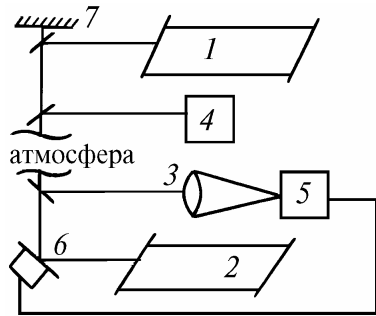


Рис. 2. Блок-схема оптической установки: 1, 2 – источники лазерного (опорный и исходный) излучения; 3 – длиннофокусный объектив; 4 – фоторегистратор; 5 – измеритель флуктуаций углов прихода; 6 – дефлектор оптического пучка; 7 – зеркальный отражатель

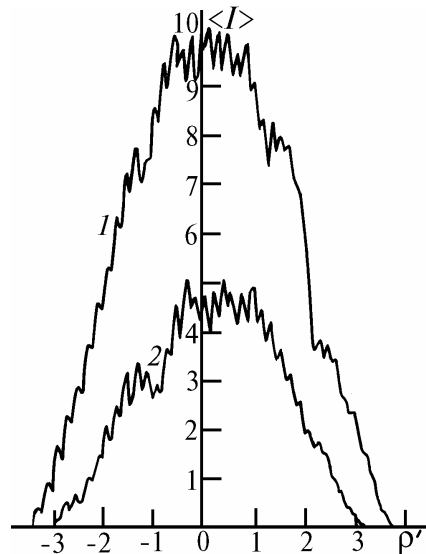


Рис. 3. Сравнение распределения средней интенсивности скорректированного поля – 1 и поля без коррекции – 2

Вернемся теперь к вопросу о корреляции между высокочастотными флуктуациями фазы и наклоном волнового фронта. Известно, что в результате коррекции наклонов фаза волны запишется в виде

$$S(\mathbf{r}) - \alpha \mathbf{r}.$$

Структурная функция этой фазы выражается через свои составляющие

$$D_c(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle [S(\mathbf{r}_1) - \alpha \mathbf{r}_1] - [S(\mathbf{r}_2) - \alpha \mathbf{r}_2]^2 \rangle = D_s(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) - \frac{1}{2} \langle \alpha^2 \rangle (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2 - 2(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \langle \alpha [S(\mathbf{r}_1) - S(\mathbf{r}_2)] \rangle, \quad (22)$$

где угловые скобки означают усреднение по ансамблю случайной функции. Для колмогоровской турбулентности при условии  $(\kappa_m a_0 \gg 1)$  получаем

$$D_s(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \approx 1,09 k^2 C_n^2(x_1 - x_0) |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^{5/3} - 0,68 k^2 C_n^2(x_1 - x_0) a_0^{-1/3} |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2 + \\ + 1,53 k^2 C_n^2(x_1 - x_0) a_0^{-1/3} \left\{ {}_1F_1\left(\frac{1}{6}, 2; -\frac{r_1^2}{2a_0^2}\right) r_1 (r_1 - r_2 \cos(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)) + \right. \\ \left. + {}_1F_1\left(\frac{1}{6}, 2; -\frac{r_2^2}{2a_0^2}\right) r_2 (r_2 - r_1 \cos(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)) \right\}. \quad (23)$$

Основной особенностью функции  $D_s(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  в отличие от (21) является ее положительная определенность для любых  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ . Это дает физически правильные результаты при любых соотношениях между  $a$  и  $r_0$ . Анализ [4] распределения средней интенсивности при учете корреляции наклонов и высокочастотных фазовых флуктуаций показывает, что если размер пучка  $a \gg r_0$ , то  $\langle I_c(x_1, \mathbf{r}) \rangle \approx \langle I(x_1, \mathbf{r}) \rangle$ , т.е. коррекция только случайных наклонов волнового фронта не приводит к увеличению средней интенсивности.

#### 4. Принцип взаимности и адаптивное управление параметрами оптического излучения (1982)

В данном разделе предлагается несколько простейших вариантов применения адаптивного управления параметрами пучка, основанных на принципе взаимности распространения из-



лучения в неоднородной среде. При этом информация о распределении неоднородностей среды по трассе распространения излучения извлекается из распределения интенсивности в плоскости изображения объекта [6].

Поле оптического пучка в точке  $(L, \mathbf{R})$  неоднородной среды можно записать в виде

$$U_b(L, \mathbf{R}) = \int \int d^2\rho U_0(\rho) G(L, \mathbf{R}; 0, \rho), \quad (24)$$

где  $G(\dots)$  – функция Грина или поле сферической волны. Поместим в точку  $(L, \mathbf{R})$  точечный объект, в плоскости  $x = 0$  находится оптическая система. Рассмотрим поле от этого объекта в плоскости  $x = -l$ :

$$U_s(-l, \mathbf{r}) = \int \int d^2\rho G(L, \mathbf{R}; 0, \rho) A(\rho) \exp(i S(\rho)) G_0(0, \rho; -l, \mathbf{r}). \quad (25)$$

Здесь  $A(\rho)$  – амплитудный коэффициент пропускания приемной оптической системы;  $S(\rho)$  – фазовый набег, вносимый оптической системой;  $G_0$  – функция Грина для однородной среды. В силу принципа взаимности [7, 6]

$$G(x_0, \rho_0; x, \rho) = G(x, \rho; x_0, \rho_0).$$

Сравнивая (24) и (25), нетрудно заметить, что при выполнении условия

$$U_0(\rho) = \frac{k}{2\pi i l} A(\rho) \exp(i S(\rho)) \exp\left(i \frac{k \rho^2}{2l} - i k \frac{\mathbf{r} \cdot \rho}{l}\right) \quad (26)$$

поле когерентного пучка в точке  $(L, \mathbf{R})$  с точностью до постоянного множителя совпадает с полем излучения от точечного источника в точке  $\mathbf{r}$  плоскости  $x = -l$ , т.е.

$$U_b(L, \mathbf{R}) = l U_s(-l, \mathbf{r}). \quad (27)$$

Последнее соотношение является точным следствием принципа взаимности и означает, что поле точечного источника, помещенного в точку  $(L, \mathbf{R})$  неоднородной среды, прошедшее через отверстие с амплитудно-фазовым коэффициентом пропускания  $A(\rho) \exp(i S(\rho))$  и наблюдаемое в точке  $(-l, \mathbf{r})$  совпадает с полем излучения точечного источника, помещенного в точку  $(-l, \mathbf{r})$ , прошедшего через то же отверстие и наблюдаемого в точке  $(L, \mathbf{R})$  неоднородной среды.

Ниже рассмотрим несколько вариантов использования этой взаимности для управления параметрами пучка с целью максимизации интенсивности излучения в удаленной точке [6].

#### *Выбор момента излучения импульса*

Для решения этой задачи следует регистрировать распределение интенсивности от точечного бакена в точке  $(-l, \mathbf{r})$  за оптической системой с амплитудно-фазовым пропусканием  $A(\rho) \exp(i S(\rho))$ , определяемым из (26), и излучать лазерный импульс через ту же оптическую систему в тот момент времени, когда интенсивность излучения от бакена будет иметь значительный положительный выброс интенсивности. Естественно, что время прохождения импульса до объекта не должно превосходить время заморозки амплитудно-фазового распределения. И еще, при использовании коллимированного пучка плоскость наблюдения должна совпадать с фокальной плоскостью оптической системы. При наведении сфокусированного пучка регистрацию интенсивности следует проводить в плоскости изображения объекта.

#### *Наведение оси пучка на точечный объект*

В этом случае ставится задача о выборе такого направления оси пучка, которое максимизирует  $I_b(L, \mathbf{R}) = U_b U_b^*$ . Изменение направления оси пучка эквивалентно введению фазовой добавки в начальное распределение поля, т.е. в данном случае

$$U_0(\rho) = U_0 \exp(i k \gamma \rho),$$

где  $\gamma$  – вектор наклона оси пучка. При данном расстоянии от плоскости наблюдения до плоскости приемной апертуры  $(-l)$  выберем амплитудно-фазовый коэффициент пропускания так, чтобы

$$A(\rho) \exp(i S(\rho)) = C U_0 \exp(i k \rho^2 / 2 l). \quad (28)$$

Выполнение (28) гарантирует, что условие согласования (26) будет выполнено при

$$\gamma = -r / l.$$

Таким образом, наилучшими в смысле максимизации интенсивности на объекте направлениями оси излучения будут направления, соответствующие таким  $\gamma$ , в плоскости регистрации интенсивности которых интенсивность излучения объекта максимальна. При наведении непрерывного излучения на объект необходимо удерживать ось пучка на направлении, определяемом самой яркой точкой распределения интенсивности. Рассматриваемый способ обеспечивает также автоматическое отслеживание собственного движения объекта.

*Наведение и фокусировка излучения ограниченного когерентного пучка*

В данном случае необходимо наилучшим образом выбрать вектор наклона и фокусное расстояние пучка по данным о распределении интенсивности в некоторой области за оптической системой. Таким образом, начальное распределение поля имеет вид

$$U_0(\rho) = U_0 \exp(i k \gamma \rho - i k \rho^2 / 2 F), \quad (29)$$

где вектор наклона оси пучка  $\gamma$  и фокусное расстояние пучка  $F$  и являются объектами управления. Условие (26) будет выполнено, если

$$\gamma = -r / l, \quad 1 / F = 1 / f - 1 / l. \quad (30)$$

При выполнении (30)  $I_b(L, \mathbf{R}) \sim l^2 I_s(-l, \mathbf{r})$ , т.е. интенсивность излучения точечного источника в точке  $(-l, \mathbf{r})$  за оптической системой будет пропорциональна интенсивности пучка, вектор наклона оси которого  $\gamma$  и фокусное расстояние определяются согласно (30).

Таким образом, наилучшее фокусное расстояние пучка  $F$  и вектор наклона его оси  $\gamma$ , т.е. такая точка  $(-l, \mathbf{r})$ , где  $I(-l, \mathbf{r})$  – максимально, определяются соотношением (30).

Известно, что при локации объекта интенсивность отраженного сигнала флуктуирует как квадрат интенсивности поля на объекте, следовательно, в том случае, когда достигается максимум принимаемого сигнала, максимизируется и интенсивность на объекте. Поэтому все описанные выше способы управления параметрами пучка возможны и при использовании отраженного излучения [6].

### **5. «Квазимодовая» коррекция изображения, прошедшего через случайно-неоднородную среду (1982)**

В данном разделе [8] проводится сравнение характеристик поля при алгоритмах модовой коррекции (двух первых мод) и коррекции, основанной на анализе моментов распределения интенсивности в плоскости изображения. При этом может решаться задача как по нацеливанию оптического пучка через атмосферу с использованием опорного источника, так и по улучшению качества формируемого телескопом изображения звезды.

Пусть на апертуру телескопа с радиусом  $R_a$  падает световая волна с искаженным фронтом. Для того чтобы обеспечить телескопу дифракционно-ограниченные характеристики, необходимо соответствующим способом дополнить измеренный волновой фронт до плоского. Здесь мы рассмотрим алгоритм модовой фазосопряженной коррекции, ограничившись коррекцией случайных наклонов фазового фронта по осям  $Y$  и  $Z$ . Тогда фаза волны на апертуре телескопа в результате такой коррекции запишется в виде

$$\Phi_c(\mathbf{r}) = \Phi(\mathbf{r}) - \sum_{j=2}^3 a_j F_j(\mathbf{r}/R_a), \quad (31)$$

где  $F_2(\mathbf{r}/R_a) = 2y/R_a$ ,  $F_3(\mathbf{r}/R_a) = 2z/R_a$  – первые моды Цернике;

$$a_j = \frac{1}{R_a^2} \int_{-}^{+\infty} \int_{-}^{+\infty} d^2 r \Phi(\mathbf{r}) F_j(\mathbf{r}/R_a) W(\mathbf{r}/R_a).$$

В результате такой модовой коррекции распределение средней интенсивности в фокальной плоскости телескопа ( $x = f$ ) дается следующим выражением:

$$\begin{aligned} \langle I_f(\rho) \rangle = & \frac{k^2}{4\pi^2 f^2} \int \int d^4 \rho_{1,2} W(\rho_1/R_a) W(\rho_2/R_a) \exp \left\{ -i k \rho \frac{(\rho_1 - \rho_2)}{f} \right\} \langle \exp \{ i [\Phi(\rho_1) - \Phi(\rho_2)] - \\ & - i \sum_{j=2}^3 a_j [F_j(\rho_1/R_a) - F_j(\rho_2/R_a)] \} \rangle. \end{aligned} \quad (32)$$

Для гауссова случайного поля  $F(r)$  в результате усреднения для величины, стоящей в угловых скобках, имеем

$$\begin{aligned} \langle \dots \rangle = & \exp \left\{ -\frac{1}{2} D_\Phi(\rho_1 - \rho_2) + 2 \frac{\langle a_2^2 \rangle}{R_a^2} (\rho_1 - \rho_2)^2 + \right. \\ & \left. + \langle a_2 a_8 \rangle \left[ \frac{6\sqrt{8}}{R_a^4} (\rho_1^4 + \rho_2^4) - \rho_1 \rho_2 (\rho_1^2 + \rho_2^2) - \frac{4\sqrt{8}}{R_a^2} (\rho_1 - \rho_2)^2 \right] \right\}, \end{aligned} \quad (33)$$

где для колмогоровской турбулентности

$$\begin{aligned} D_\Phi(\rho_1 - \rho_2) = & 6.88 (|\rho_1 - \rho_2|/r_0)^{5/3}, \quad \langle a_2^2 \rangle = \langle a_3^2 \rangle = 1.42 (R_a/r_0)^{5/3}, \\ \langle a_2 a_8 \rangle = & \langle a_3 a_7 \rangle = -0.045 (R_a/r_0)^{5/3}, \end{aligned}$$

$r_0$  – радиус когерентности.

Ранее [5] анализировалась оптическая передаточная функция  $\langle \tau(\rho) \rangle$  для телескопа, работающего через атмосферу, в случае отсутствия корреляции скорректированных наклонов и высокочастотных фазовых флуктуаций. В используемых здесь обозначениях это соответствует ( $\langle a_2 a_8 \rangle = 0$ )

$$\langle \tau(\rho) \rangle = K_0(\rho) \exp \left\{ -3.44 (\rho/r_0)^{5/3} + 2.86 R_a^{-1/3} \rho^2 r_0^{-5/3} \right\}, \quad (34)$$

где  $K_0(\rho)$  – оптическая передаточная функция телескопа в вакууме. Известно, что урезанное выражение (34) дает физически правильные результаты только для достаточно слабой турбулентности ( $r_0 > R_a/2$ ).

Используя (33), можно выразить оптическую передаточную функцию с учетом корреляции  $\langle a_2 a_8 \rangle$ . Для гауссовой эффективной апертуры телескопа ( $W(\rho) = \exp(-\rho^2/2R_a^2)$ ):

$$\langle \tau(\rho) \rangle = \left[ 1 + 2.41 \frac{\rho^2}{R_a^2 r_0^{5/3}} \right]^{-1} \exp \left\{ -3.44 (\rho/r_0)^{5/3} + 3.35 \rho^2 R_a^{-1/3} r_0^{-5/3} - 0.24 \rho^4 R_a^{-7/3} r_0^{-5/3} \right\}. \quad (35)$$

Естественно, что учет большего числа мод разложения (31) при коррекции приближает оптическую систему к дифракционной. Вместе с тем модовая коррекция требует измерения фазы  $F(r)$  в пределах всей апертуры телескопа.

Для упрощения этой процедуры попытаемся ограничиться для наинизшего порядка коррекции анализом моментов распределения интенсивности в плоскости изображения (см. рис. 1) вспомогательной следящей апертуры  $\Sigma$ . В частности, первый момент определяет положение центра тяжести изображения и характеризует угол прихода волнового фронта. Воспользуемся соотношением [7]

$$\alpha = -\frac{1}{k \Sigma} \int \int_\Sigma d^2 \rho \nabla_\rho \Phi(\rho), \quad (36)$$

тогда скорректированная фаза

$$\Phi_c(\rho) = \Phi(\rho) + \alpha \rho k.$$

В нашей работе [8] получено выражение для распределения средней интенсивности изображения, формируемого в турбулентной атмосфере:

$$\begin{aligned} \langle I_t(\rho) \rangle = & \frac{k^2}{4\pi^2 f^2} \int \int d^4 \rho_{1,2} W(\rho_1/R_a) W(\rho_2/R_a) \exp\left\{-i k \rho \frac{(\rho_1 - \rho_2)}{f}\right\} \exp\left\{-3.44 \left|\rho_1 - \rho_2\right|^{5/3} r_0^{-5/3} + \right. \\ & \left. + 2.66 \left|\rho_1 - \rho_2\right|^2 R^{-1/3} r_0^{-5/3} - 5.73 R^{-1/3} r_0^{-5/3} \left[\frac{\rho_1(\rho_1 - \rho_2)}{(\rho_1/R + 1)^{1/3}} - \frac{\rho_2(\rho_1 - \rho_2)}{(\rho_2/R + 1)^{1/3}}\right]\right\}. \end{aligned} \quad (37)$$

Анализ последнего выражения показывает, что соответствующим выбором размера следящей апертуры  $R$  при такой «квазимодовой» коррекции удастся обеспечить такой же уровень остаточных искажений, как и в случае коррекции первых двух мод (35). Оптимальное значение размера следящей апертуры  $R$  зависит от радиуса апертуры телескопа  $R_a$  и  $r_0$ .

Развитие данного алгоритма может идти по пути определения мгновенного фокуса принимаемого фазового фронта и обеспечения компенсации дефокусировки. При этом мгновенный фокус может определяться оценкой высших моментов распределения интенсивности изображения.

Описанный здесь достаточно простой алгоритм коррекции может быть рекомендован для улучшения качества изображения в телескопах.

В этой же работе [8] проведены оценки требуемой полосы частот датчика волнового фронта для обеспечения модовой адаптивной коррекции.

#### 6. Адаптивная коррекция изображения, использующая точечный опорный источник (1982)

Рассмотрим [9] задачу улучшения качества изображения когерентного протяженного объекта, формируемого оптической системой через атмосферу, с использованием адаптивной коррекции. При этом реализуется коррекция по алгоритму фазового сопряжения, а информация о распределении турбулентных неоднородностей среды по трассе распространения извлекается из измерения фазы поля опорного источника.

Опорный источник как объект с известным амплитудно-фазовым распределением, находящийся на известном расстоянии, может быть сформирован непосредственно на поверхности объекта, который анализируется в оптической системе. Это может быть также опорный источник, вынесенный на бесконечность (опорная звезда) или расположенный между объектом и апертурой телескопа [9].

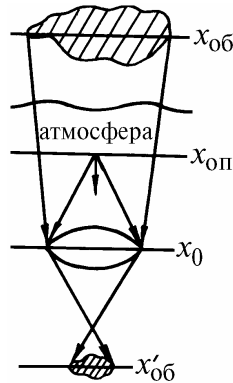


Рис. 4. Схема относительного размещения протяженного объекта, опорного источника, апертуры телескопа и плоскости изображения

Рассмотрим следующую схему (рис. 4) эксперимента: протяженный объект расположен в плоскости объекта хоб, точечный опорный источник – в плоскости хоп, а входная апертура телескопа – в плоскости х0. Телескоп будем описывать эквивалентной линзой с входной апертурой  $W(\rho)$ , вносящей фазовый член  $\exp(-i k \rho^2 / 2f)$ , где  $f$  – фокусное расстояние телескопа.

Так как опорный источник будем рассматривать как когерентный и точечный, то фаза волны от него в плоскости входной апертуры  $x_0$  может быть записана в виде

$$S_{\text{оп}}(x_0, \rho) = k \rho^2 / 2 (x_{\text{оп}} - x_0) + S(x_0, \rho; x_{\text{оп}}, 0),$$

где  $S$  – обусловленная турбулентностью случайная фаза сферической волны при ее распространении из плоскости  $x_{\text{оп}}$  в плоскость  $x_0$ .

В случае вертикального распространения излучения (телескоп нацелен в зенит) для обеспечения эффективной работы опорный источник должен располагаться несколько выше эффективного слоя атмосферной турбулентности.

Для коррекции искажения будем использовать алгоритм фазового сопряжения. Тогда скорректированное поле в плоскости изображения объекта  $x'_{\text{об}}$  запишется в виде

$$U_{\text{из}}(x'_{\text{об}}, \rho) = \int \int d\rho_1 d^2r_1 U_{\text{об}}(\mathbf{r}_1) W(\rho_1) \exp(-i k \rho_1^2 / 2 f) G_0(x'_{\text{об}}, \rho; x_0, \rho_1) G(x_0, \rho_1; x_{\text{об}}, \mathbf{r}_1) \exp(-i S(x_0, \rho_1; x_{\text{оп}}, 0)), \quad (38)$$

где  $U_{\text{об}}(\mathbf{r}_1)$  – распределение поля объекта;  $\mathbf{r}_1$  – переменная интегрирования по точкам объекта;  $\rho_1$  – переменная интегрирования по апертуре телескопа. При расчетах мы воспользуемся [2] следующим выражением для структурной функции фазы:

$$D_s(x, \rho; x', \rho') = 2.91 k^2 \int_{x'}^x d\xi C_n^2(\xi) \left| \frac{(\xi - x')}{(x - x')} \rho + \frac{(\xi - x)}{(x - x')} \rho' \right|^{5/3}. \quad (39)$$

Входящая в интеграл (39) структурная характеристика показателя преломления  $C_n^2$  зависит от переменной интегрирования по трассе распространения.

Для системы «атмосфера – телескоп» введем оптическую передаточную функцию

$$\langle I(f, \rho) \rangle = \frac{k^2}{4\pi^2 f^2} \int \int d^2r \langle \tau(\mathbf{r}) \rangle \exp(-i k \mathbf{r} \rho). \quad (40)$$

здесь  $\langle I(f, \rho) \rangle$  – распределение средней интенсивности в плоскости изображения. В результате вычислений для гауссовой апертуры телескопа ( $W(\rho) = \exp(-\rho^2 / 2 R^2)$ ) получаем:

$$\langle \tau(r) \rangle = \pi R^2 \frac{\Omega_{\text{об}}^2}{(1 + \Omega_{\text{об}}^2 + \Omega_R \Omega_{\text{об}} + 4 \Omega_{\text{об}}^2 / \Omega_a)} \exp \left\{ -\frac{r^2}{4 R^2} \left[ 1 + \frac{4 \Omega_R}{\Omega_{\text{эф}}} + \frac{\Omega_R \Omega_{\text{об}} (1 + \Omega_{\text{об}} / \Omega_a)}{(1 + 4 \Omega_{\text{об}}^2 / \Omega_a + \Omega_{\text{об}}^2)} + \frac{\Omega_R^2 (1 + 4 \Omega_{\text{об}}^2 / \Omega_a)^2}{(1 + 4 \Omega_{\text{об}}^2 / \Omega_a + \Omega_{\text{об}}^2)(1 + 4 \Omega_{\text{об}}^2 / \Omega_a + \Omega_{\text{об}}^2 + \Omega_R \Omega_{\text{об}})} \right] \right\}, \quad (41)$$

где

$$\Omega_a = \frac{k r_a^2}{x_{\text{об}} - x_0}; \quad \Omega_{\text{об}} = \frac{k a_{\text{об}}^2}{(x_{\text{об}} - x_0)}; \quad \Omega_R = \frac{k R^2}{x_{\text{об}} - x_0}; \quad \Omega_{\text{эф}} = \frac{k r_{\text{эф}}^2}{(x_{\text{об}} - x_0)}; \quad (42)$$

$a_{\text{об}}$  – размер объекта;  $r_a = \frac{x_{\text{об}}}{x_{\text{оп}} - x_0} (2.68 k^2 \int_{x_0}^{x_{\text{оп}}} d\xi C_n^2(\xi))^{-3/5}$  – размер зоны изопланатизма атмосферы;

$r_{\text{эф}}$  – эффективный радиус когерентности, который определяется неоднородностями атмосферы выше опорного источника. Из определения (42) область изопланатизма в плоскости объекта видна под тем же углом, под каким виден радиус когерентности эффективного слоя атмосферы через этот слой.

Таким образом, оптическая передаточная функция (41) существенно зависит от соотношения размера телескопа и эффективного радиуса когерентности ( $\Omega_R / \Omega_{\text{эф}} = R^2 / r_{\text{эф}}^2$ , размеров объекта и зоны изопланатизма ( $\Omega_{\text{об}} / \Omega_a = a_{\text{об}}^2 / r_a^2$ ), а также от комбинации этих параметров.

Используя введенную оптическую передаточную функцию, можно рассчитать разрешение совокупной оптической системы «атмосфера – телескоп»

$$\mathfrak{R} = \int \int d^2 \kappa \langle \tau(\kappa) \rangle, \quad (43)$$

где  $k = k r / f$  – пространственная частота. Используя (43) и (41) для случая ( $\Omega_{\text{об}} \gg \Omega_R$ ,  $\Omega_{\text{об}} \gg 1$ ,  $\Omega_{\text{эф}} \gg \Omega_R$ ), получаем

$$\mathfrak{R} = 2\pi k^2 / f^2 [1/R^2 + 4/r_a^2 + 4/r_{\text{эф}}^2]. \quad (44)$$

Следовательно, разрешение определяется минимальной величиной из размера телескопа  $R$ , эффективного радиуса когерентности  $r_{\text{эф}}$  и радиуса изопланатизма  $r_a$ . При заданном размере телескопа и высоте расположения объекта, которая определяет размер изопланатизма  $r_a$ , можно, выбирая положение опорного источника  $x_{\text{оп}}$ , увеличить  $r_{\text{эф}}$ . Если поместить опорный источник на сам объект, то практически получаем  $r_{\text{эф}} = \infty$

$$\mathfrak{R} = 2\pi k^2 / f^2 (1/R^2 + 4/r_a^2).$$

В этом случае разрешение системы лимитируется размером области изопланатизма  $r_a$  [9].

В заключение отметим, что эффективность атмосферной адаптивной оптической системы с использованием опорного источника может быть существенно увеличена. Выбор высоты расположения опорного источника определяется как видом профиля  $C_n^2$  по трассе распространения, так и уровнем допустимых остаточных искажений, при котором обеспечивается формирование изображения. Оптическая система формирует безаберрационное изображение только одной изопланарной области. Выбором положения опорного источника разрешение оптического устройства можно довести до предельного, определяемого размером изопланарной области, а следовательно, начиная с высот, для которых  $r_a > R$ , можно иметь дифракционное разрешение.

## 7. Динамические характеристики адаптивных оптических систем (1984)

Известно, что адаптивная оптическая система как система с обратной связью обладает конечным быстродействием, а следовательно, ограниченной полосой частот. В этом разделе рассматривается [10] влияние запаздывания по времени на эффективность работы адаптивной системы. Для оценки качества коррекции используем параметр Штреля (относительное изменение осевой интенсивности).

Если не учитывать переходные процессы в цепи обратной связи адаптивной системы, то ее можно рассматривать как систему с постоянным временным запаздыванием (временная задержка  $\tau$ ), которое можно интерпретировать как время срабатывания адаптивного контура. Это означает, что за счет запаздывания мы управляем адаптивной системой на основе предыдущих измерений фазы поля опорного источника. Таким образом, возникает задача определения допустимой величины задержки  $\tau$  и соответствующей ей полосы частот  $\Delta f$  контура обратной связи всей адаптивной системы.

Используя фазовое приближение метода Гюйгенса-Кирхгофа, запишем осевую среднюю интенсивность скорректированного поля:

$$\begin{aligned} \langle I(0, \tau) \rangle = & \frac{1}{\lambda^2 f^2} \int \int d^2 \rho_{1,2} A(\rho_1) A^*(\rho_2) \exp\left(-ik \frac{(\rho_1^2 - \rho_2^2)}{2l}\right) \langle \exp \{i [S(0, \rho_1; l, 0; t + \tau) - \\ & - S(0, \rho_2; l, 0; t + \tau)] - i [S(0, \rho_1; l, 0; t) - S(0, \rho_2; l, 0; t)]\} \rangle. \end{aligned} \quad (45)$$

Здесь  $A(\rho)$  – начальное распределение поля;  $l$  – расстояние прохождения оптической волны в случайно-неоднородной среде;  $t$  – текущий момент времени;  $\tau$  – постоянная задержка по вре-

мени. Далее используем укороченную запись  $S(\rho, t)$  для флуктуаций фазы сферической волны  $S(0, \rho; l, 0; t)$ . Воспользуемся гипотезой замороженности для фазовых флуктуаций

$$S(\rho, t + \tau) = S(\rho + \mathbf{v} \tau, t),$$

где  $\mathbf{v}$  – вектор скорости ветра. В результате расчетов [10, 11] имеем

$$\langle I(0, \tau) \rangle = \lambda^{-2} l^{-2} \int \int d^4 \rho_{1,2} A(\rho_1) A^*(\rho_2) \exp\left(-ik \frac{(\rho_1^2 - \rho_2^2)}{2l} - 12 \langle a_4^2 \rangle \frac{\tau^2 v^2}{R^4} (\rho_1 - \rho_2)^2\right), \quad (46)$$

где для колмогоровской турбулентности

$$\langle a_4^2 \rangle = 0.074 (R / r_0)^{5/3},$$

$R$  – радиус круга разложения фазы (это радиус приемной апертуры телескопа или оптического пучка). Например, при фокусировке [11] пучка через турбулентную атмосферу получаем

$$\langle I(0, \tau) \rangle = \Omega^2 (1 + 3.52 \tau^2 v^2 r_0^{-5/3} a^{-1/3})^{-1}.$$

Тогда условием эффективной коррекции является неравенство

$$\tau \ll (r_0/v) (a/r_0)^{1/6}, \quad (47)$$

где  $r_0$  – радиус когерентности для сферической волны;

$$\Omega = k a^2/l, \quad v = |\mathbf{v}|$$

Функции дискретного управления с временным интервалом  $\tau$  соответствует частотный спектр вида  $\sin(\pi f \tau)/(\pi f \tau)$ . Поэтому если оценить полосу частот как первый нуль функции  $\sin x/x$ , то получим, что соответствующая полоса частот контура обратной связи адаптивной системы

$$\Delta f \sim 1/\tau \gg (v/r_0) (r_0/a)^{1/6}. \quad (48)$$

Следует заметить, что наряду с системой постоянного временного запаздывания можно предложить систему, где корректирующая фаза в момент времени  $(t + \tau)$  конструируется как прогноз вида

$$\hat{S}(\rho, t + \tau) = S(\rho, t) + \nabla_\rho S(\rho) \mathbf{v} \tau. \quad (49)$$

Тогда допустимая временная задержка  $\tau_1$  дается следующей формулой

$$\tau_1 \gg (r_0/v) (a/r_0)^{7/12}. \quad (50)$$

Сравнивая (47) и (50), видим, что если для коррекции использовать измерения не только фазы, но и ее производных  $(\frac{\partial S}{\partial y}, \frac{\partial S}{\partial z})$ , то допустимая временная задержка  $\tau_1$ , при которой происходит эффективная коррекция, существенно увеличивается:

$$\tau_1 / \tau = (a/r_0)^{5/12}. \quad (51)$$

Из (51) видно, что адаптация по алгоритму (49) допускает существенно большие временные задержки. Выигрыш во времени по сравнению с традиционной адаптацией тем выше, чем сильнее фазовые искажения (чем больше отношение  $a / r_0$ ).

Предложенная схема коррекции (49) достаточно легко осуществима, поскольку в фазовых измерителях измеряется, как правило, не сама фаза, а ее производная или разность фаз.

## 8. Прогнозирующие адаптивные системы (1985)

Следующим шагом в развитии теории атмосферных адаптивных оптических систем явилось [11] введение нового класса – прогнозирующих систем.

Сравнивая различные динамические режимы работы [11] адаптивных оптических систем, мы имеем дело с проблемой пересчета текущих измеряемых значений фазы на последующие моменты времени. В то же самое время мы можем это рассматривать как проблему предсказания случайной фазы оптической волны в момент времени  $t + \tau$  на основе измерений, выполненных в момент времени  $t$ .

Сравним три схемы предсказания (пересчета) для случайной фазы оптической волны. Будем использовать обозначение – «Λ» для указания того, что данная величина является предсказанной.

1) Предсказание случайной величины  $S(r, t + \tau)$ , основанной на ее среднем значении. Эта адаптивная схема фактически представляет собой режим работы системы без адаптивной коррекции:

$$\hat{S}(\mathbf{r}, t + \tau) = \langle S(\mathbf{r}, t) \rangle = m,$$

где  $m$  – среднее значение случайной величины  $S(r, t)$ , как правило,  $m = 0$ .

2) Предсказание, основанное на последнем (текущем) измеренном значении. Эта схема фактически соответствует режиму адаптивной коррекции с постоянным запаздыванием:

$$\hat{S}(\mathbf{r}, t + \tau) = S(\mathbf{r}, t).$$

3) Использование статистического предсказания на основе предыдущих измерений:

$$\hat{S}(\mathbf{r}, t + \tau) = b_S(\tau) S(\mathbf{r}, t).$$

Здесь  $b_S(\tau)$  – нормированная временная корреляционная функция флуктуаций фазы.

Будем характеризовать качество прогнозирования («предсказания») на основе статистических моментов отклонения прогнозируемой величины от ее реальной величины. Например, величина [3] дисперсии

$$\langle e^2 \rangle = \langle [S(\mathbf{r}, t + \tau) - \hat{S}(\mathbf{r}, t + \tau)]^2 \rangle$$

будет характеризовать качество восстановления среднего поля. Используя все три схемы предсказания, мы получаем соответственно

$$\langle e^2 \rangle_1 = \sigma_S^2, \quad \langle e^2 \rangle_2 = 2 \sigma_S^2 [1 - b_S(\tau)] = D_S(v \tau), \quad \langle e^2 \rangle_3 = \sigma_S^2 [1 - b_S^2(\tau)],$$

где  $\sigma_S^2$  – дисперсия флуктуаций фазы;  $D_S(v \tau)$  – структурная функция фазы.

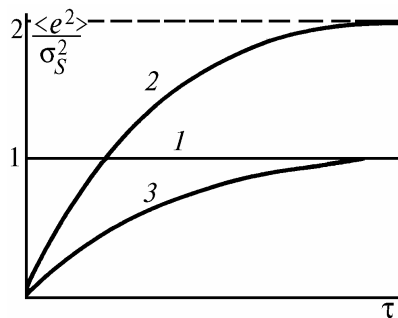


Рис. 5. Поведение относительной дисперсии «прогноза»:  $1 - \langle e^2 \rangle_1 / \sigma_S^2$  – при прогнозе по схеме 1,  $2 - \langle e^2 \rangle_2 / \sigma_S^2$ ,  $3 - \langle e^2 \rangle_3 / \sigma_S^2$

Рис. 5 представляет для сравнения зависимость относительной дисперсии прогноза  $\langle e^2 \rangle / \sigma_S^2$  как функцию временной задержки  $\tau$ . Таким образом, ошибка восстановления среднего поля [3, 11] зависит от величины флуктуаций фазы и временного масштаба фазовых флуктуаций. Оче-



видно, что схема п. 3 обеспечивает лучшую коррекцию по сравнению со схемами пп. 1 и 2 для любых  $\tau$ .

Что касается возможности коррекции [3] распределения средней интенсивности, то эффективность будет определяться следующей величиной:

$$\langle \beta^2 \rangle = \langle \{ [S(\mathbf{r}_1, t + \tau) - \hat{S}(\mathbf{r}_1, t + \tau)] - [S(\mathbf{r}_2, t + \tau) - \hat{S}(\mathbf{r}_2, t + \tau)] \}^2 \rangle.$$

Вычислив соответствующие дисперсии для всех трех схем адаптивной коррекции, получим

$$\langle \beta^2 \rangle_1 = D_S(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|), \quad \langle \beta^2 \rangle_2 = 2D_S(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) - 2B_{\Delta S}(\tau);$$

$$\langle \beta^2 \rangle_3 = D_S(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) (1 + b_S^2(\tau)) - 2b_S(\tau) B_{\Delta S}(\tau),$$

откуда видно, что для оценки ошибки коррекции (при различных схемах прогноза) необходимо заранее уметь рассчитывать структурную функцию фазы и временную корреляционную функцию флуктуаций разности фаз

$$B_{\Delta S}(\tau) = \frac{1}{2} D_S(|(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + \mathbf{v}\tau|) + \frac{1}{2} D_S(|(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - \mathbf{v}\tau|) - D_S(|\mathbf{v}\tau|).$$

Далее рассмотрим возможность предсказания фазовых флуктуаций, используя модальное разложение фазы. Предположим, что апертура представляет собой круг с радиусом  $R$ , тогда фаза волны может быть представлена в виде разложения по ортогональным полиномам  $F_j(\mathbf{r}/R)$ , ортонормированным в круге

$$S(\mathbf{r}, \tau) = \sum_{j=1}^{\infty} a_j(t) F_j(\mathbf{r}/R),$$

где  $a_j$  – коэффициенты разложения фазы. Воспользуемся этим разложением, полученным на основе измерений в момент времени  $t$ , и построим статистический прогноз на момент времени  $t + \tau$  по следующему алгоритму:

$$\hat{S}(\mathbf{r}, t + \tau) = \sum_{j=2}^{\infty} a_j(t) b_j(\tau) F_j(\mathbf{r}/R),$$

где  $b_j(\tau)$  – нормированные корреляционные функции. Нетрудно подсчитать, что относительная эффективность коррекции по схеме 3 по сравнению со схемой 2 будет пропорциональна величине  $(1 - b_j(\tau))^{-2}$  ( $j = 2, 3, \dots$ ) для модовой компоненты с номером  $j = 2, 3, \dots$ . С ростом номера моды  $j$  радиус пространственной корреляции уменьшается: наибольший радиус корреляции имеют случайные наклоны фазы ( $j = 2, 3$ ), меньшие – дефокусировки и астигматизм ( $j = 4, 5, 6$ ), затем – кома ( $j = 7, 8$ ) и так далее. Естественно, что для фиксированного  $\tau$  эффективность модового статистического предсказания  $(\sim (1 - b_j(\tau))^{-2})$  будет возрастать по мере увеличения  $j$ .

С помощью модифицированных моделей атмосферы были [16] предприняты расчеты динамических характеристик для адаптивного наземного телескопа. Мы сравнивали (рис. 6) параметр Штреля  $St$  для различных адаптивных схем: кривые 1 – в телескопе, работающем без коррекции, 3 – в системе с постоянным запаздыванием, а также 4 – при использовании прогноза (49). На рис. 6 приведено два семейства кривых при различных соотношениях  $D/r_0$ . Кривые с номером 2 соответствуют асимптотическому расчету [11, 16] параметра Штреля (в системе, где  $\hat{S}(\mathbf{r}, t + \tau) = S(\mathbf{r}, t)$  по формуле

$$St(\tau) = St + \exp(-D_S(\mathbf{v}\tau)) [1 - St],$$

где  $St$  – параметр Штреля для системы без адаптивной коррекции. Из последнего выражения видно, что когда  $D_S(\mathbf{v}\tau) \rightarrow 0$   $St(\tau) \rightarrow 1$ , тогда как при  $D_S(\mathbf{v}\tau) \rightarrow \infty$   $St(\tau) \rightarrow St$ , т.е. к характеристике для системы без коррекции.

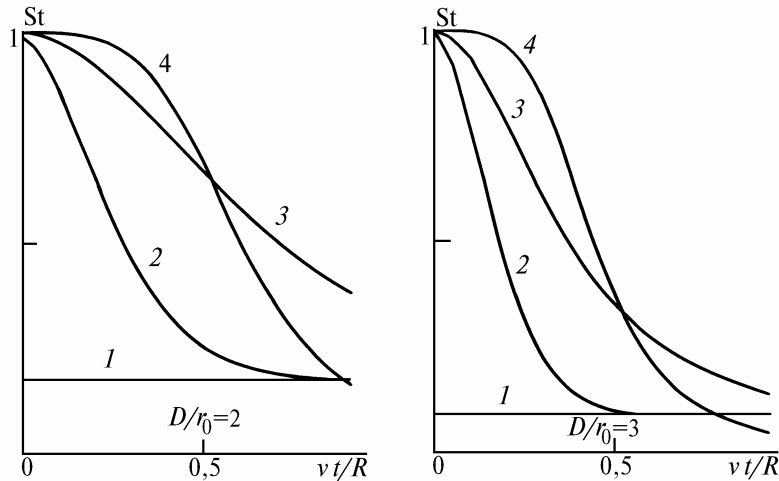


Рис. 6. Параметр Штреля для наземного адаптивного телескопа как функция обобщенного параметра  $vt/R$ . Обозначения кривых даны в тексте статьи

### 9. Модовая коррекция турбулентных искажений оптических волн (1985)

Создание полноценной адаптивной оптической системы, обеспечивающей коррекцию искажений в реальном масштабе времени, является сложной технической задачей. В этой связи представляется, особенно на этапах разработки, плодотворной идеей формирование скорректированной оптической волны без использования адаптивного зеркала.

Так, в [12] на основе анализа структуры фазы оптической волны, прошедшей через турбулентную среду при прямом распространении и при отражении от углового отражателя, показана возможность имитации модовой коррекции.

Предположим, что все флуктуации, обусловленные турбулентностью, сводятся к фазовым флуктуациям, тогда для прямой волны имеем:

$$U_1(r) = \exp(i S(r)), \quad (52)$$

для отраженной волны, прошедшей слой среды дважды (после отражения от углового отражателя):

$$U_2(r) = \exp(i S(r) + i S(-r)). \quad (53)$$

Рассчитаем функции взаимной когерентности для полей (52) и (53). Используя разложение фазы  $S(r)$  по ортогональным полиномам, получаем [12]

$$\Gamma_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \exp\{-3,44 (|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| / r_0)^{5/3}\}, \quad (54)$$

$$\Gamma_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \exp\{-0,54 R^{-7/3} r_0^{-5/3} [3(r_1^4 + r_2^4) - 4r_1^2 r_2^2]\}. \quad (55)$$

Из сравнения (54) и (55) следует, что с точки зрения свойств когерентности отраженное поле, в отличие от прямого, обладает анизотропией. Из (55) получаем, что (для размера углового отражателя  $R \gg r_0$ ) при отражении когерентность (при обратном распространении) практически полностью восстанавливается.

Полученный результат можно трактовать не в терминах прямой и отраженной волн, а рассматривать отраженную волну как результат адаптивной модовой коррекции фазовых искажений. При этом адаптивная коррекция осуществляется введением фазовых предискажений исходного распределения. Тогда скорректированное поле по алгоритму фазового сопряжения

$$U_c(\mathbf{r}) = \exp\{i S(\mathbf{r}) - i S_c(\mathbf{r})\}, \quad (56)$$

где  $S_c(\mathbf{r}) = -S(-\mathbf{r})$ . В результате поле (56) совпадает с полем (53), сформированным угловым отражателем. Таким образом, отражение от углового отражателя моделирует алгоритм фазосопреженной модовой коррекции. При этом коррелируются [12] антисимметричные моды.

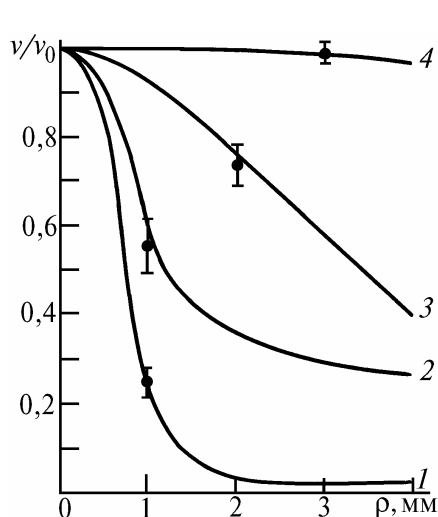


Рис. 7. Сравнение функции когерентности для прямого и отраженного излучения: кривые 1, 3 – для прямого излучения при различных режимах турбулентности; 2, 4 – то же для отраженного излучения

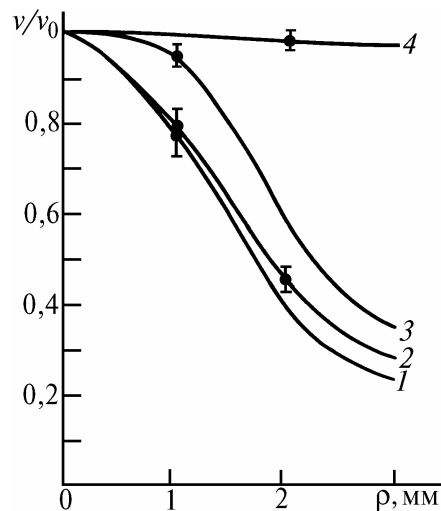


Рис. 8. Анизотропия функции когерентности для прямого и отраженного излучения: кривые 1, 2 – для прямого излучения; 3, 4 – для отраженного излучения; 1 и 3 – при центральном разное точек наблюдения; 2 и 4 – при симметричном

Была проведена экспериментальная проверка результатов этого анализа. Некоторые результаты экспериментальных измерений когерентности приведены на рис. 7, 8. Пары кривых 1, 2 и 3, 4 получены при различных режимах турбулентности, радиусы когерентности в которых отличаются примерно в 5 раз. Если сравнить кривые 1 и 2, а также 3 и 4, то видно, что в результате модовой коррекции фазовых искажений удается существенно увеличить когерентности излучения. Рис. 8 подтверждает вывод [12] о резкой анизотропии когерентности в волне, в которой скорректированы несимметричные модовые составляющие фазовых флуктуаций.

Таким образом, выполненные эксперименты по использованию модовой коррекции подтверждают выводы теории. Эффективность применения достаточно сложной оптической фазовой коррекции можно оценить, используя сравнительные измерения когерентности в прямой волне и отраженной уголковым отражателем.

### 10. Эффективность двухцветной адант вно оптической системы (1978, 1986)

Адаптивная оптическая система как система с обратной связью, замкнутой оптически через атмосферу, использует для управления данные оптических измерений в полях, формируемых опорными источниками. При этом обычно предполагается, что опорный и корректируемый источники имеют одну и ту же длину волны.

Вместе с тем и ряде практических приложений целесообразно использовать опорное и исходное излучение различных длин волны. Впервые такая двухцветная адаптивная система была рассмотрена в [15], где было получено выражение для структурной функции разности фаз двух сферических волн.

В этой части мы рассмотрим, следуя [13], поведение разности эйконалов для двух оптических волн. Известно, что вариация эйконала  $\Theta(\rho, k)$  по длине волны  $\lambda(k = 2\pi / \lambda)$ , численно равная отношению  $S(\rho, k) / k$ , представляет собой вариацию оптической разности хода, выраженную в линейной мере. Отметим, что адаптивными зеркалами корректируются именно эти вариации линейной разности хода, а не фазовые искажения, измеряемые в радианах.

Чтобы проанализировать влияние частотной декорреляции на эффективность двухцветной адаптивной оптической системы, рассмотрим статистические характеристики флуктуаций разности эйконалов для двух длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . В приближении метода плавных возмущений вариации эйконала для плоской волны [2]

$$\Theta(\rho, k) = \int_0^L dx \int \int d^2n(\mathbf{\kappa}, x) e^{i\mathbf{\kappa}\rho} \cos\left[\frac{k^2(L-x)}{2k}\right], \quad (57)$$

где  $d^2n(\mathbf{\kappa}, x)$  – спектральная амплитуда флуктуаций показателя преломления  $n_1(\mathbf{r})$ , которая дается формулой

$$n_1(\mathbf{r}) = \int \int d^2n(\mathbf{\kappa}, x) \exp(i\mathbf{\kappa}\rho),$$

$L$  – дистанция. Прежде всего рассчитаем дисперсию разности эйконолов для длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ :

$$\sigma_{\Delta\Theta}^2 = 2\pi^2 \int_0^L dx \int_0^\infty d\kappa \kappa \Phi_n(\kappa) \left[ \cos\frac{k^2(L-x)}{2k_1} - \cos\frac{k^2(L-x)}{2k_2} \right]^2 \quad (58)$$

для спектра турбулентности вида

$$\Phi_n(\kappa, x) = 0.033 C_n^2(x) (\kappa^2 + \kappa_0^2)^{-11/6} \exp(-\kappa^2 / \kappa_m^2),$$

здесь  $\kappa_0, \kappa_m$  – волновые числа, соответствующие внешнему и внутреннему масштабам турбулентности. Были выполнены численные расчеты [16, 18] по формуле (58) для случая вертикального распространения излучения в атмосфере. При этом выбирался вертикальный профиль интенсивности атмосферной турбулентности вида

$$C_n^2(h) = C_n^2(0) \begin{cases} (1 + h/h_0)^{-2/3}, & h \leq h_1, \\ (h/h_1)^{-4/3} (1 + h_1/h_0)^{-2/3}, & h > h_1, \end{cases} \quad (59)$$

где  $h \in [0, L]$ . Следующие параметры использовались при расчете: внешний масштаб  $2\pi/\kappa_0 = 100$  м, внутренний масштаб  $5.92/\kappa_m = 0.01$  м, длина трассы  $L = 1000$  м,  $h_0 = 30$  м, высота  $h_1 = 300$  м, радиус когерентности  $r_0 = 0.1$  м на длине волны  $0.55$  мкм.

Результаты расчета даны в табл. 2. Первая колонка указывает длину волны, на которой проводится коррекция (опорная волна), вторая – длину волны корректируемого излучения, третья колонка дает соответствующие дисперсии  $\sigma_{\Delta\Theta}^2$ .

Таблица 2

$\lambda_1$ , мкм	$\lambda_2$ , мкм	$\sigma_{\Delta\Theta}^2 \cdot 10^3$ , мкм
0,5	1,0	4,44
0,5	2,0	8,06
0,5	3,0	10,4
0,5	4,0	12,2
0,5	5,0	13,7
0,5	6,0	15,0
0,5	7,0	16,2
0,5	8,0	17,3
0,5	9,0	18,3
0,5	10,0	19,2

Результаты расчетов, приведенных в табл. 1, соответствуют внешнему масштабу турбулентности  $2\pi/\kappa_0 = 100$  м. Были выполнены также расчеты для вертикального профиля  $2\pi/\kappa_0 = 2\sqrt{h}$ , и полученные при этом результаты практически идентичны данным в табл. 2. Таким образом, дисперсия разности эйконолов для двух различных волн практически не чувствительна к вариациям величины внешнего масштаба турбулентности. В то же время  $\sigma_{\Delta\Theta}^2$  достаточно чувствительна к изменению внутреннего масштаба турбулентности и длины трассы.

сы. Табл. 3 показывает зависимость  $\sigma_{\Delta\theta}^2$  от изменения внутреннего масштаба турбулентности на 1000-метровой трассе.

Внутренний масштаб, $5,92/\kappa_m, \text{ м}$	0,03	0,01	0,003
$\sigma_{\Delta\theta}^2, \text{ мкм}$	0,017	0,019	0,020

Таблица 3

Длина трассы $L, \text{ м}$	1000	3000	6000	10000
$\sigma_{\Delta\theta}^2, \text{ мкм}$	0,0192	0,0256	0,0299	0,0346

Таблица 4

Табл. 4 иллюстрирует зависимость  $\sigma_{\Delta\theta}^2$  от длины трассы  $L$  при внутреннем масштабе турбулентности, равном 0,01 м.

Таким образом, наши результаты доказывают эффективность <двухцветной> адаптивной коррекции [13, 15, 16] в широком диапазоне длин волн.

### 11. Элементы адаптивной оптики (1984, 1987)

Известно, что корректор волнового фронта является основным элементом любой адаптивной системы. Создание эффективных корректоров наклонов волнового фронта для адаптивных систем, работающих в турбулентной атмосфере, обладающих одновременно высоким быстродействием, хорошим пространственным разрешением и большим линейным динамическим диапазоном угловых отклонений излучения при значительных массах и размерах перемещаемых оптических элементов, является в настоящее время достаточно сложной конструкторско-технологической задачей.

В известных конструкциях дефлекторов быстродействие порядка  $10^{-2} \div 10^{-3}$  с обеспечивается при малых размерах и массах оптических элементов, что позволяет использовать такие дефлекторы только при работе с пучками малых размеров, как правило, не превышающих 10 мм.

В данном разделе описан [14] пассивно-активный биморфный дефлектор на основе пьезокерамического компенсатора, предназначенный для управления угловым положением оптического элемента (зеркала) с массой 50 г в диапазоне углов до  $60''$  и в частотном интервале до 100 Гц. Квадратный биморфный элемент образован из двух поляризованных пьезокерамических дисков толщиной 1 мм из материала ЦТС-19.

Следующим шагом было создание [17] 19-элементного составного зеркала, использующего гексагональную упаковку элементов. Именно такая упаковка позволяет максимально близко расположить элементы, обеспечивая минимальные потери за счет дифракции на краях элементов, а также – наиболее плотно заполнить шестигранными элементами круглую апертуру.

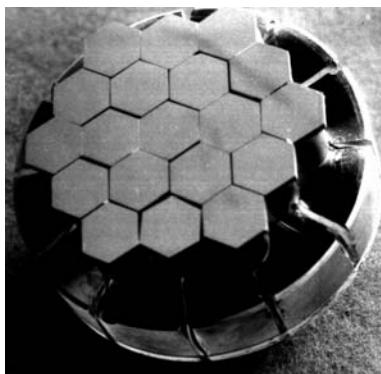


Рис. 9. Фото общего вида 19-элементного составного зеркала

В качестве основания составного зеркала использована толстая стеклянная пластина, в которой алмазным инструментом выполнены посадочные места для установки 19 пьезокерамических цилиндров с  $\varnothing = 17,4$  мм. Элементы зеркала сделаны в виде шестигранников из оп-

тического стекла толщиной 5 мм с рабочим световым диаметром около 15 мм. Отражающая поверхность элементов напылена алюминием. Элементы приклеены к цилиндрам эластичным оптическим клеем.

Привод составного зеркала, выполненный на пьезокерамических цилиндрах (марки ЦТС-19), обеспечивает линейное перемещение оптических элементов в диапазоне  $\pm 5 \lambda$  (где  $\lambda=0,63$  мкм) при управляющих напряжениях  $\pm 500$  В и быстродействии порядка 10 мс.

Общий вид 19-элементного зеркала дан на рис. 9.

Для управления элементами составного зеркала по двум угловым и осевой координатам разработан привод на пьезокерамическом цилиндре с разрезными электродами на поверхности. Управляющие напряжения формируются на основе сигналов от датчиков волнового фронта с использованием высоковольтных усилителей [14, 20].

Данные элементы используются при проведении экспериментов по коррекции изображений и пучков в турбулентной атмосфере.

## 12. Эффективность коррекции общих наклонов и дефокусировки волнового фронта (1988)

Примерная схема оптического эксперимента представлена на рис. 1. Ее задача – формирование изображения удаленного объекта с помощью основного зеркала и адаптивного элемента (АЭ), устраняющего aberrации принимаемого волнового фронта. Другим назначением данной схемы является адаптивная фокусировка излучения лазера на находящийся за слоем среды объект.

Здесь предлагается [19] в качестве датчика волнового фронта, обеспечивающего выработку сигнала управления адаптивным оптическим элементом, использовать измеритель моментов (ИМ) распределения интенсивности оптического поля в фокальной плоскости. Измеритель моментов регистрирует следующие функционалы:

$$M_y = \frac{\int \int d^2r y I(F, \mathbf{r})}{\int \int d^2r I(F, \mathbf{r})}, \quad M_z = \frac{\int \int d^2r z I(F, \mathbf{r})}{\int \int d^2r I(F, \mathbf{r})}, \quad (60)$$

$$M_{yy} = \frac{\int \int d^2r y^2 I(F, \mathbf{r})}{\int \int d^2r I(F, \mathbf{r})}, \quad M_{zz} = \frac{\int \int d^2r z^2 I(F, \mathbf{r})}{\int \int d^2r I(F, \mathbf{r})}, \quad (61)$$

от распределения интенсивности поля  $I(F, \mathbf{r})$  в фокальной плоскости.

Попытаемся теперь, используя данные оптических измерений моментов ( $M_y, M_z, M_{yy}, M_{zz}$ ), выполненных в пределах входной апертуры, сконструировать фазу  $\hat{S}(0, \mathbf{r})$ , которая обеспечит наилучшую коррекцию фазы  $S(0, \mathbf{r})$ , описывающей фазовые искажения волнового фронта на входной апертуре. Такой фазой может быть, например,

$$\hat{S}(0, \rho) = \frac{k}{F}(M_y y + M_z z) + \frac{1}{2} \left( \frac{k}{F} \right)^2 (M_{yy} y^2 + M_{zz} z^2). \quad (62)$$

При этом корректирующая фаза  $\hat{S}(0, \rho)$  вида (62) предполагает использование в адаптивном оптическом элементе управление двумя общими наклонами по осям координат, а также кривизной волнового фронта в двух направлениях. В реальном эксперименте первые два слагаемых (62) соответствуют наклонам плоского зеркала, а другие два – предполагают применение двух гибких зеркал, каждое из которых может изменять свою кривизну только по одному из направлений. Возможен вариант использования цилиндрических линз, расположенных скрещенно.

Для оценки эффективности алгоритма коррекции рассмотрим следующую структурную функцию:

$$D(\rho_1, \rho_2) = \langle \{ [S(0, \rho_1) - \hat{S}(0, \rho_1)] - [S(0, \rho_2) - \hat{S}(0, \rho_2)] \}^2 \rangle. \quad (63)$$

Здесь усреднение  $\langle \dots \rangle$  выполняется по ансамблю реализаций случайного поля и используется разложение случайной фазы по ортогональным полиномам. Первый, требующий учета, член в (63) соответствует [19]

$$D_1(\rho_1, \rho_2) = \frac{24}{5} \langle a_5^2 \rangle (y_1 z_1 - y_2 z_2)^2, \quad (64)$$

где  $\langle a_5^2 \rangle$  – дисперсия флуктуаций астигматизма волнового фронта. Для колмогоровской модели спектра турбулентности

$$\langle a_5^2 \rangle = 2,32 \cdot 10^{-2} (2R / r_0)^{5/3}.$$

Наши расчеты [19] показывают: действие адаптивной коррекции (62) общих наклонов и дефокусировки примерно в 9,3 раза увеличивает эквивалентный радиус когерентности.

### 13. Адаптивная оптическая система для коррекции искажений изображений (1988)

Реализация простейшего адаптивного алгоритма коррекции изображения впервые нами проведена в атмосфере [20]. Адаптивная оптическая система предназначена для коррекции изображения источника оптических волн, искажения которого обусловлены случайными наклонами волнового фронта излучения при распространении его в турбулентной атмосфере.

Для обработки алгоритма коррекции изображения была создана экспериментальная установка, структурная схема которой приведена на рис. 10. Установка состоит из передающей части, атмосферной трассы, измерительного канала и канала коррекции.

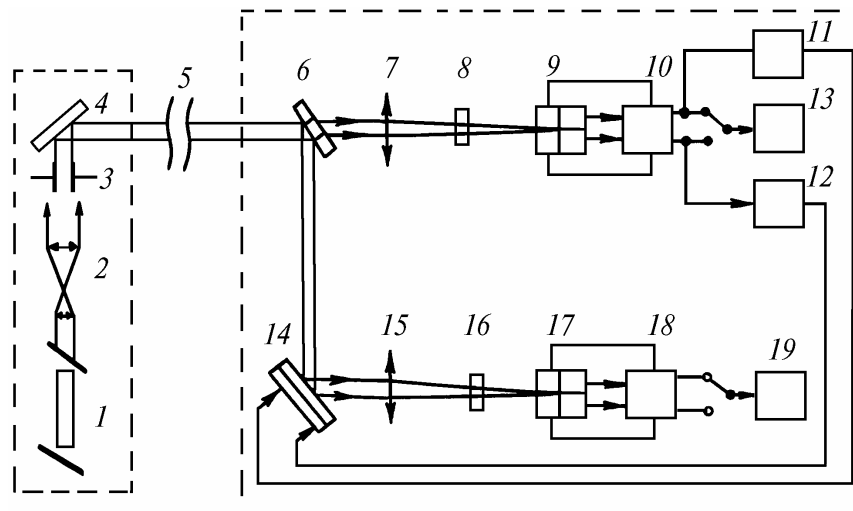


Рис. 10. Структурная схема экспериментальной установки: 1 – лазер, 2 – коллиматор, 3 – диафрагма, 4 – поворотное зеркало; 5 – атмосферная трасса, 6 – светоделительная пластина; 7, 15 – объективы; 8, 16 – светофильтры; 10, 18 – блоки обработки; 11, 12 – усилители; 13, 19 – анализаторы спектра; 14 – активное зеркало; 9, 17 – координатные фотоприемники

Передающая часть содержит гелий-неоновый лазер 1, излучение которого формируется коллиматором 2 и диафрагмой 3. Атмосферная трасса 5 протяженностью 100 м расположена на высоте 10 м. Лазерный пучок диаметром 1 см, пройдя атмосферную трассу, на входе приемной системы делится на два пучка. Излучение, прошедшее через оптический клин 6, попадает в измерительный канал. Излучение, отраженное от передней поверхности клина 6, направляется в канал коррекции.

В измерительном канале объективом 7 строится изображение источника. В фокальной плоскости объектива 7 расположен квадрантный координатно-чувствительный фотоприемник 9. В блоке обработки 10 вырабатываются электрические сигналы, пропорциональные координатам случайного положения энергетического центра тяжести изображения. Специальные

усилители [20] с полосой пропускания  $0 \div 2$  кГц имеют динамический диапазон – 60 дБ. Пороговое угловое смещение центра тяжести изображения, регистрируемое измерительной системой, составляет  $3,1 \cdot 10^{-7}$  рад. Компенсация случайных смещений изображения осуществлялась [14] с помощью активного зеркала 14. Подбором коэффициентов усиления обеспечивается управление наклонами лазерного пучка, и в фокальной плоскости объектива 15 формируется скомпенсированное по угловому смещению изображение источника.

Исследование эффективности коррекции изображения адаптивной оптической системой проводилось методом спектрального анализа. Рассматривались временные спектры случайных смещений энергетического центра тяжести изображений. Качество коррекции оценивалось величиной

$$E_{y,z}(f) = [S_{y,z}(f) / S_{y,z}^a(f)]^{1/2}, \quad (65)$$

где  $S_{y,z}(f)$  – спектральная плотность мощности случайных смещений энергетического центра тяжести изображения по оси в системе без коррекции;  $S_{y,z}^a(f)$  – при адаптивной коррекции. Измерения проводились последовательно в трех частотных диапазонах:  $0,05 \div 2$ ;  $0,5 \div 20$ ;  $5 \div 200$  Гц.

На рис. 11 представлены частотные зависимости эффективности компенсации угловых смещений (65) в двух взаимно перпендикулярных плоскостях  $E_y(f)$  и  $E_z(f)$ . Из полученных зависимостей видно, что показатели эффективности коррекции по обоим координатам положения центра тяжести изображения в среднем сосредоточены в интервале значений от 4 до 12. Наблюдается тенденция к снижению эффективности при возрастании частоты случайных смещений энергетического центра тяжести изображения. Представленные на рис. 11 зависимости характеризуют динамические возможности данной адаптивной оптической системы.

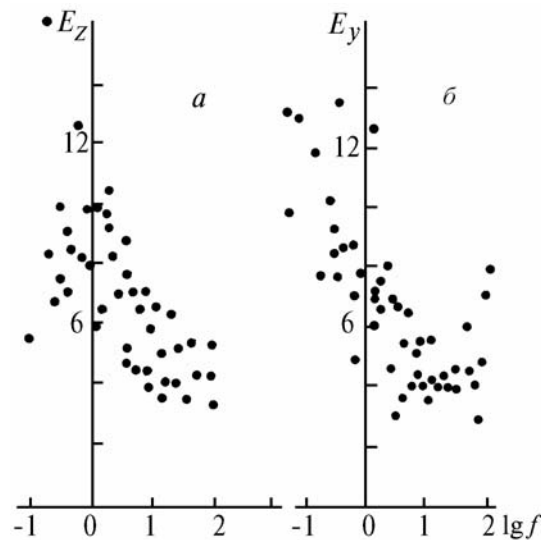


Рис. 11. Эффективность компенсации угловых смещений энергетического центра тяжести изображения (а – по оси  $y$ , б – по оси  $z$ )

Совокупную по всему частотному диапазону эффективность адаптивной коррекции изображения можно оценить на основе сравнения гистограмм. Из гистограмм определялись среднеквадратические отклонения и вычислялись значения  $M_{y,z} = \sigma_{y,z} / \sigma_{y,z}^a$  ( $\sigma_{y,z}$  и  $\sigma_{y,z}^a$  – среднеквадратические отклонения случайных смещений энергетического центра тяжести изображений в системе без коррекции и при компенсации угловых смещений). Наши измерения дают  $M_y = 5,3$ ;  $M_z = 7,4$ . Для удобства сравнения на рис. 12 совмещены распределения вероятностей значений анализируемых сигналов в системе без коррекции и с адаптивной коррекцией изображения как функции измеряемых напряжений  $U_z$  и  $U_y$ .



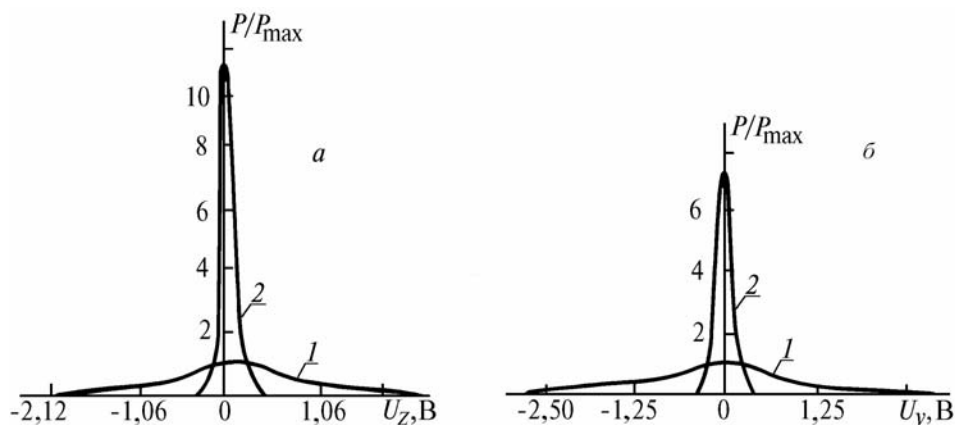


Рис. 12. Распределение вероятностей значений анализируемого сигнала, пропорционального случайному смещению центра тяжести – по оси  $y$  (а) и по оси  $z$  (б) в отсутствие коррекции (кривая 1) и при адаптивной коррекции изображения (кривая 2).  $P_{\max}$  – максимум распределения вероятностей в отсутствие коррекции

Таким образом, проведенные исследования выявили достаточно высокую эффективность коррекции изображения адаптивной оптической системой [20].

#### 14. Многоэлементная система коррекции изображения (1990)

В этом разделе [21] рассмотрим эффективность применения адаптивного четырехэлементного зеркала, каждый элемент которого <обрабатывает> только наклоны в двух перпендикулярных направлениях.

В настоящее время признано целесообразным в качестве первого контура адаптивной коррекции в телескопах применять системы обработки (компенсации) смещений изображения, которые, как правило, в качестве датчиков используют измерители положения центра тяжести формируемого оптического изображения. Уже существует целый ряд реализованных проектов телескопов, в которых обеспечивается компенсация смещения центра тяжести изображения. Фактически речь идет о создании высокоточного телегида, входящего в состав большинства телескопов.

Следующий шаг по пути усложнения адаптивных оптических систем – коррекция высших aberrаций фазового фронта – уже требует создания специализированных средств: датчика волнового фронта и управляемого активного (адаптивного) зеркала. Возможно использование зеркал двух типов: составного – реализующего зонную коррекцию, и гибкого – реализующего модальную коррекцию aberrаций фазового фронта.

Поскольку используется четырехэлементное зеркало, естественно, что и датчик волнового фронта при этом представляет собой четыре идентичных измерителя положения центра тяжести изображения в пределах каждой субапертуры [20].

Возможная схема оптического эксперимента показана на рис. 13. Здесь первый контур адаптивной коррекции смещения центра тяжести изображения как целого обеспечивается первым адаптивным элементом  $A_1$ . Если считать, что апертура оптического устройства, формирующего изображение, это круг с радиусом  $R$ , тогда фаза волны после угловой коррекции может быть записана в виде следующего разложения по полиномам Цернике  $F_j(\mathbf{r}/R)$ :

$$S_1(\mathbf{r}) = \sum_{j=4}^{\infty} a_j F_j(\mathbf{r}/R), \quad (66)$$

где  $a_j$  – коэффициенты фазы и в сумме (66) опущен первый член  $a_1 F_1(\mathbf{r}/R)$ , не влияющий на фазовые флуктуации в изображении. На втором этапе адаптации изображения обеспечивается измерение локальных наклонов волнового фронта в пределах субапертур и их исправление четырехэлементным составным зеркалом  $A_2$ .

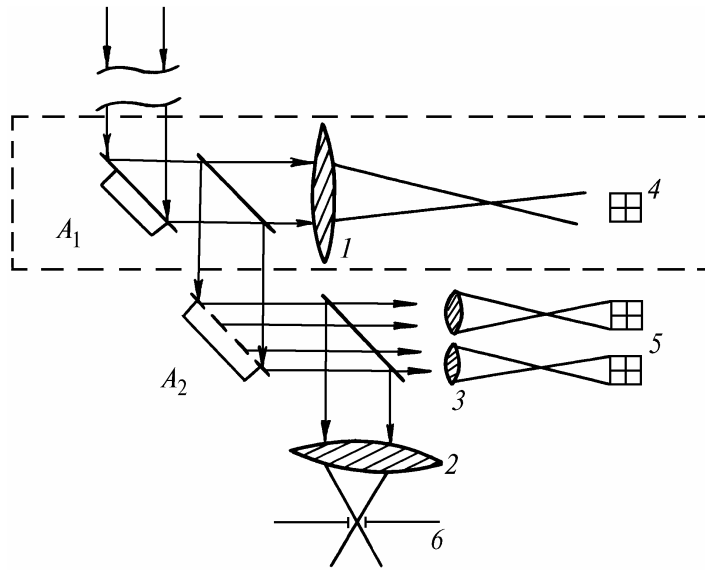


Рис. 13. Схема оптического эксперимента: 1, 2 – линза; 3 – блок из 4-х линз; 4 – координатный фотоприемник; 5 – блок из 4-х координатно-чувствительных фотоприемников; 6 – фоторегистратор изображения

Прежде чем проводить вычисления, выясним физическую картину того, что происходит на различных этапах адаптивной коррекции по схеме рис. 13. Будем рассуждать следующим образом: если исходная фаза волны представляет собой плоскость, тогда изображение, формируемое оптической системой (эквивалентной линзой) в плоскости  $b$ , представляет собой дифракционную картину Эйри. Наличие фазовых aberrаций уширяет реальное изображение. После первого контура коррекции с помощью  $A_1$  формируемое изображение стабилизируется по положению центра тяжести, но в фазе волны остаются aberrации типа астигматизма и дефокусировки. Безусловно, что эти aberrации приводят к появлению локальных наклонов в пределах каждой из субапертур.

Следует заметить, что при учете только дефокусировки в фазе (66) обработка случайных наклонов на каждом сегменте 4-элементного зеркала превращает его поверхность в четырехугольную призму, которая отражает волны в четырех направлениях.

Проанализируем эффективность коррекции с использованием такого составного зеркала. При этом будем использовать исходную линзу, строящую изображение, с апертурой гауссова типа. Сравним распределение интенсивности в фокальной плоскости для трех наиболее характерных случаев: 1) при распространении излучения в вакууме; 2) при наличии в оптической волне aberrаций типа дефокусировки при скорректированных общих наклонах; 3) при коррекции этой дефокусировки посредством составного 4-элементного зеркала.

Обозначим распределение интенсивности при формировании изображения в вакууме как (случай 1)

$$I_1(F, \rho) = \Omega^2 \exp(-\rho^2 \Omega^2 / R^2),$$

где  $\Omega = k R^2 / F$ , исходная гауссова апертура  $A(\rho) = \exp(-\rho^2 / 2 R^2)$ . Для случая 2) распределение средней интенсивности

$$\langle I_2(F, \rho) \rangle = \frac{\Omega^2}{2 R^2} \int_0^\infty dr r \frac{\exp(-r^2 / 4 R^2) J_0(k r r / F)}{(1 + 24 \langle a_4^2 \rangle r^2 / R^2)}. \quad (67)$$

Для проведения аналитических вычислений перейдем от распределения  $\langle I \rangle$  к соответствующему угловому спектру

$$P(\kappa) = \iint d^2 \rho \exp(i \kappa \rho) \langle I(F, \rho) \rangle. \quad (68)$$

Соответствующий угловой спектр для вакуума

$$P_1(\kappa) = \pi R^2 \exp(-\kappa^2 R^2 / 4 \Omega^2).$$

Для случая 2):

$$P_2(\kappa) = \frac{\pi R^2}{(1 + 24 \langle a_4^2 \rangle \kappa^2 R^2 / \Omega^2)} \exp(-\kappa^2 R^2 / 4 \Omega^2). \quad (69)$$

Характерный масштаб изменения вакуумного значения спектра  $P_1(\kappa)$  определяется экспоненциальным спадом и соответствует частоте  $\kappa \sim 2 \Omega / R$ , определяющей угловой размер диска Эйри. За счет действия дефокусировки (случай 2) значение спектра оказывается меньше вакуумного значения:

$$\frac{P_2(\kappa)}{P_1(\kappa)} = (1 + 24 \langle a_4^2 \rangle \kappa^2 R^2 / \Omega^2)^{-1}.$$

На характерной частоте  $\kappa \sim 2 \Omega / R$  это уменьшение, обусловленное дефокусировкой, численно равно  $(1 + 96 \langle a_4^2 \rangle)^{-1}$ .

В результате коррекции (случай 3)

$$P_3(\kappa) = \frac{\pi R^2}{(1 + 24 \langle a_4^2 \rangle \kappa^2 R^2 / \Omega^2)} \exp \left\{ -\frac{\kappa^2 R^2}{4 \Omega^2} - 6 \frac{\langle a_4^2 \rangle}{\Omega^2} b^2 \kappa^2 \right\} \operatorname{ch} \left( 12 \frac{\langle a_4^2 \rangle}{\Omega^2} b^2 \kappa_y \kappa_z \right) \times \\ \times \left\{ 1 + \frac{48 \cdot 24 \langle a_4^2 \rangle^2 \kappa^2 b^2 / \Omega^4}{(1 + 24 \langle a_4^2 \rangle \kappa^2 R^2 / \Omega^2)} \left( \kappa^2 R^2 \operatorname{ch} \left( 12 \frac{\langle a_4^2 \rangle}{\Omega^2} b^2 \kappa_y \kappa_z \right) + 2 \kappa_y \kappa_z R^2 \operatorname{sh} \left( 12 \frac{\langle a_4^2 \rangle}{\Omega^2} b^2 \kappa_y \kappa_z \right) \right) \right\}, \quad (70)$$

где  $\kappa = (\kappa_y, \kappa_z)$ ;  $b$  – расстояние между центрами субапертур.

Соответственно под действием коррекции увеличение спектра

$$\frac{P_3(\kappa)}{P_2(\kappa)} \Big|_{\kappa = 2\Omega/R} \simeq \exp(-24 \langle a_4^2 \rangle b^2 / R^2) \operatorname{ch}(48 \langle a_4^2 \rangle b^2 / R^2) \times \\ \times \left\{ 1 + \frac{8 \cdot 24 \cdot 24 \langle a_4^2 \rangle^2 b^2 / R^2}{1 + 96 \langle a_4^2 \rangle} [\operatorname{ch}(48 \langle a_4^2 \rangle b^2 / R^2) + \operatorname{sh}(48 \langle a_4^2 \rangle b^2 / R^2)] \right\}. \quad (71)$$

Эффект действия адаптивной коррекции по устранению дефокусировки можно получить из (71) в виде чисел для конкретных  $\langle a_4^2 \rangle$ ,  $\Omega$ ,  $b / R$ . Интересно отметить анизотропию спектра (70)  $P_3(\kappa)$ . Максимум спектра достигает на диагоналях ( $\kappa_y = \kappa_z$ ).

Очевидно, что увеличение значения спектра вдоль диагоналей (которое ведет к соответствующему уменьшению ширины распределения средней интенсивности), обусловленное действием 4-элементного адаптивного корректора, будет иметь тем больший эффект, чем выше значение отношения  $R/r_0$ . Так, при  $R/r_0 = 4$  увеличение равно 4,64, а при  $R/r_0 = 5$  оно составляет 12,6. Таким образом, если графически представить распределение средней интенсивности, то оно приобретает характерный 4-лепестковый вид, причем наименьшее уширение (за счет остаточных фазовых искажений) наблюдается вдоль диагоналей.

Эти результаты [21] можно считать достаточными для подтверждения эффективности таких технически простых устройств для коррекции изображения.

## 15. Численное моделирование наземного адаптивного телескопа (1991)

Безусловно, в настоящее время наиболее эффективным является применение систем адаптивной оптики в астрономии.

Известно, что атмосферная турбулентность ограничивает предельное угловое разрешение величиной порядка 1 угл. с, в то же время для  $\lambda = 0,5$  мкм дифракционное разрешение теле-

скопа с диаметром 3,6 м составляет 0,03 угл. с. В этом разделе мы представляем [22] результаты расчета функции размытия точки для адаптивного телескопа (на длине волны 0,55 мкм) с круглой апертурой 1 м в диаметре. Рассмотрим два типа фазовых корректоров: модовый корректор, компенсирующий aberrации фазового фронта от наклона до комы и составное зеркало с гексагональной структурой.

Используемая методика моделирования искажений фазы плоской монохроматической волны, обусловленных атмосферными турбулентными неоднородностями показателя преломления, включает в себя две независимые программы. Одна из них генерирует фазовые искажения методом Фурье-преобразования. Пространственные масштабы генерируемых фазовых неоднородностей ограничены снизу шагом, а сверху – размером расчетной сетки. Вторая программа пересчитывает масштабы, большие чем размер расчетной сетки, в классические aberrации, которые считаются гауссовскими случайными величинами с нулевым средним и дисперсиями, равными

$$\sigma_n^2 = 8\pi (n+1) \int_0^\infty d\kappa \kappa \Phi(\kappa) \frac{J_{n+1}^2(\kappa R)}{(\kappa R)^2}, \quad (72)$$

где  $n$  – радиальная степень соответствующего полинома;  $R$  – радиус круга;  $J_n(\cdot)$  – функция Бесселя;  $\Phi(\kappa) = 0,489 r_0^{-5/3} \kappa^{-11/3}$  – пространственный спектр фазовых искажений;  $r_0$  – радиус когерентности Фрида.

Таким образом, наш метод [22] моделирования турбулентных искажений имеет следующие преимущества перед известными: во-первых, радиус когерентности атмосферы  $r_0$  является входным, а не оцениваемым параметром задачи; во-вторых, метод позволяет учитывать масштабы, большие чем размер расчетной области, в-третьих, случайная спектральная амплитуда искажений генерируется таким образом, что фазовые искажения получаются чисто вещественными.

Приведем результаты, полученные путем статистического усреднения изображения. Усредняя по ансамблю случайные реализации функции размытия точки, получаем длинноэкспозиционное распределение интенсивности в плоскости изображения  $I(\gamma_y, \gamma_z)$ . Затем вычисляем долю энергии, содержащейся в круге с радиусом  $\omega$  (на рис. 14, 15, 16 радиус  $\omega$  дается в угловых секундах):

$$E(\omega) = \int \int_{-\infty}^{+\infty} I(\gamma_y, \gamma_z) d\gamma_y d\gamma_z / \int \int_{-\infty}^{+\infty} I(\gamma_y, \gamma_z) d\gamma_y d\gamma_z, \quad \gamma_y^2 + \gamma_z^2 \leq \omega^2.$$

Напомним, что расчеты проводились для телескопа диаметром  $D = 1$  м, а радиус когерентности  $r_0$  принимал значения 10 и 20 см.

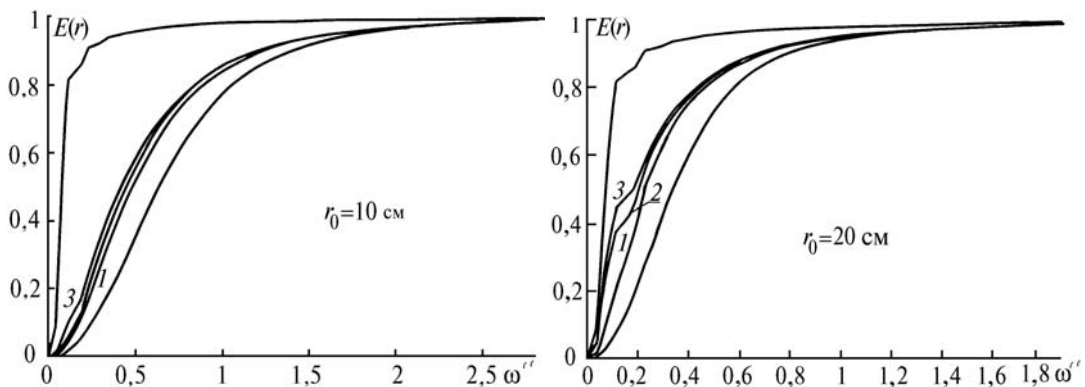


Рис. 14. Эффективность коррекции низших мод: 1 – коррекция наклона; 2 – коррекция наклона, дефокусировки и астигматизма; 3 – то же + коррекция комы

На рис. 14–16 как предельные обозначены зависимости, соответствующие дифракционному и некорректированному случаям. Для модового корректора мы рассчитали: кривая 1 – для коррекции общего наклона, 2 – для коррекции общего наклона, дефокусировки, астигматизма и комы. Для составного корректора были проведены расчеты с количеством сегментов,

равным 7, 19 и 37, причем предварительно устранялся общий наклон на апертуре входного зрачка. Каждый сегмент имел одну, две или три степени свободы, что соответствовало компенсации постоянной составляющей, либо локальных наклонов, либо того и другого в пределах каждого сегмента.

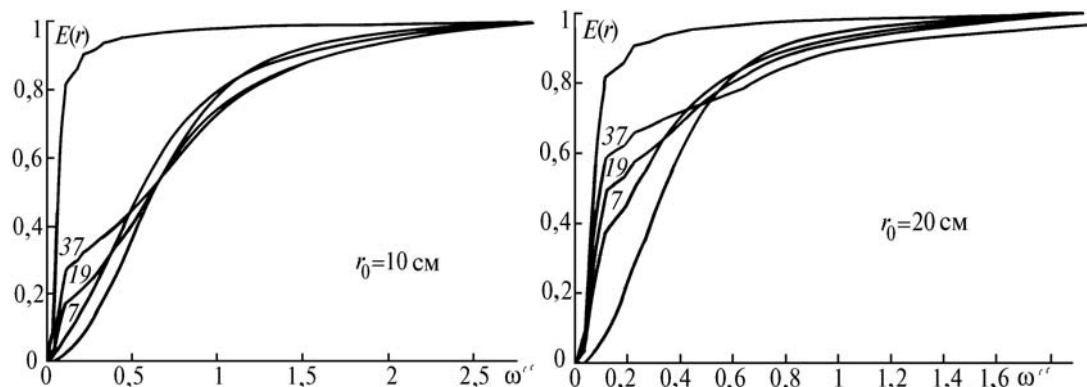


Рис. 15. Эффективность применения составного зеркала: коррекция средней фазы в пределах каждого сегмента для 7-, 19- и 37- элементного зеркала

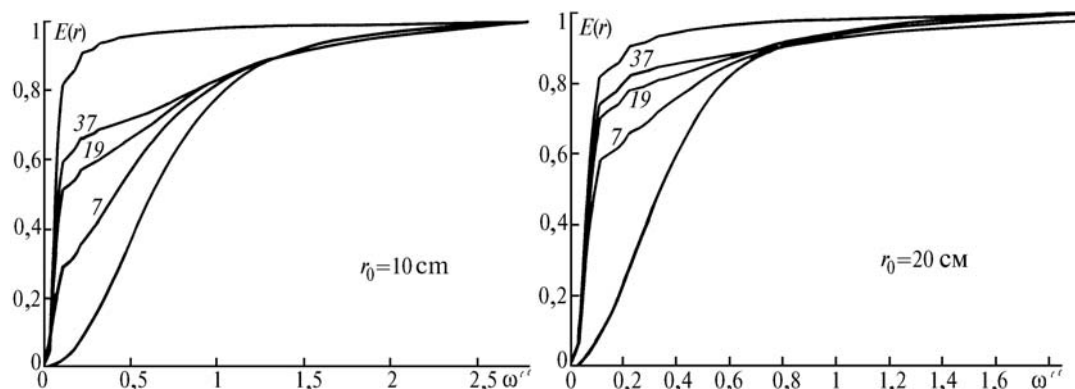


Рис. 16. Коррекция средней фазы и локального наклона в пределах каждого сегмента для 7-, 19- и 37- элементного зеркала

Мы не приводим на рисунках графики, соответствующие режиму компенсации локальных наклонов, т.к. такая компенсация не привела к сколько-нибудь заметному увеличению  $E(\omega)$  относительно режима компенсации общего наклона по всей апертуре. Из рисунков видно, что коррекция локальной средней фазы сегментированным зеркалом дает многократное увеличение доли энергии в круге дифракционного размера ( $\lambda/D \approx 0,1$  угл. с), а при коррекции локальной средней фазы и наклона сегментированным зеркалом распределение энергии  $E(\omega)$  приближается к дифракционному при количестве сегментов 19 и 37. Коррекция aberrаций от наклона до комы включительно также дает неплохой результат для значения  $r_0 = 20$  см ( $D/r_0 = 5$ ), но эффективность такой коррекции быстро уменьшается при увеличении интенсивности турбулентности до  $r_0 = 10$  см. Самые нижние кривые на всех рисунках соответствуют формированию изображения без коррекции фазы. Видно, что радиус круга, в который попадает 80% энергии, составляет  $0,55''$  для  $r_0 = 20$  см и  $1,1''$  для  $r_0 = 10$  см, что хорошо согласуется с известными из практики астрономических наблюдений значениями.

## 16. Расчет функции рассеяния точки (ФРТ) адаптивного телескопа с гартмановским датчиком волнового фронта (1992)

Развивая в своих работах математическую модель, мы последовательно усложняем ее, тем самым приближая к реальной. В данном разделе приведем результаты [23] численного расчета функции рассеяния точки адаптивного телескопа, используя программу, моделирующую

его основные компоненты, такие как датчик волнового фронта (гартмановского типа) и составной корректор, представляющий собой матрицу элементов квадратной формы.

Распределение интенсивности в фокальной плоскости каждой субапертуры рассчитывалось в парааксиальном приближении, и таким образом учитывались дифракция и aberrации волнового фронта. Шум фотонов моделировался с помощью датчика, генерирующего последовательность случайных чисел, распределенных по закону Пуассона.

Далее программа базируется на рассмотрении гартмановского датчика как устройства, измеряющего смещения сфокусированных субапертурами фрагментов волнового фронта оптического пучка. Программа вычисляла смещения центра тяжести распределения интенсивности в фокусе каждой субапертуры относительно дифракционного положения и с помощью описанных ниже алгоритмов определяла наклоны и смещения для каждого элемента корректора. Скорректированный волновой фронт использовался для вычисления короткоэкспозиционной ФРТ (функции рассеяния точки), которая усреднялась по случайным реализациям турбулентных искажений.

При расчетах моделирование случайных реализаций турбулентных искажений волнового фронта выполнялось в приближении фазового экрана, расположенного в плоскости апертуры телескопа. Двумерная спектральная плотность флуктуаций фазы плоской волны при распространении в атмосфере в приближении геометрической оптики имеет вид

$$F_s(\kappa) = 0,489 r_0^{-5/3} (\kappa^2 + \kappa_0^2)^{-11/6}, \quad (73)$$

где  $r_0 \simeq (0,423 \kappa^2 \int C_n^2(\xi) d\xi)^{-3/5}$  – радиус когерентности Фрида;  $\kappa = 2\pi/\lambda$  – волновое число;  $C_n^2(\xi)$  – профиль структурной постоянной флуктуаций показателя преломления на трассе распространения;  $\kappa_0 = 2\pi/L_0$ ,  $L_0$  – внешний масштаб турбулентности. Значение  $L_0$  задавалось равным 100 м. Внутренний масштаб турбулентности в явном виде не присутствует в спектре (73), однако при численном моделировании турбулентных искажений масштабы, меньшие чем шаг сетки, теряются, и таким образом появляется внутренний масштаб, равный шагу сетки. В наших расчетах шаг сетки равнялся примерно 2 см.

По полученной случайной реализации волнового фронта мы вычисляли распределение комплексной амплитуды, а затем интенсивности в фокальной плоскости собирающей линзы. Апертурная функция линзы считалась равной единице внутри квадрата со стороной  $D = 1$  м и нулю вне его.

Составной корректор волнового фронта представлял собой матрицу элементов квадратной формы с поперечным размером  $d = D/N_c^{1/2}$  ( $N_c$  – число элементов корректора), независимо управляемых по трем степеням свободы: наклонам по осям  $Y$  и  $Z$  и смещению вдоль оси  $X$ . Мы считаем, что корректор и апертуры датчика волнового фронта находятся в плоскостях, сопряженных с плоскостью апертуры телескопа.

Датчик волнового фронта представляет собой матрицу собирающих линз той же формы и размера, что и матрица элементов корректора. В фокальной плоскости каждой субапертуры датчика получается искаженное изображение монохроматического точечного источника. Используя измерения распределения интенсивности изображения, мы проводили восстановление волнового фронта.

Нами использовались модальный метод восстановления волнового фронта в виде конечной суммы полиномов Цернике и оригинальный аналоговый метод. Следует предварительно оговориться, что аналоговый метод, по существу, не является методом измерения. Это, скорее, способ управления на основе данных измерения градиентов фазы методом Гартмана.

Реализация данного аналогового способа требует изготовления специального управляемого (активного) зеркала, форма и размеры отдельного элемента которого полностью совпадают с размерами субапертуры измерителя Гартмана, отнесенными к входному зрачку оптической системы.

Зеркало представляет собой многослойное образование. Первый слой – это опорная плита для всего зеркала, второй слой – активный элемент, поворачивающий всю поверхность зеркала на углы, значения которых рассчитываются как среднее значение данных гартмановского датчика со всех субапертур. Третий слой – это активный элемент, поворачивающий отдельные сегменты (их 4) на углы, которые получаются усреднением измеренных градиентов фазы по каждому из сегментов. Следующий управляющий слой зеркала разбит уже на 16 сегментов. И так далее.

Управление на каждом слое в пределах отдельного элемента рассчитывается простым суммированием измеренных локальных градиентов фазы за вычетом управления на предыдущем шаге.

Прежде всего мы приведем результаты расчета функции рассеяния точки, выполненного в предположении, что искажения волнового фронта известны в каждой точке апертуры. Для каждого элемента корректора наклоны и смещения определялись из условия минимизации остаточных искажений волнового фронта методом наименьших квадратов. Полученные при этом результаты иллюстрируют ограничения, связанные только с конечным числом элементов корректора.

На рис. 17 изображено радиальное распределение изображения, полученное путем усреднения длинно-экспозиционной (ФРТ) по углу  $\mathcal{U}$ . Рис. 17, а соответствует значению  $r_0 = 20$  см ( $D/r_0 = 5$ ), а рис. 17, б –  $r_0 = 10$  см ( $D/r_0 = 10$ ). Число элементов корректора  $N_c$  варьировалось от 1 до 64. В табл. 5 приведены значения отношения Штреля St, равного отношению максимума ФРТ к его дифракционному значению, и полная ширина ФРТ по уровню половины от максимума (английская аббревиатура FWHM). Длина волны  $\lambda$  здесь и далее принималась равной 0,55 мкм.

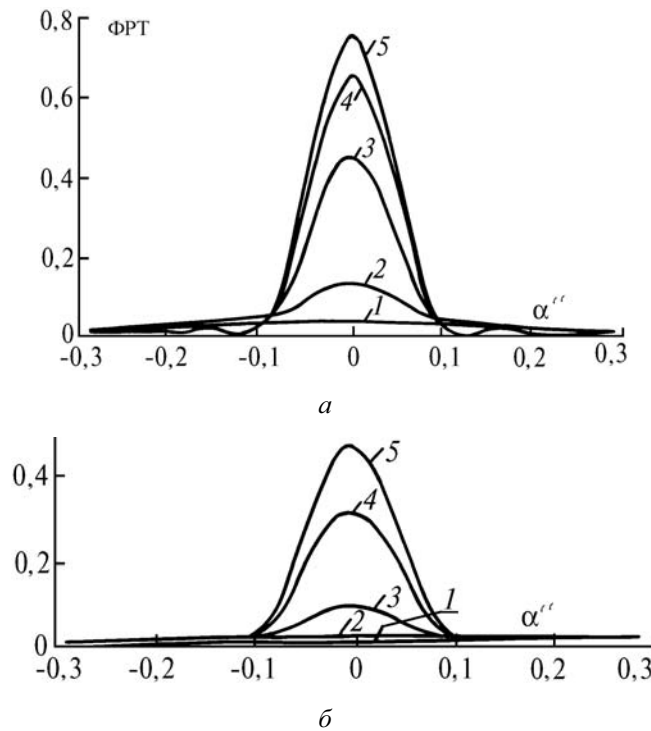


Рис. 17. ФРТ при идеальном измерении искажений волнового фронта как функции углового расстояния  $\alpha''$  при коррекции искажений составным корректором: 1 – без коррекции; 2 –  $N_c = 1$  (коррекция общего наклона); 3 –  $N_c = 4$ ; 4 –  $N_c = 16$ ; 5 –  $N_c = 64$ ; а –  $r_0 = 20$  см; б –  $r_0 = 10$  см

Таблица 5

$N_c$	$d/r_0$	St	FWHM
$r_0 = 20$ см			
–	–	0,03	0,5"
1	5	0,13	0,14"
4	5/2	0,45	0,10"
16	5/4	0,67	0,09"
64	5/8	0,75	0,09"
$r_0 = 10$ см			
–	–	0,008	1,1"
1	10	0,017	0,64"
4	5	0,089	0,11"
16	5/2	0,31	0,10"
64	5/4	0,46	0,10"

Таким образом, мы видим, что дифракционное разрешение ( $\text{FWHM} = 0,09''$  для  $D = 1$  м и  $\lambda = 0,55$  мкм) достигается уже при размере элемента корректора, равном примерно 3–5 радиусам когерентности  $r_0$ . Дальнейшее увеличение числа элементов корректора приводит только к увеличению интенсивности.

Далее мы представим результаты расчета ФРТ адаптивного телескопа, использующего датчик волнового фронта гартмановского типа и составной корректор волнового фронта, управление которого строится на основе алгоритма модального восстановления искажений волнового фронта [23, 24].

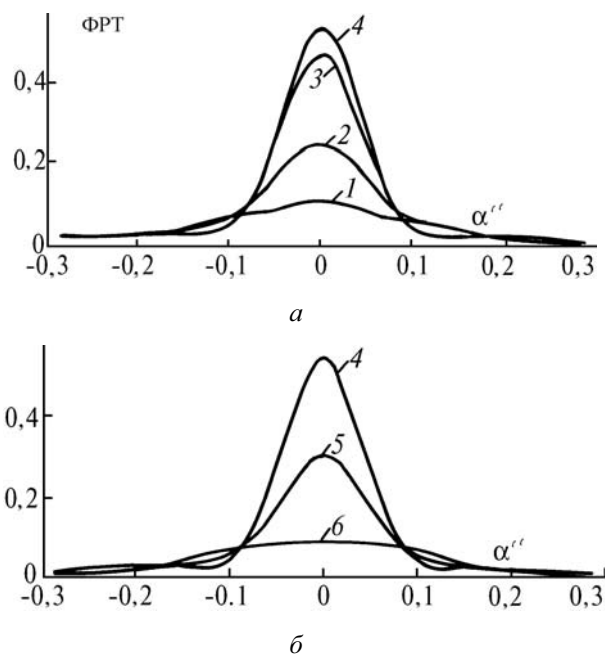


Рис. 18. ФРТ при использовании модального алгоритма восстановления волнового фронта для различного числа полиномов  $N_m$  модального представления (66): 1 –  $N_m = 3$ ; 2 –  $N_m = 6$ ; 3 –  $N_m = 10$ ; 4 –  $N_m = 15$ ; 5 –  $N_m = 21$ ; 6 –  $N_m = 28$ ;  $r_0 = 20$  см,  $N_c = N_S = 16$

На рис. 18, *a*, *б* изображены длинноэкспозиционные ФРТ, полученные для  $r_0 = 20$  см и  $N_S = 16$ , а в табл. 6 приведены соответствующие значения *St* и *FWHM*. Число полиномов  $N_m$  в модальном представлении волнового фронта принимало значения 3, 6, 10, 15, 21, 28, что соответствует полиномам 1, 2, 3, 4, 5 и 6-й степеней. При  $N_m = 21$  наблюдалось увеличение ошибки восстановления волнового фронта. Как видно из рис. 18 и табл. 6, уже при  $N_m = 10$  рост эффективности коррекции практически прекращается. Таким образом, представляется, что число полиномов, равное числу субапертур датчика, вполне достаточно при использовании алгоритма модального восстановления волнового фронта.

Таблица 6

$N_m$	<i>St</i>	<i>FWHM</i>
3	0,11	0,20''
6	0,25	0,13''
10	0,47	0,10''
15	0,54	0,10''
21	0,30	0,11''
28	0,09	0,27''

Для сопоставления приведем результаты расчетов ФРТ при использовании аналогового алгоритма восстановления волнового фронта. Число субапертур датчика волнового фронта и сегментов корректора принимало значения 4, 16 и 64. Результаты расчета приведены на



рис. 19 и в табл. 7. Видно, что хотя качество коррекции заметно хуже, чем при использовании метода модального восстановления волнового фронта, все же при достаточно большом количестве субапертур датчика можно получить многократный выигрыш по интенсивности по отношению к нескорректированной ФРТ.

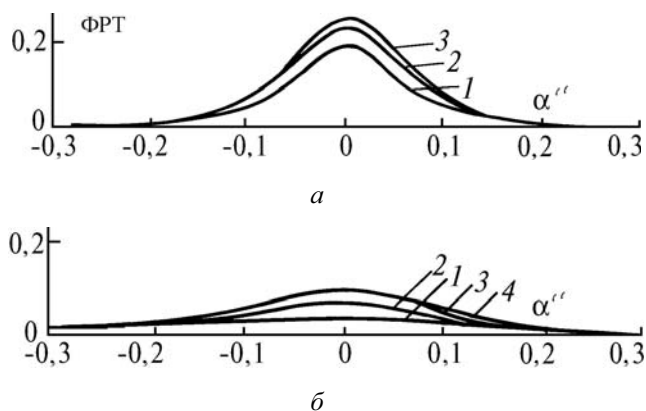


Рис. 19. ФРТ при аналоговом восстановлении волнового фронта:  $a - r_0 = 20$  см;  $b - r_0 = 10$  см;  $1 - N_S = 4$ ;  $2 - N_S = 16$ ;  $3 - N_S = 64$ ;  $4 - N_S = 256$

Наконец, мы приведем результаты расчета ФРТ [23] в условиях присутствия шума фотонов в датчике волнового фронта. Расчеты выполнялись при значении  $r_0 = 20$  см. В одном случае при фиксированном числе субапертур датчика  $N_S = 16$  варьировалось среднестатистическое число фотонов  $N_{ph}$  (рис. 20, табл. 8), а в другом при фиксированном числе фотонов  $N_{ph} = 800$  варьировалось количество субапертур (табл. 9). Количество полиномов, используемых в алгоритме модального восстановления волнового фронта, задавалось примерно равным числу субапертур.

Таким образом, требуется приблизительно 100 фотонов на каждую субапертуру датчика (в данном случае размер субапертуры был примерно равен радиусу когерентности) за <время замороженности> турбулентности, чтобы эффективность оставалась на уровне, соответствующем бесконечному отношению сигнал-шум.

Таблица 7

$N_S$	$d/r_0$	St	FWHM
$r_0 = 20$ см			
4	5/2	0,2	0,12"
16	5/4	0,24	0,14"
64	5/8	0,26	0,14"
$r_0 = 10$ см			
4	5	0,03	0,27"
16	5/2	0,07	0,20"
64	5/4	0,10	0,19"
264	5/8	0,10	0,21"

Таблица 8

$N_{ph}$	St	FWHM
1600	0,39	0,11"
800	0,28	0,12"
400	0,17	0,14"
200	0,10	0,20"

Таблица 9

$N_S$	$N_m$	St	FWHM
4	6	0,26	0,12"
16	15	0,28	0,12"
64	28	0,18	0,15"

При меньшем числе фотонов существует оптимальное число субапертур. Когда количество субапертур больше, чем это число, то высокий уровень шума приводит к сильному увеличению ошибки измерения локальных наклонов волнового фронта, в противоположном случае ошибка восстановления возрастает из-за недостаточного пространственного разрешения датчика [23].

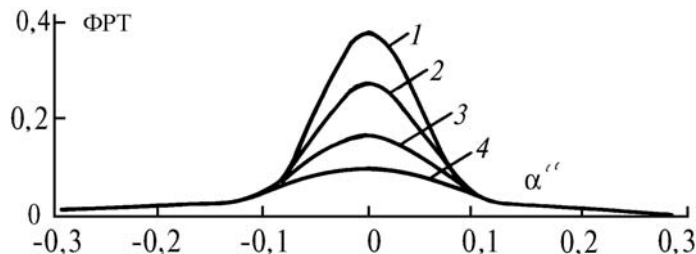


Рис. 20. ФРТ, полученная при использовании модального алгоритма в присутствии квантовых флуктуаций интенсивности: 1 –  $N_{ph} = 1600$ ; 2 –  $N_{ph} = 800$ ; 3 –  $N_{ph} = 400$ ; 4 –  $N_{ph} = 100$ ;  $r_0 = 20$  см;  $N_S = 16$ ;  $N_m = 15$

Представленные в данном разделе результаты расчетов ФРТ адаптивного телескопа с датчиком волнового фронта гартмановского типа и составным корректором получены при помощи программы, которая может быть использована разработчиками систем адаптивной оптики для выбора оптимальной конфигурации датчика и корректора волнового фронта, а также для тестирования различных алгоритмов восстановления волнового фронта и алгоритмов управления корректором.

### Заключение

Прежде всего нужно отметить, что большинство исследований, о которых шла речь в этой статье, не были связаны с конкретной разработкой атмосферной оптико-электронной системы, скажем, адаптивного телескопа. В своих научных поисках мы старались исходить из условий, которые необходимы для работы адаптивных [25] систем в атмосфере. Безусловно, общая тенденция развития подобных исследований диктовалась логикой и успехами всего мирового оптического сообщества.

Как нам видится дальнейшее развитие? Прежде всего, исследования характеристик атмосферных оптико-электронных систем предполагают проведение динамического моделирования как турбулентных искажений волнового фронта, так и всех компонентов адаптивной системы. Это позволит оптимизировать время накопления сигнала датчиком волнового фронта и исследовать алгоритмы управления корректором, в том числе и такие, которые <прогнозируют> во времени искажения волнового фронта по измерениям, проведенным в предыдущие моменты времени.

Развитие нашей программы предусматривает возможность учета эффекта <неизопланатизма>, моделирование искусственных опорных источников (<звезд>), различных типов датчиков волнового фронта (сдвиговый интерферометр, гартмановский, датчик кривизны волнового фронта), различных типов корректоров, а также адаптивных систем, использующих несколько корректоров волнового фронта [25].

Так, мы уже в 1992 г. [24] провели сравнительный анализ эффективности применения деформируемого и составного зеркал в задаче коррекции турбулентных искажений волнового фронта.

Несомненно, остается принципиально важной разработка модели турбулентной атмосферы. Исследования возможности эффективной работы адаптивных систем в условиях формирования спекл-структур также нам представляются актуальными.

В заключение этой статьи хотелось бы поблагодарить всех сотрудников лаборатории прикладной и адаптивной оптики Института оптики атмосферы СО РАН, а в особенности Н.Н. Ботыгину, О.Н. Емалеева, Л.В. Антошкина, с которыми были начаты и выполнены самые первые работы. В настоящее время мне приятно сотрудничать с Л.Н. Лавриновой, Н.Н. Майер, Б.В. Фортесом и Ф.Ю. Каневым.

1. Лукин В. П. // Квантовая электроника. 1980. Т. 7. N 6. С. 1270–1279.
2. Гурвич А. С., Кон А. И. и др. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
3. Лукин В. П. // Квантовая электроника. 1981. N 10. С. 2145–2153.
4. Емалеев О. Н., Лукин В. П. // Квантовая электроника. 1982. Т. 9. N 11. С. 2264–2271.
5. Fried D. // J. Opt. Soc. Am. 1966. V. 56. P. 1372–1379.
6. Лукин В. П., Черноцкий М. И. // Квантовая электроника. 1982. Т. 9. N 5. С. 952–958.
7. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. М.: Наука, 1978. 640 с.
8. Лукин В. П., Покасов В. В. // Квантовая электроника. 1983. Т. 10. N 5. С. 9925–1001.
9. Лукин В. П., Матюхин В. Ф. // Квантовая электроника. 1983. Т. 10. N 12. С. 2465–2473.
10. Лукин В. П., Миронов В. Л. // Квантовая электроника. 1985. Т. 12. N 9. С. 1959–1962.
11. Lukin V., Zuev V. // Appl. Optics. 1987. V. 26. N 1. P. 139–144.
12. Ботыгина Н. Н., Лукин В. П., Фризен А. Г. // Квантовая электроника. 1986. Т. 13. N 8. С. 1652–1656.
13. Лукин В. П. // Квантовая электроника. 1988. Т. 15. N 9. С. 1856–1861.
14. Антошкин Л. В., Емалеев О. Н., Лукин В. П. // Приборы и техника эксперимента. 1988. N 5. С. 211–212.
15. Lukin V. // Optics Lett. 1979. V. 4. N 1. P. 15–17.
16. Lukin V., Fortes B. // Atm. Opt. 1991. V. 4. N 12. P. 905–909.
17. Емалеев О. Н., Лукин В. П. и др. // Материалы VIII Всесоюз. симпозиума по распространению лазерного излучения в атмосфере. Ч. 3. Томск. 1986. С. 183–185.
18. Лукин В. П. // Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. N 9. С. 38–42.
19. Лукин В. П. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. N 6. С. 563–572.
20. Антошкин Л. В., Ботыгина Н. Н., Лукин В. П., Емалеев О. Н., Потанин С. Ф. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. N 6. С. 621–627.
21. Лукин В. П. // Оптика атмосферы, 1990. Т. 3. N 12. С. 1235 – 1243.
22. Лукин В. П., Майер Н. Н., Фортес Б. В. // Оптика атмосферы. 1991. Т. 4. N 12. С. 1298–1302.
23. Лукин В. П., Майер Н. Н., Фортес Б. В. // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. N 12. С. 1241–1251.
24. Канев Ф. Ю., Лукин В. П., Фортес Б. В. // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. N 12. С. 1324–1328.
25. Лукин В. П. Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 286 с.

Институт оптики атмосферы СО РАН,  
Томск

Поступила в редакцию  
13 декабря 1993 г.

#### V. P. Lukin. Adaptive Formation of Beams and Images in Turbulent Atmosphere.

Investigations on adaptive optics conducted during last fifteen years at the Institute of Atmospheric Optics of SB of RAS are generalized in the paper.

The atmospheric turbulence is one of important distorting factors which determine the limit of achievable characteristics of the present optoelectronic systems. Therefore the main attention is paid in the paper to the adaptive optics capability to eliminate the affecting of atmospheric turbulence on formation of laser beams and optical images.