

Г.Д. Чеботарев, О.О. Пруцаков, Е.Л. Латуш

## Исследование процессов контракции и расконтрагирования в активной среде рекомбинационного He–Sr<sup>+</sup>-лазера

*Ростовский государственный университет*

Поступила в редакцию 15.11.2005 г.

С помощью разработанной самосогласованной математической модели рекомбинационного He–Sr<sup>+</sup>-лазера рассчитана пространственно-временная эволюция параметров плазмы и характеристик генерации в импульсно-периодическом режиме. Расчеты показали хорошее согласие с экспериментом. С помощью модели изучены явления контракции и расконтрагирования импульсно-периодического разряда. Показано, что сжатие импульсно-периодического разряда в гелии является результатом формирования тепловой неоднородности плазмы последовательностью импульсов. Показано также, что расконтрагирование разряда при поступлении в гелий атомов стронция в первую очередь определяется их низким потенциалом ионизации. При этом происходят почти полная двукратная ионизация стронция практически по всему сечению разряда, а также пространственная стабилизация процесса ионизации гелия. В итоге с ростом концентрации стронция происходит выравнивание концентрации электронов по радиусу трубки.

Импульсно-периодические лазеры на парах металлов работают в условиях, при которых разряд в чистом инертном газе контрагирован [1–3]. Контракция создает большие трудности для мощных газоразрядных лазеров, нарушая пространственную однородность активной среды [1–5]. Для борьбы с этой проблемой применяются различные технические решения, приводящие к усложнению конструкции лазера. Однако в лазерах на парах металлов (ЛПМ), содержащих инертный буферный газ и пары металла, имеет место автоматическое расконтрагирование разряда, вследствие чего обеспечивается достаточно высокая пространственная однородность плазмы [1–3]. Поэтому явление расконтрагирования имеет большое значение для физики лазеров на парах металлов, а его детальные исследования представляют несомненный интерес.

Явление контракции разряда в инертных газах достаточно хорошо изучено, при этом наиболее детально исследованы стационарный и импульсный объемный разряды [4–12]. Развитие импульсно-периодических ЛПМ явилось стимулом к исследованиям явлений контракции и расконтрагирования в продольном импульсно-периодическом разряде [1–3, 13–15]. Особенностью этого разряда является то, что в типичных для ЛПМ условиях возбуждения разряда контракция не наблюдается в одиночном импульсе и имеет место лишь при достаточно высоких частотах следования импульсов [3, 14]. Другая особенность — сохранение однородности разряда в условиях парогазовой смеси даже при развитии приэлектродных неустойчивостей или при наличии отдельных участков контрагированного разряда, обедненных парами металла [2, 3, 14].

Сжатие разряда в инертных газах является следствием развития ионизационно-перегревной неустойчивости. Контракция возникает при одновременном выполнении по крайней мере двух условий: частота образования заряженных частиц должна резко спадать от оси к периферии; объемная рекомбинация заряженных частиц должна преобладать над амбиполярной диффузией [4–6].

Очевидно, что контракция будет преодолена, т.е. произойдет расконтрагирование разряда при нарушении хотя бы одного из этих условий. Газоразрядные условия, способствующие этому, возникают при введении в разряд легкоионизируемой добавки. Качественный анализ механизмов расконтрагирования импульсно-периодического разряда в смесях инертных газов с парами металлов проведен в работах [1–3, 13, 14], где показано, что при введении в разряд паров металла при сравнительно небольшой концентрации (соответствующей типичным условиям генерации ЛПМ) формируется нарастающий к стенкам газоразрядной трубки радиальный профиль ионизационных свойств смеси. В результате проводимость плазмы выравнивается по сечению трубки и диаметр разрядного канала увеличивается. В [2, 13, 15] отмечается важная роль остаточной предимпульсной концентрации электронов в зажигании однородного импульсно-периодического разряда в парогазовой смеси. В [3, 14] сделан вывод о важной роли амбиполярной диффузии ионов металла, участвующей наряду с нагревом газа в формировании неоднородного радиального профиля плотности паров металла с минимумом на оси.

Цель настоящей работы заключается в детальном численном исследовании механизмов контракции

и расконтрагирования импульсно-периодического разряда в He–Sr-смеси с помощью разработанной нами самосогласованной математической модели He–Sr<sup>+</sup>-лазера.

He–Sr<sup>+</sup>-лазер относится к классу ионных рекомбинационных лазеров на парах металлов [16–18]. Он обеспечивает генерацию в фиолетовой (430,5 и 416,2 нм SrII) области спектра с достаточно высоким уровнем средней мощности (до нескольких ватт). Активная среда He–Sr<sup>+</sup>-лазера представляет собой смесь паров стронция и буферного газа гелия. Необходимая плотность паров стронция достигается подогревом активной области. Подогрев может осуществляться как с помощью внешней печи, так и за счет энергии, вводимой в разряд в режиме саморазогрева. Возбуждение активной среды осуществляется короткими мощными импульсами тока, в течение которых происходит почти полная двукратная ионизация стронция. Этому способствует малость потенциалов однократной и двукратной ионизации стронция по сравнению с потенциалом ионизации гелия.

После окончания импульса тока происходит процесс рекомбинации плазмы. Накачка верхних лазерных уровней осуществляется ударно-радиационной рекомбинацией двукратных ионов стронция в послесвечении импульсного разряда, инверсия же достигается в результате эффективной очистки нижних лазерных уровней за счет электронного девозбуждения. Рекомбинационная накачка верхних и столкновительная очистка нижних лазерных уровней максимально эффективны при быстром и глубоком охлаждении электронного газа в раннем послесвечении, что достигается за счет упругих соударений электронов с легкими атомами и ионами гелия. Поэтому увеличение давления гелия способствует росту энергетических характеристик генерации.

В работе [19] изложено описание разработанной нами математической модели He–Sr<sup>+</sup>-лазера, позволяющей рассчитывать временные и энергетические характеристики активной среды в широком диапазоне давлений рабочей смеси. В настоящей работе использовалась новая самосогласованная математическая модель рекомбинационных He–Sr<sup>+</sup>-лазеров, позволяющая рассчитывать пространственно-временную эволюцию параметров плазмы и характеристик генерации в импульсно-периодическом режиме. Основное отличие новой модели от модели [19] состоит в том, что в кинетических уравнениях для долгоживущих компонентов плазмы диффузионные члены вида  $6D/R^2$ , где  $D$  – коэффициент диффузии и  $R$  – радиус трубки, были заменены на дивергенции плотностей диффузионных потоков в радиальном направлении. В уравнения для электронной и газовой температур также введены дивергенции плотностей электронного и газового тепловых потоков, обусловленные электронной и газовой теплопроводностью.

В работе [20] были измерены радиальные профили концентрации электронов как в контрагированном, так и в расконтрагированном импульсно-периодических разрядах He–Sr<sup>+</sup>-лазера, а также измерена

электронная температура, поэтому расчеты по модели были проведены для условий данной работы. В частности, внутренний диаметр, активная длина и частота следования импульсов составляли соответственно:  $d = 1,55$  см,  $L_a = 70$  см,  $f = 6$  кГц.

Результаты расчетов пространственно-временных зависимостей параметров плазмы и характеристик генерации He–Sr<sup>+</sup>-лазера в установившемся импульсно-периодическом режиме приведены на рис. 1. На рис. 1, а представлены рассчитанные и экспериментальные [20] радиальные профили концентрации электронов в различные моменты времени относительно максимума тока. На рис. 1, б показаны рассчитанный и экспериментальный профили электронной температуры в послесвечении в момент максимума генерации.

Рассчитанные пространственно-временные зависимости электронной и газовой температуры, концентрации атомов, однократных и двукратных ионов стронция, а также интенсивности генерации на линии 430,5 нм SrII приведены на рис. 1, в–з. Видно, что в установившемся режиме газовая температура за время импульса тока изменяется незначительно (рис. 1, в). Она неоднородна по радиусу, что приводит наряду с амбиполярной диффузией к неоднородному предимпульсному радиальному распределению атомов металла (рис. 1, д). Профиль двукратных ионов стронция в конце импульса тока (рис. 1, ж) практически повторяет предимпульсный профиль атомов стронция (за исключением тонких пристеночных областей), испытывающих в импульсе тока практически полную двукратную ионизацию. Провал концентрации двукратных ионов стронция на оси приводит к минимуму интенсивности генерации на оси трубки (рис. 1, з). Радиальный профиль интенсивности генерации с небольшим провалом на оси является типичным для He–Sr<sup>+</sup>-лазера. Он наблюдался как в наших экспериментах, так и в работах других авторов [2, 21].

Как видно из рис. 1, модель достаточно точно отражает основные закономерности в поведении характеристик активной среды He–Sr<sup>+</sup>-лазера.

На рис. 2 представлены рассчитанные для разных частот следования импульсов установившиеся радиальные профили концентрации электронов и температуры газа, а также предимпульсной концентрации атомов гелия при разряде в чистом гелии.

Видно, что при малых частотах ( $f \sim 10^2$  Гц) радиальный профиль газовой температуры близок к однородному (рис. 2, в), а профиль концентрации электронов – к бесселевскому профилю, характерному для неконтрагированного разряда (рис. 2, а, б). При более высоких частотах (выше  $10^3$  Гц) резко нарастает тепловая неоднородность плазмы (рис. 2, в, г), обуславливающая вследствие действия ионизационно-перегревного механизма сужение профиля концентрации электронов и рост ее значения на оси разряда. Рассчитанный профиль  $N_e$  при  $f = 6$  кГц близок к экспериментальному в контрагированном разряде [20] (рис. 2, а, б).

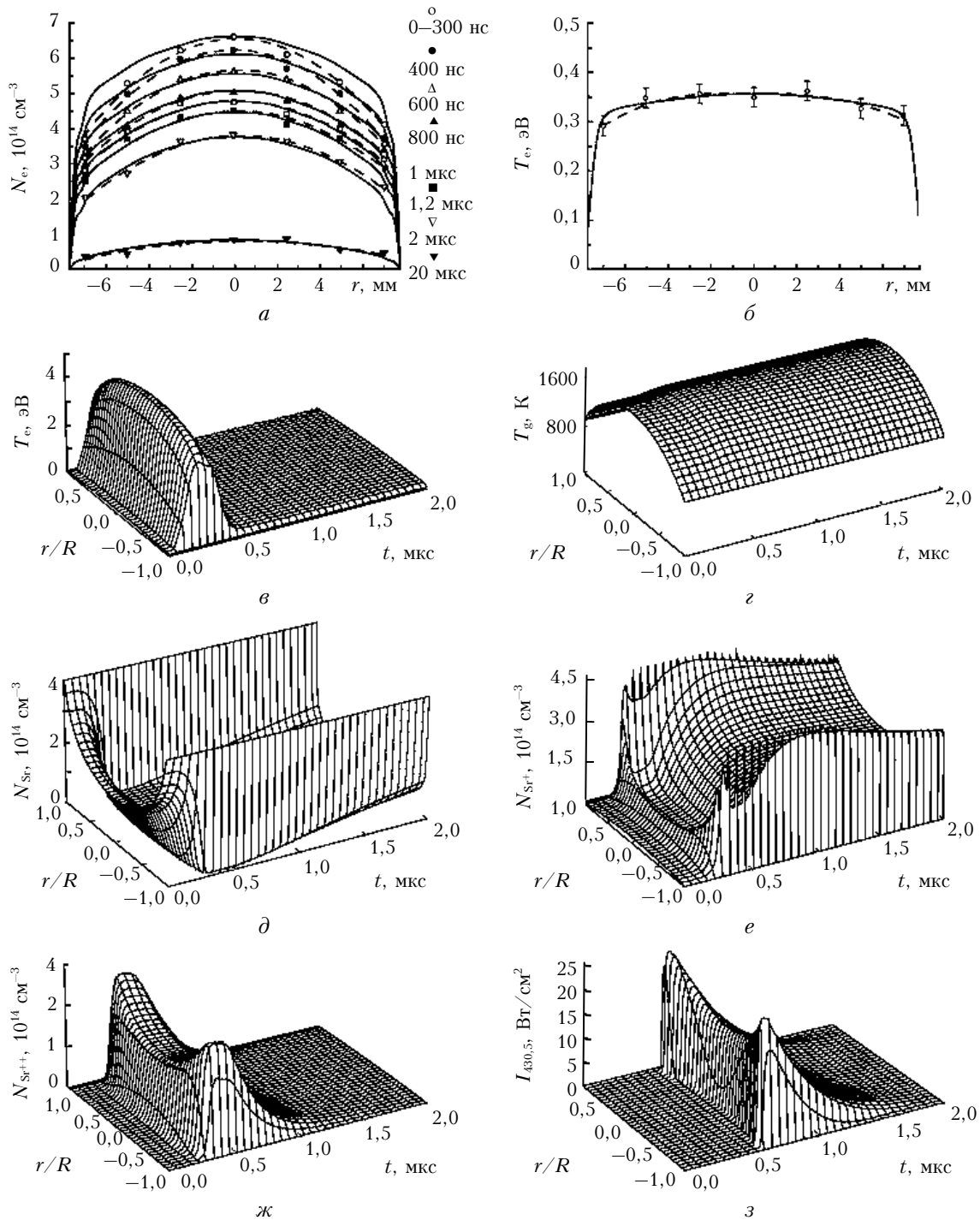


Рис. 1. Радиальные профили концентрации электронов в различные моменты времени относительно максимума тока (а), радиальный профиль температуры электронов в момент максимума генерации (б), пространственно-временные зависимости температуры электронов (в), температуры газа (г), концентрации атомов (д), однократных (е) и двукратных (ж) ионов стронция, а также интенсивности генерации на линии 430,5 нм Sr II (з):  $p_{\text{He}} = 250$  торр; штриховые кривые — эксперимент

На рис. 3 показаны радиальные распределения параметров плазмы в различных импульсах. В качестве начальных условий для первого импульса были взяты затравочные однородные распределения всех параметров плазмы. До 60-го импульса моделировался разряд в чистом гелии, после были добавлены атомы стронция.

Видно, что вначале разряд неконтрагирован, сжатие его наступает примерно через 40 импульсов. Это число импульсов соответствует времени установления температурного режима ( $\sim 6$  мс). Из рис. 3 д, е видно, что вначале, когда газ только начинает греться, концентрация гелия не успевает сразу же откликнуться на изменение температуры,

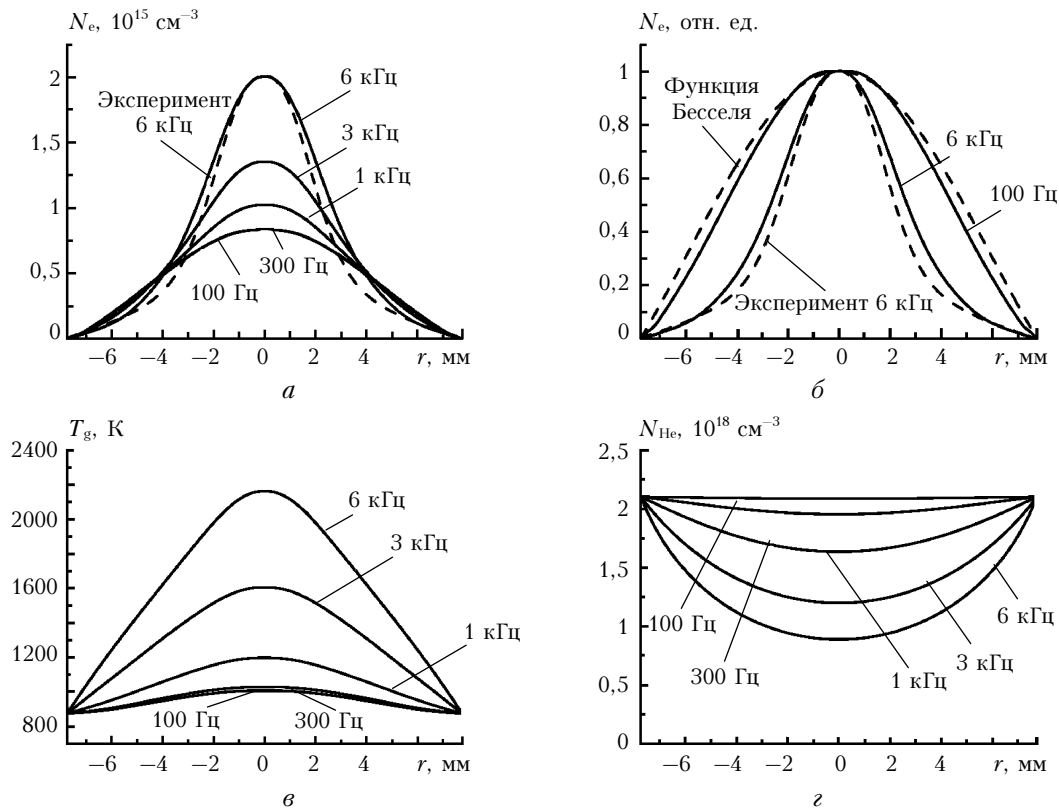


Рис. 2. Радиальные профили в своем максимуме концентрации электронов (*a*, *б*) и температуры газа (*в*), а также предимпульсной концентрации атомов гелия (*г*) при разряде в чистом гелии:  $p_{\text{He}} = 190$  торр

для этого ей нужно время  $\tau_{\text{diff}} = R^2/6D_{\text{He}} \approx 4$  мс. Из-за этого растет давление гелия, так как  $p_{\text{He}} \propto N_{\text{He}}T_{\text{g}}$ . Время установления температуры газа определяется величиной  $\tau_{\text{th}} = R^2/6\chi \approx 2$  мс, где  $\chi$  — коэффициент температуропроводности гелия. В уравнениях переноса  $T_{\text{g}}$  и  $N_{\text{He}}$  связаны друг с другом, поэтому время выхода на установившийся режим будет примерно равно сумме времен  $\tau_{\text{diff}} + \tau_{\text{th}} \approx 6$  мс. В установившемся режиме давление гелия постоянно по радиусу (рис. 3, *е*), а предимпульсный профиль концентрации гелия оказывается обратным профилю газовой температуры (рис. 3, *д*).

Падение концентрации гелия на оси из-за нагрева газа приводит к росту  $T_{\text{e}}$  на оси (рис. 3, *б*), так как  $T_{\text{e}} \propto E/N_{\text{He}}$ , где  $E$  — напряженность поля. Из-за высоких потенциалов возбуждения и ионизации гелия скорость его ионизации очень чувствительна к перепаду  $T_{\text{e}}$  вдоль радиуса трубки, поэтому скорость ионизации в чистом гелии оказывается максимальной на оси. В результате на оси резко увеличиваются  $N_{\text{e}}$  (рис. 3, *а*) и проводимость плазмы (рис. 3, *з*), т.е. происходит сжатие разряда.

Энергии одного импульса тока недостаточно для существенного разогрева газа, поэтому в одиночном импульсе разряд не испытывает заметного сжатия. Однако в импульсно-периодическом режиме, если  $1/f \ll \tau_{\text{diff}} + \tau_{\text{th}}$ , происходит накопление тепла от импульса к импульсу, пока радиальное распределение  $T_{\text{g}}$  не выйдет на стационарный режим с выраженным

максимумом на оси (рис. 3, *в*). Формирующаяся в последовательности импульсов тепловая неоднородность плазмы приводит в итоге к сжатию разряда (рис. 3, *а*, *з*).

Полученные при моделировании закономерности в поведении импульсно-периодического разряда в гелии согласуются с результатами наших экспериментов, а также работ [2, 3, 13, 14, 20].

На рис. 3 также отображен процесс расконтрагирования при добавлении в разряд атомов стронция ( $N_{\text{Sr}} = 4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ). Ввод их в разряд в модели осуществлялся на 60-м импульсе. Видно, что процесс расконтрагирования происходит довольно быстро — к 70-му импульсу разряд уже полностью расконтрагирован, при этом происходит снижение на оси газовой и электронной температуры, концентрации электронов, проводимости плазмы. Радиальные распределения  $N_{\text{e}}$  и проводимости плазмы становятся практически плоскими.

На рис. 4 представлены рассчитанные при различных добавках атомов стронция установившиеся радиальные распределения параметров плазмы в конце импульса тока, когда  $N_{\text{e}}$  максимальна.

Хорошо виден процесс расконтрагирования разряда при добавлении в него легкоионизируемой добавки. Влияние добавки стронция начинает существенно сказываться при его концентрации  $\sim 5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ . При  $N_{\text{Sr}} = 4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  радиальное распределение электронов становится практически плоским (рис. 4, *а*).

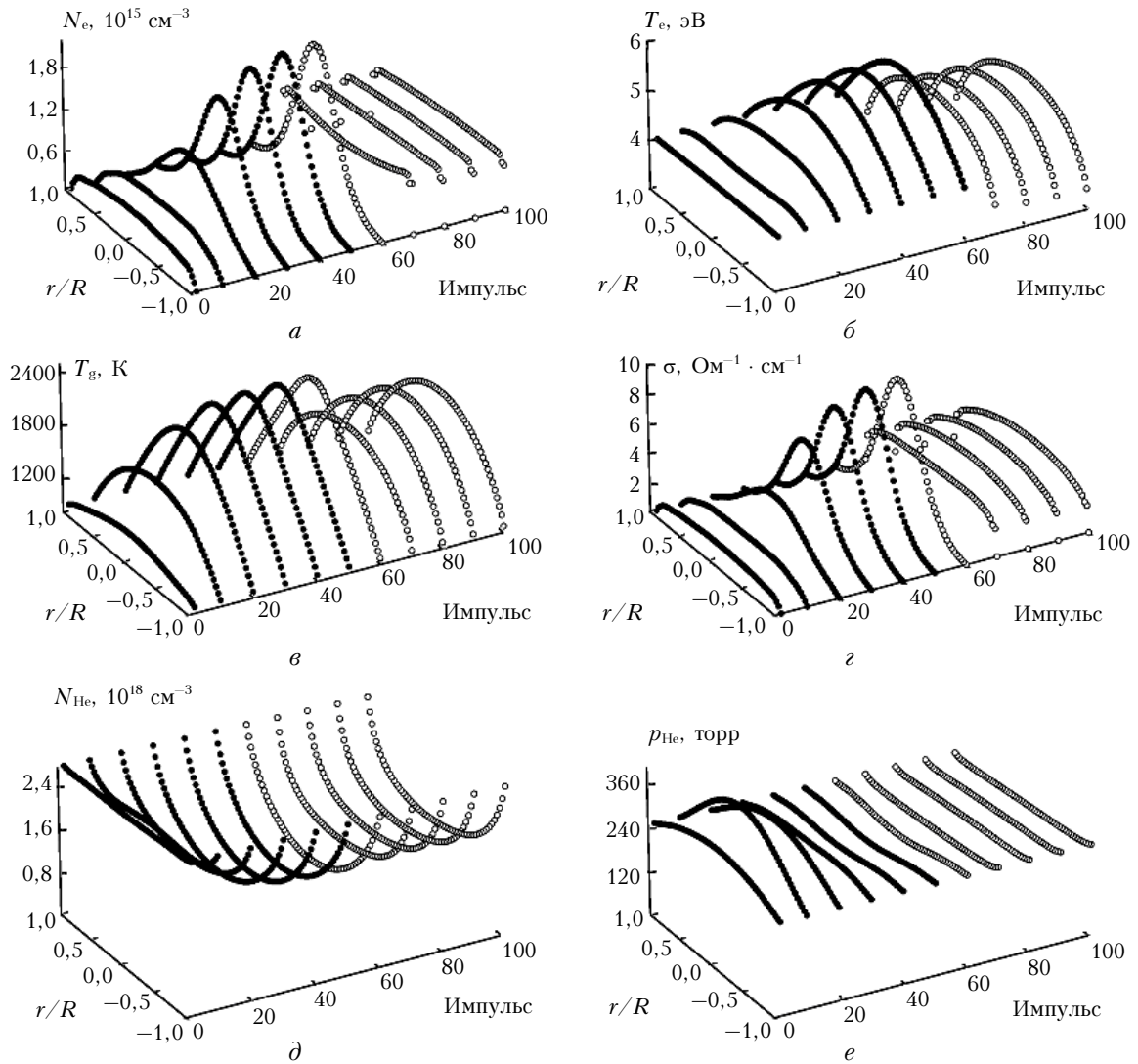


Рис. 3. Радиальные профили в своем максимуме концентрации электронов (*a*), температуры электронов (*б*), температуры газа (*в*), проводимости плазмы (*г*) и предимпульсные радиальные распределения концентрации гелия (*д*) и давления гелия (*е*) в различных импульсах; до 60-го импульса разряд горит в чистом гелии, после добавляется стронций в количестве  $4 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ :  $p_{\text{He}} = 190 \text{ торр}$

Видно, что в импульсе тока происходит практически полная ионизация атомов металла, большая часть которых переходит в двукратные ионы (рис. 4, б, в). Радиальный профиль двукратных ионов металла практически повторяет предимпульсный профиль атомов стронция (кроме тонких пристеночных областей), которых больше у стенок, чем на оси (за счет тепловой и амбиполярной диффузии). Заметим, что ключевую роль в наличии эффективной ионизации стронция в пристеночных областях наряду с отмеченной формой предимпульсного профиля атомов стронция играют низкие потенциалы однократной и двукратной ионизации стронция. Низкие потенциалы ионизации обуславливают значительно меньшую чувствительность скорости ионизации металла по сравнению с гелием к имеющемуся перепаду  $T_e$  вдоль радиуса трубки (рис. 4, д).

Рост  $N_e$  и проводимости плазмы в пристеночных областях (рис. 4, а, ж), происходящий при увеличе-

нии концентрации стронция, приводит к росту тепловыделения у стенок и соответствующему в условиях постоянства вкладываемой в разряд мощности снижению тепловыделения на оси. Происходящее таким образом сглаживание профиля тепловыделения приводит, в свою очередь, к существенному снижению газовой температуры в осевой части разряда и некоторому ее повышению у стенок (рис. 4, е). Эти изменения профиля газовой температуры, а также рост потерь энергии электронного газа на ионизацию стронция приводят к некоторому снижению уровня электронной температуры и уменьшению ее перепада вдоль радиуса трубки (рис. 4, д), что, в свою очередь вследствие резкой зависимости скорости ионизации гелия от  $T_e$  приводит к значительному сглаживанию радиального профиля концентрации ионов гелия (рис. 4, з). Таким образом, введение легкоионизируемой добавки кроме всего прочего пространственно стабилизирует процесс ионизации буферного газа,

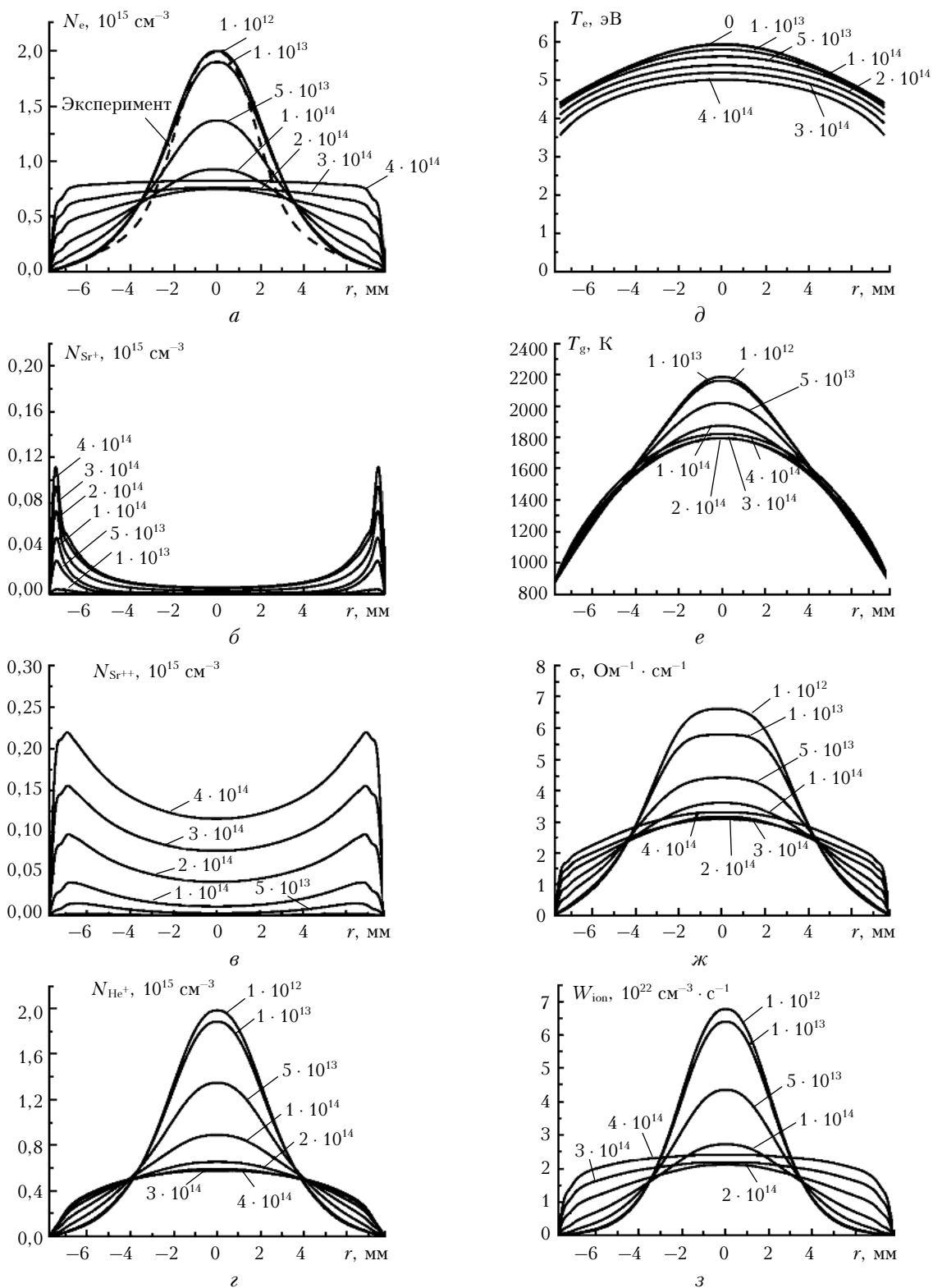


Рис. 4. Радиальные профили в конце импульса тока концентраций электронов (а), однократных ионов стронция (б), двукратных ионов стронция (в), ионов гелия (з), температуры электронов (д), температуры газа (е), проводимости плазмы (ж), суммарной скорости ионизации гелия и стронция (з):  $p_{\text{He}} = 190$  торр; штриховая кривая – эксперимент. Цифры у кривых – значения концентрации атомов стронция у стенки в  $\text{см}^{-3}$

ионы которого вносят существенный вклад в результирующий радиальный профиль концентрации элект-

тронов наряду с однократными и двукратными ионами металла (рис. 4, а–з).

Отметим интересную особенность — становящийся при определенной концентрации стронция практически плоским радиальный профиль  $N_e$  определяется суммой в той или иной мере неоднородных профилей концентраций различных ионов в парогазовой смеси (рис. 4,  $a-z$ ).

На рис. 4, з представлена суммарная скорость всех ионизационных процессов в He—Sr-смеси, приводящих к образованию заряженных частиц и включающих прямую и ступенчатую ионизацию. Как видно из рис. 4, з, который иллюстрирует изменения радиального профиля ионизационных свойств смеси, при повышении концентрации стронция происходит нарушение одного из необходимых для контракции условий — наличия резкого спада частоты образования заряженных частиц от оси к стенкам; в результате контракция нейтрализуется и происходит расконтрагирование разряда.

Как показали расчеты, предимпульсная концентрация электронов в установившемся импульсно-периодическом разряде для состава He—Sr-смеси, соответствующего однородному радиальному профилю  $N_e$ , имеет значение  $\sim 10^{13} \text{ см}^{-3}$ , что на несколько порядков превышает необходимые для формирования объемного разряда значения [2, 15].

Расчеты, проведенные нами при варьировании концентраций компонентов смеси в широких пределах, показали, что для сохранения высокой степени пространственной однородности плазмы при повышении давления гелия требуется увеличение концентрации атомов стронция (и увеличение энерговклада в разряд). При этом оптимальные для достижения максимальной однородности плазмы соотношения компонентов смеси оказываются близкими к соотношениям, обеспечивающим максимум скорости рекомбинационной накачки ионных уровней стронция и соответственно энергетических характеристик генерации рекомбинационного He—Sr<sup>+</sup>-лазера. Эта особенность способствует быстрому росту импульсных энергетических характеристик He—Sr<sup>+</sup>-лазера при повышении давления гелия вплоть до нескольких атмосфер [22]. Отмеченная взаимосвязь между составом смеси и степенью однородности плазмы наблюдается экспериментально как для He—Sr-смеси, так и для других смесей [2, 3].

Расчеты показали также, что для фиксированного давления гелия при повышении концентрации стронция в пределах порядка величины плазма остается достаточно однородной, что обуславливает также возможность эффективной самоограниченной генерации в He—Sr-смеси на атомных и ионных переходах стронция в инфракрасном диапазоне с несколько отличным от рекомбинационного лазера оптимальным для генерации составом смеси [23].

Таким образом, в работе методом математического моделирования исследованы важные для физики лазеров на парах металлов явления контракции и расконтрагирования импульсно-периодического разряда. Установлены основные физические механизмы, определяющие существование этих явлений.

Работа поддержана грантом РФФИ № 04-02-96804.

1. Букипун Л.М., Латуш Е.Л., Сэм М.Ф. Влияние температуры активной среды на характеристики генерации рекомбинационного Sr—He-лазера // Квант. электрон. 1988. Т. 15. № 9. С. 1762—1764.
2. Бохан П.А., Закревский Д.Э. Исследование продольного импульсно-периодического разряда в парогазовых смесях высокого давления // Ж. техн. физ. 1997. Т. 67. Вып. 4. С. 25—31.
3. Клишкин В.М. Проблемы неустойчивости продольных импульсно-периодических разрядов в лазерах на парах металлов. Препр. / ИОА СО РАН (Томск). 1999. № 1.
4. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1987. 592 с.
5. Елецкий А.В., Смирнов Б.М. Неоднородная газоразрядная плазма // Успехи физ. наук. 1996. Т. 166. № 11. С. 1197—1217.
6. Велихов Е.П., Ковалев А.С., Рахимов А.Т. Физические явления в газоразрядной плазме. М.: Наука, 1987. 160 с.
7. Королев Ю.Д., Месяц Г.А. Физика импульсного пробы газов. М.: Наука, 1991. 224 с.
8. Осипов В.В. Самостоятельный объемный разряд // Успехи физ. наук. 2000. Т. 170. № 3. С. 225—245.
9. Голубовский Ю.Б., Некучаев В.О., Пеллохова Е.Б. Явление контракции газового разряда как фазовый переход к новой диссипативной структуре // Ж. техн. физ. 1996. Т. 66. Вып. 3. С. 43—53.
10. Акишев Ю.С., Напартович А.П., Пашкин С.В., Пономаренко В.В., Соколов Н.А., Таран Т.В., Таран М.Д. Исследование контракции объемного разряда в гелии // Физ. плазмы. 1984. Т. 10. Вып. 2. С. 361—371.
11. Ульянов К.Н. Контракция положительного столба разряда в газах с диссоциативным механизмом рекомбинации // Ж. техн. физ. 1973. Т. 43. Вып. 3. С. 570—578.
12. Petrov G.M., Ferreira C.M. Numerical modeling of the constriction of the dc positive column in rare gases // Phys. Rev. E. 1999. V. 59. N 3. P. 3571—3582.
13. Бохан П.А., Закревский Д.Э. Мощный самостабилизированный продольный разряд мультитатмосферного давления // Письма в ЖЭТФ. 1995. Т. 62. Вып. 1. С. 26—30.
14. Klimkin V. Stability of longitudinal repetitively pulsed discharges in metal vapor lasers (the Petrash Effect) // Proc. SPIE. 2002. V. 4747. P. 164—179.
15. Клишкин В.М. Повторная контракция энергонапряженных импульсно-периодических разрядов // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. Вып. 18. С. 16—21.
16. Иванов И.Г., Латуш Е.Л., Сэм М.Ф. Ионные лазеры на парах металлов. М.: Энергоатомиздат, 1990. 256 с.
17. Ivanov I.G., Latush E.L., Sem M.F. Metal Vapour Ion Lasers: Kinetic Processes and Gas Discharges (John Wiley & Sons, Chichester, New York, 1996).
18. Little C.E. Metal Vapour Lasers: Physics, Engineering and Applications (John Wiley & Sons, Chichester, New York, 1999).
19. Chebotarev G.D., Prutsakov O.O., Latush E.L. Mathematical modeling of ion recombination strontium vapor laser // Proc. SPIE. 2004. V. 5483. P. 83—103.
20. Loveland D.G., Webb C.E. Measurement of the electron density in a strontium vapour laser // J. Phys. D. 1992. V. 25. P. 597—604.
21. Little C.E., Piper J.A. Average-Power Scaling of Self-Heated Sr<sup>+</sup> Afterglow Recombination Laser // IEEE J. Quantum Electron. 1990. V. 26. N 5. P. 903—910.
22. Atamas' S.N., Latush E.L., Sem M.F. He—Sr recombination laser with helium pressure up to 5 atm // J. Russian Laser Res. 1994. V. 15. N 1. P. 66—68.

*G.D. Chebotarev, O.O. Prutsakov, E.L. Latush.* **Study of contraction and decontraction processes in an active media of the recombination He–Sr<sup>+</sup>-laser.**

With the help of developed self-consistent mathematical model of an recombination He–Sr<sup>+</sup>-laser, a temporal evolution of radial distribution of the plasma parameters and laser oscillation characteristics in repetitively pulsed regime of the laser is investigated. Performed calculations show a good agreement with experiment. By means of mathematical modeling, phenomena of gas-discharge contraction and decontraction are studied. It is established that contraction of the repetitively pulsed discharge in the pure helium is a result of thermal plasma inhomogeneity formation in the sequence of pulses. It is demonstrated that a self-decontraction of gas-discharge, when metal atoms are introduced into the pure inert gas, is mostly due to low ionization potentials of the strontium metal atoms. This leads to almost complete double ionization of the strontium atoms practically over the whole cross section of the discharge tube. At the same time, spatial stabilization of the helium ionization process also occurs. As a result, flattening of radial profile of the electron concentration proceeds as the strontium atom concentration increases.