

Ю.Е. Воскобойников, М.Ю. Катаев, А.А. Мицель

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ЗОНДИРОВАНИЯ ГАЗОВОГО СОСТАВА АТМОСФЕРЫ НА ОСНОВЕ ДЕСКРИПТИВНЫХ СГЛАЖИВАЮЩИХ СПЛАЙНОВ

Рассмотрен новый подход к решению задач интерпретации данных лидарного зондирования газового состава атмосферы. Подход основан на использовании дескриптивных сглаживающих сплайнов, которые позволяют учитывать априорную информацию об искомой функции, задаваемую системой неравенств относительно значений приближаемой сплайном функции или ее производных. Приводятся результаты как численного моделирования, так и обработки реального эксперимента.

Введение

Многие подходы к интерпретации данных лидарного зондирования газового состава атмосферы связаны со сглаживанием и дифференцированием экспериментальной информации. В качестве примера можно привести обработку данных, полученных КР- или флюоресцентным методом, с целью определения профиля концентрации газов по наклонным и горизонтальным трассам. Извлечение информации о профиле концентрации газа в ДП-методе осуществляется дифференцированием логарифма отношения сигналов, полученных в линии и вне линии поглощения [1, 2].

Один из методов устойчивого решения рассмотренных задач интерпретации основан на использовании сглаживающих кубических сплайнов [3, 4]. Однако в случае сильно искаженных «шумом» измерения данных (например, обработка «слабых» лидарных эхосигналов, полученных с больших высот при регистрации в режиме счета фотонов) не всегда удается получить приемлемое с физической точки зрения решение задачи (появление отрицательных значений искомой функции, когда она должна быть неотрицательной).

В данной статье предлагается новый подход к решению задач интерпретации, который позволяет учитывать априорную информацию, задаваемую системой неравенств относительно значений приближаемой функции или ее производных.

Дескриптивные сглаживающие сплайны

Предположим, что исследуемая функциональная зависимость $f(x)$ представлена измеренными в n точках значениями:

$$\tilde{f}_i = f(x_i) + \eta_i, \quad 1 \leq i \leq n, \quad (1)$$

где η_i — шум измерения с нулевым средним и дисперсией σ_i^2 , x_i — упорядоченные по возрастанию узлы измерений.

Для устойчивого вычисления $f(x)$ и ее производных $f'(x)$, $f''(x)$ по таблице $\{x_i, \tilde{f}_i\}$ весьма часто используются так называемые сглаживающие сплайны [3, 4]. Сглаживающим кубическим сплайном $S_{n,\alpha}(x)$ является полином третьей степени с непрерывной на (x_1, x_n) второй производной и на каждом интервале $[x_i, x_{i+1}]$ допускающий представление

$$S_{n,\alpha}(x) = a_i + b_i(x - x_i) + c_i(x - x_i)^2 + d_i(x - x_i)^3. \quad (2)$$

Для обеспечения единственности сглаживающего сплайна в точках x_1, x_n задаются соответствующие краевые условия [3], определяемые значениями $f(x)$ или ее производных.

При вариационном подходе сплайн $S_{n,\alpha}$ определяется из условия минимума функционала

$$F_\alpha[S, \tilde{f}] = \alpha \int_{x_1}^{x_n} (S''(x))^2 dx + \sum p_i (S(x_i) - \tilde{f}_i)^2, \quad (3)$$

где α — параметр сглаживания; $p_i > 0$ — весовые множители, что в конечном итоге приводит к определенным алгебраическим соотношениям, определяющим коэффициенты сплайна a_i, b_i, c_i, d_i [3]. Выбором оптимального параметра сглаживания удается минимизировать среднеквадратическую ошибку (СКО) сглаживания [3].

$$\Delta^2(\alpha) = M \left[\sum_{i=1}^n (f(x_i) - S_{n,\alpha}(x))^2 \right],$$

где $M[\cdot]$ — оператор математического ожидания.

Так называемые сплайны на выпуклых множествах [5] строятся на основе условной минимизации функционала

$$F[S] = \int (S''(x))^2 dx \quad (4)$$

при ограничениях

$$|S(x_i) - \tilde{f}_i| \leq \varepsilon_i, \quad 1 \leq i \leq n, \quad (5)$$

где ε_i — «полуширина» коридора ошибок измерения. Условия единственности и существования таких сплайнов рассмотрены в [5].

При интерпретации данных зондирования атмосферы возникает «промежуточная» ситуация: желательно построить сплайн, хорошо приближающий $f(x)$ (в смысле СКО сглаживания) и одновременно удовлетворяющий априорным ограничениям, порождаемым физическими представлениями о решаемой задаче. Такой сплайн подобен дескриптивному, а его построение сформируем в виде вариационной задачи: минимизировать $F_\alpha[S, \tilde{f}]$ (см. выражение (3)) при ограничениях

$$d_i^H \leq D^{l_i} S(x_i) \leq d_i^B, \quad i \in I_r, \quad (6)$$

где D^{l_i} — оператор дифференцирования l_i -го порядка ($l_i = 0, 1, 2$); I_r — множество из N_r индексов (здесь N_r — общее число ограничений) $\subseteq \{1, 2, \dots, n\}$; d_i^H, d_i^B — нижняя и верхняя границы для значения $D^{l_i} S(x_i)$. Сплайн, являющийся решением этой задачи, обозначим через $S_{n,\alpha}^*(x)$.

Предложенное определение дескриптивного сплайна отличается от (4), (5) двумя моментами. Во-первых, позволяет одновременно учитывать априорную информацию о функции $f(x)$ в различной форме (включая первую и вторую производную, а также ограничения типа равенств $d_i^H = d_i^B$). Во-вторых, если число ограничений мало или ограничения носят качественный характер (например, $S'(x) \geq 0$), то такой априорной информации бывает недостаточно для построения подходящего (с точки зрения СКО сглаживания) сплайна. Переход от (4) к функционалу (3) снимает эту трудность при соответствующем выборе параметра сглаживания.

Алгоритм построения дескриптивного сглаживающего сплайна

В приложении показано, что функционал (4) можно представить квадратичной формой $s^T Q s$. Тогда из (3) непосредственно следует

$$F[\tilde{f}, S] = \alpha s^T Q s + (s - \tilde{f})^T P (s - \tilde{f}), \quad (7)$$

где $P = \text{diag}\{p_1, \dots, p_n\}$ — диагональная матрица; $s = |S_{n,\alpha}(x_1), \dots, S_{n,\alpha}(x_n)|^T$ — вектор значений сплайна в узлах x_i , Q — матрица размером $(n \times n)$, определенная в приложении.

Рассмотрим сначала односторонние ограничения

$$D^{l_i} S_{n,\alpha}(x_i) \leq d_i, \quad i \in I_r,$$

которые с учетом (П5) можно переписать в виде

$$D s \leq d,$$

где D — матрица размером $(N_r \times n)$. Учитывая (7), приходим к задаче квадратичного программирования

$$\min \left\{ \frac{1}{2} s^T U_\alpha s + s^T U + \text{const} \right\} \quad (8)$$

при ограничениях

$$Ds \leq d^b, \quad (9)$$

где $U_\alpha = 2(\alpha Q + P)$, $U = -2P\tilde{f}$, d^b – верхние ограничения.

Остановимся на существовании и единственности решения s_α^* задачи (8), (9). Существование решения определяется совместностью системы ограничений (9), которая предполагается априори. Далее, при любом $\alpha > 0$ матрица U_α положительно определена, а минимизируемый функционал является строго выпуклым. Допустимое непустое множество векторов s , удовлетворяющих (9), есть выпуклое множество. Поэтому сформулированная задача условной минимизации имеет единственное решение s_α^* [6].

Для нахождения s_α^* используем метод работы [7]. Двойственная по Лагранжу задача состоит в минимизации функционала

$$\phi(\mu) = \frac{1}{2} \mu^T D U_\alpha^{-1} D^T \mu + \mu^T (D U_\alpha^{-1} U + d^b)$$

при ограничении

$$\mu \geq 0,$$

где μ – вектор размерности N_r . После нахождения решения μ^* этой задачи вектор s_α^* вычисляется по формуле

$$s_\alpha^* = s_\alpha - U_\alpha^{-1} D^T \mu^*, \quad (10)$$

где s_α – вектор, доставляющий безусловный минимум функционалу (8). Таким образом, алгоритм построения дескриптивного сплайна можно представить следующими этапами:

1. Задается параметр сглаживания α и решается система уравнения

$$(A + \alpha H P^{-1} H^T) m_\alpha = H \tilde{f} \quad (11)$$

относительно вектора m_α размерности $(n-2)$ («естественные» краевые условия).

2. Вычисляется вектор

$$s_\alpha = \tilde{f} - \alpha P^{-1} H^T m_\alpha. \quad (12)$$

В приложении 2 показано, что сплайн s_α , построенный по формулам (11), (12), совпадает с решением, доставляющим безусловный минимум (8). Схема (11), (12) более эффективна в численной реализации построения сплайна, так как матрица $H P^{-1} H^T$ является неполной (пятидиагональной), в то время как матрица U_α в (8) заполнена полностью (см. Приложение 1).

3. При выполнении ограничений (9) следует принять $s_\alpha^* = s_\alpha$ и построение сплайна заканчивается.

4. Если ограничение (9) не выполняется, то строится решение μ^* сопряженной задачи.

5. Из соотношения (10) вычисляется s_α^* .

6. Решается система $A m = H s_\alpha^*$ с трехдиагональной матрицей A . По найденному вектору m определяются коэффициенты b_i , c_i , d_i [3] дескриптивного сглаживающего сплайна ($a_i = \{s_{\alpha i}^*\}$).

В случае двухсторонних ограничений (П6) построение дескриптивного сплайна осуществляется этим же алгоритмом после перехода к односторонним ограничениям

$$\tilde{D}s \leq \tilde{d},$$

где $\tilde{D} = |-D : D|$ – матрица размером $(2N_r \times n)$; $\tilde{d} = |d^b : d^b|^T$ – вектор размерности $2N_r$.

Заметим, что в приведенном алгоритме построения дескриптивного сплайна существенное влияние на точность приближения оказывает величина параметра сглаживания α . Для его выбора можно использовать несколько подходов.

Так при выборе α можно не учитывать вводимую априорную информацию, т. е. вместо вектора s_α^* использовать s_α , определяемый (11), (12). При этом для оценивания оптимального значения $\alpha_{\text{опт}}$ используются алгоритмы, построенные на основе критерия оптимальности и метода перекрестной значимости [3]. Следует учитывать, что введение априорной информации, как правило, оказывает

«регуляризирующее» влияние и поэтому найденную величину α можно уменьшить на один порядок. Проведенный вычислительный эксперимент показал целесообразность такого приема, позволяющего улучшить разрешающую способность сплайна. Также возможен выбор α , исходя из заданных точностных характеристик сплайна [8]. Мы использовали в данной работе оптимальный критерий.

Альтернативным подходом определения параметра сглаживания является оценивание $\alpha_{\text{опт}}$ теми же алгоритмами, однако в них уже входит вектор s_{α}^* , и тогда шаги 1–5 повторяются на каждой итерации алгоритма выбора α , что существенно (на порядок и более) увеличивает затраты машинного времени.

Вычислительный эксперимент

Для исследования изложенного алгоритма построения дескриптивного сплайна был проведен обширный вычислительный эксперимент. Приведем результаты одного эксперимента.

Функция $f(x)$ на интервале $[0,6]$ задавалась выражением

$$f(x) = \frac{1}{2} \exp\left\{-\frac{(x-20)^2}{500}\right\} + 5 \cdot \exp\left\{-\frac{(x-4)^2}{0,5}\right\}. \quad (13)$$

На рис. 1, 2 представлены графики $f(x)$ и $f'(x)$. Заметим, что такая функция является «трудной» для рассматриваемой задачи сглаживания, так как содержит участки с существенно различающимися значениями первой производной. Значения $f(x)$ определялись в точках $x_i = 6(i-1)/(n-1)$, $n = 40$, и искажались аддитивным шумом с дисперсией $\sigma_i^2 = \text{const} = (\delta \cdot [f(x_i)]_{\text{max}}/2)$, где δ – уровень шума, $[f(x_i)]_{\text{max}}$ – максимальное значение функции на интервале $[0, 6]$. По значениям \tilde{f}_i , $1 \leq i \leq n$ строились сплайны $s_{\alpha}^*(x)$ и $s_{\alpha}(x)$. Дескриптивный сплайн строился при ограничениях: $s(x) \geq 0$; $x \in [0, 6]$; $s'(x) \geq 0$; $x \in [0; 3,5]$; $s'(x = 3,50) \geq 5,7$; $s'(x = 4,5) \leq -5,7$; $s''(x) \geq 0$; $x \in [0; 3,5]$; $x \in [4,5; 6]$. Построение сплайнов осуществлялось при значениях α : $\alpha_1 = \alpha_{\text{опт}}$ и $\alpha_2 = 0,1 \cdot \alpha_{\text{опт}}$.

На рис. 1 приведены результаты моделирования сглаживания функции $f(x)$, на рис. 2 – ее производной $f'(x)$; уровень шума задавался равным 10%. Из рис. 1, 2 видно, что сплайн s_{α}^* при $\alpha = \alpha_2$ более точно приближает $f(x)$ и производную $f'(x)$ и, что немаловажно, s_{α}^* удовлетворяет «физическим» представлениям о приближаемой функции $f(x)$ и ее производной $f'(x)$. Следует заметить, что столь обширная априорная информация о функции $f(x)$ и ее производных зачастую экспериментатору недоступна (в особенности информация о второй производной), поэтому полученные результаты здесь приводятся лишь для демонстрации возможностей алгоритма.

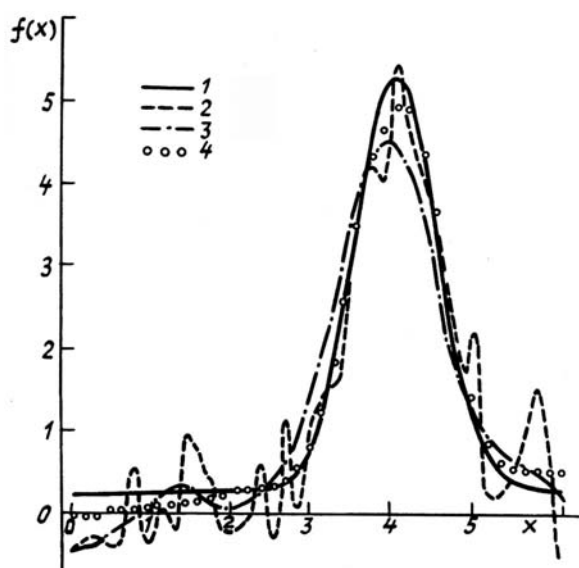


Рис. 1. Приближение сплайнами функции $f(x)$: 1 – точная кривая $f(x)$ (см. (13)); 2 – «зашумленная» кривая с уровнем шума $\delta = 10\%$; 3 – сплайн s_{α} , построенный с $\alpha_1 = \alpha_{\text{опт}}$; 4 – дескриптивный сплайн s_{α}^* , построенный при $\alpha_2 = 0,1 \cdot \alpha_{\text{опт}}$

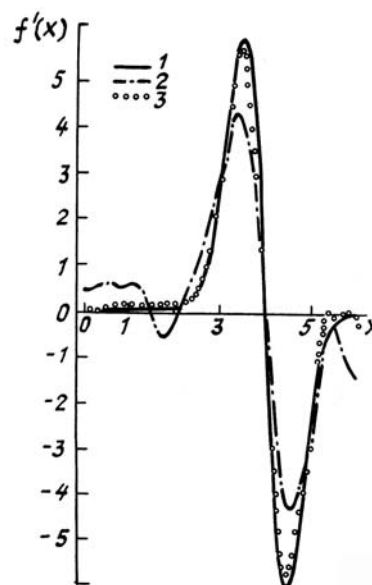


Рис. 2. Приближение сплайнами первой производной $f'(x)$: 1 – точная кривая $f'(x)$ (см. (13)); 2 – кривая $s'_{\alpha}(x)$ при $\alpha_1 = \alpha_{\text{опт}}$; 3 – кривая $[s_{\alpha}^*(x)]'$ при $\alpha_2 = 0,1 \cdot \alpha_{\text{опт}}$

Обработка данных натурального эксперимента

В качестве примера приведем результаты обработки лидарных данных зондирования озона, полученных в ИОА [9]. Вследствие значительного разнесения спектральных каналов ($\lambda_1 = 308$ нм, $\lambda_2 = 532$ нм) первичная обработка сигналов выполнялась по методике, основанной на спектральной зависимости коэффициента аэрозольного ослабления вида $\alpha_a \sim \lambda^{-4}$ [10] (где λ — длина волны). Тогда коэффициент поглощения озона запишется:

$$\tilde{\alpha}_{O_3}(x) = -\frac{1}{2} \frac{d}{dx} \ln \left[\frac{(N(x) - N_{\phi}) x^2}{0,2\beta_M(x)(4 + R(x)) \cdot T^2(x)} \right], \quad (14)$$

где $N(x)$ лидарный эхосигнал на длине волны 308 нм, полученный с дистанции x ; N_{ϕ} — фоновый сигнал; $R(x)$ — отношение рассеяния, измеренное на длине волны 532 нм; $\beta_M(x)$ — молекулярный коэффициент обратного рассеяния (берется из модели); $T^2(x)$ — квадрат прозрачности атмосферы, обусловленной суммарным ослаблением за счет молекулярного рассеяния и аэрозольного ослабления света

$$T^2(x) = \exp \left\{ -2 \cdot 1,67 \int_0^x \beta_M(x') (4 \cdot R(x') + 1) dx' \right\}. \quad (15)$$

Погрешность исходных данных вычислялась по следующей формуле:

$$\sigma_{\alpha}^2(x) = \frac{1}{4} \left\{ \frac{N(x) + N_{\phi}}{(N(x) - N_{\phi})^2} + \frac{\sigma_R^2(x)}{(4 + R(x))^2} \right\}.$$

Здесь $\sigma_R^2 = \delta_R^2 \cdot R^2(x)$ — дисперсия ошибки отношения рассеяния. Величина δ_R в соответствии с данными работы [11] задавалась равной 7%.

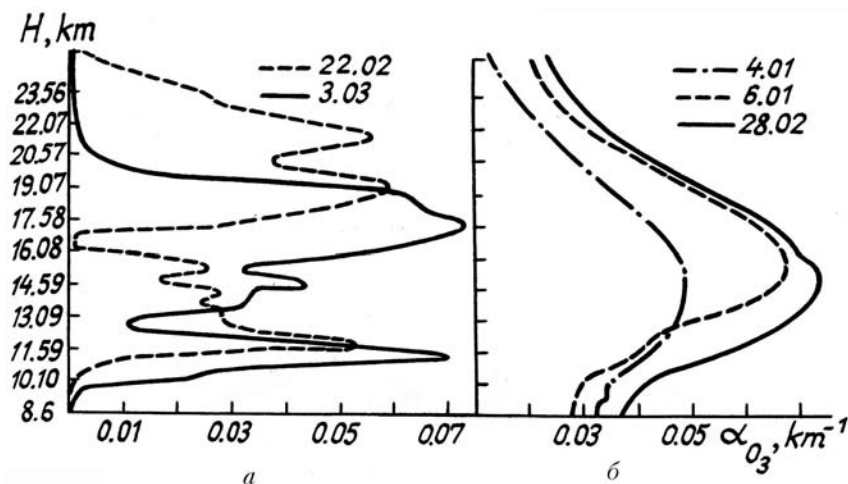


Рис. 3. Коэффициент молекулярного поглощения озона α_{O_3} , полученный из лидарных данных

Для обработки использовались лидарные эхосигналы, полученные в различные сроки в 1989 г. (январь — март). На рис. 3 представлены восстановленные из лидарных данных профили молекулярного коэффициента поглощения озона α_{O_3} , соответствующие срокам 4.01.89; 6.01.89 и 28.02.80 (рис. 3, б) и 22.02.89, 3.03.89 (рис. 3, а). Пересчет α_{O_3} в концентрацию O_3 легко выполняется, если известно сечение поглощения озона на длине волны 308 нм. На рис. 3, б профили α_{O_3} получены с помощью сглаживающих сплайнов из решения безусловной задачи (7), на рис. 3, а — с помощью дескриптивных сплайнов. Видно, что по крайней мере качественно профили α_{O_3} не противоречат физическим представлениям о высотном распределении озона. Для уверенной количественной интерпретации лидарных сигналов необходимо сравнение с результатами независимого эксперимента (например, сравнение с данными озонметра), выполненного синхронно с лидарным зондированием.

В заключение отметим, что предложенный алгоритм построения дескриптивных сглаживающих сплайнов может быть успешно использован для обработки данных лазерного зондирования атмосферы.

Авторы выражают благодарность В.Н. Маричеву и А.В. Ельникову за любезно предоставленные экспериментальные результаты по лидарному зондированию озонного слоя атмосферы.

Приложение 1

Введем вектор вторых производных

$$m = |S''_{n,\alpha}(x_1), S''_{n,\alpha}(x_2), \dots, S''_{n,\alpha}(x_n)|^T,$$

который связан с вектором значений сплайна

$$S = |S_{n,\alpha}(x_1), S_{n,\alpha}(x_2), \dots, S_{n,\alpha}(x_n)|^T,$$

матричным соотношением [3]

$$Am = Hs. \quad (\text{П1})$$

Элементы трехдиагональных матриц A , H определяются принятыми краевыми условиями [3]. Здесь мы ограничимся записью выражений для элементов матриц A , H для «естественных» краевых условий

$$S''_{n,\alpha}(x_1) = S''_{n,\alpha}(x_n) = 0.$$

Тогда вектор m имеет вид

$$m = |S''_{n,\alpha}(x_2), \dots, S''_{n,\alpha}(x_{n-1})|^T,$$

а элементы матрицы A размера $(n-2) \times (n-2)$ определяются как

$$\begin{aligned} A_{i,i} &= (h_i + h_{i+1})/3, \quad 1 \leq i \leq n-2; \\ A_{i,i+1} &= A_{i+1,i} = h_{i+1}/6, \quad 1 \leq i \leq n-3, \end{aligned}$$

где $h_i = x_{i+1} - x_i > 0$, $1 \leq i \leq n-1$.

Матрица H размером $(n-2) \times n$ имеет элементы

$$\begin{aligned} H_{i,i} &= 1/h_i; \quad H_{i,i+1} = -(1/h_i + 1/h_{i+1}); \\ H_{i,i+2} &= 1/h_{i+1}, \quad 1 \leq i \leq n-2. \end{aligned}$$

Для других краевых условий матрицы A и H имеют размер $(n \times n)$ и отличаются первой и последней строкой. Используя вектор m , функционал (4) можно переписать в виде

$$F[S] = \int_{x_1}^{x_n} (S''(x))^2 dx = m^T Am. \quad (\text{П2})$$

Тогда из (П1) и (П2) непосредственно следует

$$F[S] = s^T H^T A^{-1} H s = s^T Q s, \quad (\text{П3})$$

где Q – матрица размером $(n \times n)$

$$Q = H^T A^{-1} H. \quad (\text{П4})$$

Рассмотрим связь коэффициентов сплайна a_i , b_i , c_i , d_i представления (2) с вектором s . Можно показать, что векторы a , b , c , составленные из коэффициентов a_i , b_i , c_i , связаны со следующими матричными соотношениями:

$$a = D_0 s, \quad b = D_1 s, \quad c = D_2 s,$$

где D_0 – единичная матрица; D_1 , D_2 матрицы размером $(n \times n)$ и $(n-2) \times n$:

$$D_1 = L + T A^{-1} H, \quad D_2 = \frac{1}{2} A^{-1} H.$$

Здесь L — матрица размером $(n \times n)$ с элементами

$$\begin{aligned} L_{i,i} &= -1/h_i; \quad L_{i,i+1} = 1/h_i, \quad 1 \leq i \leq n-1, \\ L_{n,n-1} &= -1/h_{n-1}, \quad L_{n,n} = 1/h_{n-1}, \end{aligned}$$

T — матрица $n \times (n-2)$ с элементами

$$\begin{aligned} T_{i,i} &= -h_i/6, \quad T_{i+1,i} = -h_{i+1}/3, \quad 1 \leq i \leq n-2, \\ T_{n,n-2} &= h_{n-1}/6. \end{aligned}$$

С учетом введенных обозначений l_i -ю производную ограничений (6) можно переписать в виде

$$D^l S_{n,\alpha}(x_i) = \begin{cases} D^{0,l} S, & l_i = 0 \\ D^{1,l} S, & l_i = 1 \\ D^{2,l} S, & l_i = 2, \end{cases} \quad (\text{П5})$$

где D^l — означает l -ю строку соответствующей матрицы D^l , $l = 0, 1, 2$. Принимая во внимание запись (П4), систему ограничений (6) можно представить в виде матричного неравенства

$$d^n \leq Ds \leq d^b, \quad (\text{П6})$$

в котором матрица D имеет размер $(N_r \times n)$ и составлена из элементов строк D^l , $1 \leq i \leq N_r$.

Приложение 2

Сплайн s_α , полученный из (11), (12) можно представить, с одной стороны, как

$$s_\alpha = \tilde{f} - \alpha P^{-1} H^T m_\alpha = \tilde{f} - \alpha P^{-1} H^T (A + \alpha H P^{-1} H^T)^{-1} H \tilde{f} = R \tilde{f},$$

где

$$R = I - \alpha P^{-1} H^T (A + \alpha H P^{-1} H^T)^{-1} H. \quad (\text{П7})$$

С другой стороны, решение \tilde{s}_α , доставляющее безусловный минимум (8), имеет вид

$$\tilde{s}_\alpha = (\alpha Q + P)^{-1} P \tilde{f}$$

или с учетом (П4)

$$\tilde{s}_\alpha = (\alpha H^T A^{-1} H + P)^{-1} P \tilde{f} = \tilde{R} \tilde{f}, \quad (\text{П8})$$

где $\tilde{R} = (\alpha H^T A^{-1} H + P)^{-1} P$.

Можно показать, что матрицы R и \tilde{R} тождественно равны, следовательно сплайн $s_\alpha = \tilde{s}_\alpha$.

1. Наац И.Э., Зуев В.Е. Обратные задачи лазерного зондирования атмосферы. Новосибирск: Наука, 1982. 285 с.
2. Воскобойников Ю.Е., Мицель А.А. //Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1981. Т. 17. №2. С. 175—181.
3. Воскобойников Ю.Е., Преображенский Н.Г., Седелъников А.И. Математическая обработка эксперимента в молекулярной газодинамике. Новосибирск: Наука, 1984. 238 с.
4. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. М.: Наука, 1980. 352 с.
5. Вершинин В.В., Завьялов Ю.С., Павлов Н.Н. Экстремальные свойства сплайнов и задача сглаживания. Новосибирск: Наука, 1988. 102 с.
6. Базара М., Шетти К. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. М.: Мир, 1982. 583 с.
7. Воскобойников Ю.Е. //Автометрия. 1988. № 6. С. 104—110.
8. Воскобойников Ю.Е. //Автометрия. 1986. № 1. С. 38—43.

9. Ельников А.В., Зуев В.В., Маричев В.Н., Царегородцев С.И. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 2. № 9. С. 995–996.
10. Зуев В.Е., Креков Г.М. Оптические модели атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1986. 293 с.
11. Ельников А.В., Маричев В.Н., Шелевой К.Д., Шелефонтьук Д.И. // Оптика атмосферы. 1988. Т. 1. № 4. С. 117–123.

Институт оптики атмосферы СО АН СССР,
г. Томск

Поступила в редакцию
1 октября 1990 г.

Yu. E. Voskoboynikov, M. Yu. Kataev, A. A. Mitsel'. Solution of the Inverse Problem on Monitoring the Atmospheric Gas Composition Using the Descriptive Smoothing Splines.

The paper presents a new approach to solving the problem on interpretation of lidar data on the atmospheric gas composition. The approach is based on the use of descriptive smoothing splines. The use of splines allows one to take into account a priori information in the function sought. The a priori information can be presented in the form of inequalities between the spline and the function of its derivatives. Some results of numerical studies and processing experimental data are presented.