«Оптика атмосферы и океана», **22**, № 2 (2009)

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ОПТИКИ АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

УДК 551.521

О множественности решений обратной задачи определения оптических параметров рассеивающей атмосферы по дистанционным измерениям

А.В. Васильев[1], И.Н. Мельникова[2*]

[1] *Научно-исследовательский институт физики им. В.А. Фока 198504, г. Санкт-Петербург, Петродворец, ул. Ульяновская, 1*
[2] *Научно-исследовательский центр экологической безопасности 197110, г. Санкт-Петербург, ул. Корпусная, 18*

Поступила в редакцию 8.05.2008 г.

Спутниковые измерения интенсивности уходящего (отраженного и рассеянного) коротковолнового излучения, выполненные в нескольких углах визирования (многоугловые измерения), используются для восстановления оптических параметров безоблачной атмосферы. Предлагается постановка задачи комплексного восстановления аэрозольных оптических характеристик (одновременно как ослабления, так и рассеяния) на основе уравнений теории переноса рассеянного излучения при минимальном использовании априорной информации. Рассматривается простейший вариант: стандартная схема освещения плоской атмосферы параллельными солнечными лучами, принимается модель, однородная по вертикали атмосферы. При этом восстанавливаются оптические параметры, усредненные по всей толще атмосферы. Индикатриса рассеяния аппроксимируется однопараметрическими формулами с параметром, равным среднему косинусу индикатрисы. В рамках рассматриваемой простейшей модели для решения задачи использованы различные численные алгоритмы, основанные на поиске минимального отклонения расчетов и измерений, и аналитический метод однократного рассеяния света. Все алгоритмы были протестированы в численных экспериментах. Для первой группы алгоритмов средняя погрешность полученных решений мало отличается от априорной. Во втором случае обнаружена множественность решений. Проведен подробный анализ эффекта множественности.

Ключевые слова: многоугловые измерения интенсивности, обратная задача, численные эксперименты, сравнение алгоритмов.

Введение

В настоящее время для изучения атмосферы и поверхности Земли широко применяются спутниковые измерения интенсивности уходящего (отраженного и рассеянного) коротковолнового излучения, причем особенно перспективными в плане решения обратной задачи оптики атмосферы представляются многоугловые измерения, которые осуществляются приборами POLDER-I,II,III и MISR [1–3]. Эти измерения позволяют получать значения отраженной интенсивности в коротковолновой области спектра под несколькими углами визирования для каждого пикселя спутникового изображения. Определение оптических параметров безоблачной атмосферы из многоугловых спутниковых измерений непосредственно связано с восстановлением характеристик атмосферного аэрозоля, что является весьма актуальной и важной задачей дистанционного зондирования.

Для обработки облачных пикселей спутникового изображения вполне эффективны обратные асимптотические формулы [4], которые позволяют однозначно определять оптические параметры облачной атмосферы с погрешностью, не превышающей 10%. Соответствующие методики применялись при обработке данных прибора POLDER-I [4–6]. Однако безоблачные пиксели оказались значительно более сложными для интерпретации. Были предложены алгоритмы восстановления фактически лишь аэрозольной оптической толщи [7–10], хотя оценивались и возможности получения микрофизических аэрозольных характеристик (концентрации частиц и показателя преломления [9]).

Заметим, что алгоритмы восстановления аэрозольной оптической толщи основываются на сравнении измерений в каналах с поляризацией и без нее [7–9], т.е. содержат определенную априорную аэрозольную модель, позволяющую рассчитать требуемые поляризационные характеристики. Неадекватность указанной модели скажется, очевидно, и на результатах восстановления аэрозольных характеристик. Возможен, однако, и иной подход: на основе уравнений теории переноса рассеянного излучения постановка задачи комплексного восстановления аэрозольных оптических характеристик (одновременно как ослабления, так и рассеяния) при

* Александр Васильевич Васильев (vsa@lich.phys.spbu.ru); Ирина Николаевна Мельникова (irina.melnikova@pobox.spbu.ru).

минимальном использовании априорной информации. Именно он и рассматривается в данной статье.

Постановка задачи

Рассмотрим простейший вариант этой задачи — стандартную схему освещения плоской атмосферы параллельными солнечными лучами с потоком πS, падающими под углом с косинусом ζ и нулевым азимутом (см., например, [11–13]). Рассматривается атмосфера, оптически однородная по вертикали, т.е. будем считать, что ее параметры не зависят от оптической глубины τ. Погрешности такого приближения при расчете радиационных характеристик (решение прямой задачи) подробно исследованы в [13]. Было показано, что погрешности сильно возрастают в тех спектральных интервалах, где происходит значительное поглощение излучения компонентом атмосферы с явно выраженной неоднородностью распределения по высоте. В нашем случае решения обратной задачи речь может идти о восстановлении оптических параметров, усредненных по всей толще атмосферы.

Снизу атмосфера ограничена изотропно отражающей поверхностью с альбедо A. Обозначим индикатрису рассеяния $x(\chi)$ (χ — косинус угла рассеяния) и примем, что она может быть аппроксимирована классической функцией Хэньи–Гринстейна

$$x(\chi) = \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g\chi)^{3/2}} \qquad (1)$$

и, следовательно, определяется своим средним косинусом g. Тогда система «атмосфера плюс подстилающая поверхность» характеризуется всего четырьмя параметрами: оптической толщиной τ_0, альбедо однократного рассеяния ω_0, средним косинусом индикатрисы g и альбедо поверхности A.

В рамках рассматриваемой простейшей модели используем приближение однократного рассеяния [11, 13]. Для него интенсивность наблюдаемого из космоса излучения в направлении, определяемом косинусом надирного угла визирования η и азимутом визирования (относительно Солнца) φ, может быть записана в виде

$$I(\eta, \varphi) = I_1(\eta, \varphi) + I_2(\eta), \qquad (2)$$

где $I_1(\eta, \varphi)$ — интенсивность рассеянного в атмосфере излучения; $I_2(\eta)$ — интенсивность отраженного от поверхности излучения. Для рассеянного излучения на верхней границе атмосферы имеем [13]:

$$I_1(\eta, \varphi) = \frac{S\zeta}{4}\omega_0 x(\chi_0)\frac{1 - \exp\left(-\tau_0(1/\eta + 1/\zeta)\right)}{\eta + \zeta}, \qquad (3)$$

где справедливо известное соотношение для косинуса угла рассеяния

$$\chi_0 = \eta\zeta + \sqrt{(1 - \eta^2)(1 - \zeta^2)}\cos\varphi. \qquad (4)$$

Для изотропного отражения [11] можно записать

$$I_2(\eta) = \frac{1}{\pi}AF^{\downarrow}(\zeta)\exp(-\tau_0/\eta), \qquad (5)$$

где $F^{\downarrow}(\zeta)$ — полусферический поток падающего на поверхность излучения, в свою очередь равный

$$F^{\downarrow}(\zeta) = \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^1 d\eta' I_3(\eta', \varphi')\eta' + \pi S\zeta\exp(-\tau_0/\zeta). \qquad (6)$$

Здесь $I_3(\eta', \varphi')$ — интенсивность излучения, приходящего на поверхность с зенитным углом η' и азимутом φ', которую в приближении однократного рассеяния в однородной атмосфере можно согласно [13] записать в виде

$$I_3(\eta', \varphi') = \frac{S\zeta}{4}\omega_0 x(\chi'_0)\frac{\exp(-\tau_0/\eta') - \exp\left(-\tau_0/\zeta\right)}{\eta' - \zeta}; \qquad (7)$$

$$\chi'_0 = \eta'\zeta + \sqrt{(1 - \eta'^2)(1 - \zeta^2)}\cos\varphi'.$$

Подставив определение (6) в формулу (7), получим

$$F^{\downarrow}(\zeta) = S\zeta\Bigg(\pi\exp(-\tau_0/\zeta) +$$

$$+ \frac{\omega_0}{4}\int_0^1 d\eta' \frac{\exp(-\tau_0/\eta') - \exp(-\tau_0/\zeta)}{\eta' - \zeta}\eta' P(\eta', \zeta)\Bigg), \qquad (8)$$

где

$$P(\eta', \zeta) = \int_0^{2\pi} d\varphi' x(\chi'_0). \qquad (9)$$

Интеграл (9) для функции Хэньи–Гринстейна (1) может быть найден аналитически через разложение ее по полиномам Лежандра. Однако в результате получается бесконечный ряд, поэтому с практической точки зрения этот интеграл удобнее рассчитывать численно, так же как и интеграл (8).

Методы решения обратной задачи

Обратная задача для рассматриваемого простейшего случая формулируется как определение четырех параметров среды (τ_0, ω_0, g и A) по известным значениям интенсивностей $I(\eta, \varphi)$ [соотношение (2)], измеренных для различных направлений визирования (η, φ) и конкретного значения косинуса зенитного угла Солнца ζ.

Для апробации различных методов и алгоритмов решения обратной задачи использовался следующий замкнутый численный эксперимент. Значения параметров среды выбирались случайным образом из определенных заданных интервалов их возможных вариаций. Направления визирования и косинус зенитного угла Солнца также выбирались случайным образом. Для выбранных данных по формулам (2)–(9) рассчитывались интенсивности излучения. Эти интенсивности — будем именовать их «исходными», закладывались в алгоритм решения обратной задачи и результаты его работы, т.е. определенные в алгоритме значения (τ_0, ω_0, g и A), сравнивались с теми (известными) — будем именовать их «истинными», для которых решалась прямая задача. Для надежности выводов о работе алгоритмов решения обратной задачи число указанных актов численного эксперимента было выбрано достаточно большим (конкретно – 10000).

Подчеркнем, что в рамках указанных численных экспериментов случайная погрешность измерений не моделировалась, т.е. в алгоритмы решения обратных задач закладывались в точности те исходные интенсивности, что соответствовали истинным параметрам среды. Таким образом, в идеале алгоритм решения обратной задачи должен был выдавать с высокой точностью значения истинных параметров.

В качестве алгоритмов решения обратной задачи рассматривалась нелинейная регрессия – метод нейронных сетей [14], а также различные модификации нелинейного метода наименьших квадратов (МНК) [5, 15].

Казалось бы, описанная обратная задача должна быть очень простой – не учитывается случайная погрешность интенсивности, восстанавливаются всего 4 параметра, причем от двух из них (ω_0 и A) интенсивность зависит линейно. Однако процесс тестирования алгоритмов выявил следующее. Алгоритм нейронной сети с удовлетворительной точностью (4%) восстанавливал лишь альбедо поверхности A, погрешность же оптических параметров атмосферы оказалась слишком большой для интерпретации результатов применительно к возможному обобщению алгоритма на реальные измерения.

Для алгоритмов МНК обнаружилась зависимость результатов от выбора нулевого приближения. Этот выбор является необходимой частью этих алгоритмов, и в рамках описываемых численных экспериментов использовались некие средние значения, при этом алгоритмы, как это и происходит в реальности, ничего «не знали заранее» об истинных значениях параметров.

Оказалось, что в ряде случаев алгоритмы МНК действительно с очень высокой точностью выдавали истинные значения, но в других случаях – результаты, весьма далекие от истинных. Все зависело от того, как «угадано» нулевое приближение – если оно оказывалось далеким от истинных значений – алгоритм выдавал «не те» результаты. В общей статистике численных экспериментов наличие подобных больших ошибок приводило к недопустимо большой погрешности работы алгоритмов.

Были предприняты попытки устранить указанную зависимость путем различных модификаций алгоритмов МНК: использование выхода нейронной сети в качестве нулевого приближения, применение статистической регуляризации, различных приемов плавной замедленной сходимости итераций [5], автоматического регулирования шага итераций с требованием постоянного уменьшения невязки, перехода к двум переменным (о чем подробнее будет сказано ниже). Однако все эти ухищрения существенных улучшений точности не принесли.

Причина неудовлетворительной работы указанных методов заключается в том, что в их основе лежит принцип минимизации невязки – среднеквадратического отклонения исходных и рассчитанных данных (интенсивностей в нашем случае), однако в нелинейных случаях таких локальных минимумов может быть несколько и даже много. Это и проявляется как зависимость результатов решения обратной задачи от выбора того или иного нулевого приближения и, вообще говоря, приводит к множественности решений обратной задачи.

Алгебраический метод

Рассмотрим возможность алгебраического решения обсуждаемой обратной задачи. Обозначим исходные интенсивности как $I^{(i)}$, $i = 1, \ldots N$, где N – число «измерений» (направлений визирования, моделируемых в данном акте численного эксперимента), и из соотношений (2)–(9) получим

$$I^{(i)} = \frac{S\zeta}{4}\omega_0 x(\chi_{0,i})\frac{1-\exp[-\tau_0(1/\eta_i + 1/\zeta)]}{\eta_i+\zeta} + \frac{1}{\pi}AF^{\downarrow}(\zeta)\exp(-\tau_0/\eta_i). \quad (10)$$

С алгебраической точки зрения, учитывая, что неизвестных величин в системе (10) четыре, достаточно рассматривать случай $N = 4$, однако в плане общности, с учетом наличия у реальных измерений погрешности, для повышения точности имеет смысл рассматривать и большее число уравнений. Таким образом, полагаем $N \geq 4$.

В качестве первого шага решения системы (10) исключим из уравнений альбедо поверхности A, учитывая, что падающий на поверхность поток $F^{\downarrow}(\zeta)$ не зависит от направлений визирования η_i, φ_i. Получаем, во-первых, выражение для альбедо (как среднее с целью уменьшения влияния погрешности измерений):

$$A = \frac{\pi N}{F^{\downarrow}(\zeta)}\sum_{i=1}^{N}\left(I^{(i)}\exp(\tau_0/\eta_i) - \frac{S\zeta}{4}\omega_0 x(\chi_{0,i})b^{(i)}(\tau_0)\right), \quad (11)$$

где

$$b^{(i)}(\tau_0) = \frac{\exp(\tau_0/\eta_i) - \exp(-\tau_0/\zeta)}{\eta_i+\zeta},$$

во-вторых, систему уравнений уже для трех переменных (τ_0, ω_0 и g):

$$I^{(i)}\exp(\tau_0/\eta_i) - I^{(j)}\exp(\tau_0/\eta_j) = \frac{S\zeta}{4}\omega_0[x(\chi_{0,i})b^{(i)}(\tau_0) - x(\chi_{0,j})b^{(j)}(\tau_0)], \quad (12)$$

$i = 1, \ldots N$, $j = i + 1$, ..., N, в которой опять же для уменьшения влияния погрешностей сохранены все разностные уравнения.

Следующим очевидным шагом является исключение из уравнений переменной ω_0. В результате получим

$$\omega_0 = \frac{8}{S\zeta N(N-1)}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=i+1}^{N}\frac{I^{(i)}\exp(\tau_0/\eta_i) - I^{(j)}\exp(\tau_0/\eta_j)}{x(\chi_{0,i})b^{(i)}(\tau_0) - x(\chi_{0,j})b^{(j)}(\tau_0)} \quad (13)$$

и систему уравнений для нахождения двух переменных τ_0 и g:

$$\frac{b^{(i)}(\tau_0)x(\chi_{0,i}) - b^{(j)}(\tau_0)x(\chi_{0,j})}{b^{(k)}(\tau_0)x(\chi_{0,k}) - b^{(m)}(\tau_0)x(\chi_{0,m})} = a^{(ijkm)}(\tau_0), \quad (14)$$

где

$$a^{(ijkm)}(\tau_0) = \frac{I^{(i)}\exp(\tau_0 / \eta_i) - I^{(j)}\exp(\tau_0 / \eta_j)}{I^{(k)}\exp(\tau_0 / \eta_k) - I^{(m)}\exp(\tau_0 / \eta_m)}.$$

Для системы (14) мы не будем в явном виде перечислять комбинации индексов. Понятно, что они должны быть различными с учетом симметрии относительно операций вычитания и деления.

Заметим, что для решения системы двух уравнений (14) также использовались методы минимизации невязки (различные варианты градиентного спуска), но избавиться от зависимости от нулевого приближения не удалось. Не дал удовлетворительных результатов и простой перебор значений τ_0 и g по заданной двумерной сетке с выбором узла, обеспечивающего минимум невязки частей уравнений (14), и последующим дроблением найденной ячейки сетки. И здесь, даже при задании достаточно подробной сетки, алгоритм нередко «промахивался» мимо истинного решения. То есть алгоритмы, основанные на поиске минимума невязки, не срабатывали даже для двух (!) переменных.

Подставив в систему (14) явное выражение для индикатрисы Хэньи—Гринстейна (1), уравнения можно привести к полиномиальному виду относительно переменной g. Однако получившееся для g уравнение будет иметь 72-ю степень, что не позволит явно выразить из него неизвестное и существенно затруднит дальнейший анализ. Учтем, однако, что функция Хэньи—Гринстейна — это не настоящая индикатриса рассеяния, а лишь похожая по форме функция, специально подобранная так, чтобы она легко разлагалась в ряд по полиномам Лежандра. Общеизвестно, что она аппроксимирует реальные индикатрисы со значительными погрешностями. Это дает право заменить функцию Хэньи—Гринстейна на более простую в алгебраическом плане функцию, которая позволит явно выразить ее параметр из уравнений (14).

Воспользуемся эллиптической индикатрисой — выражением вида

$$x(\chi) = C/(1 - h\chi), \quad (15)$$

которое имеет те же предельные случаи, что и функция Хэньи—Гринстейна (изотропная индикатриса при $h \to 0$ и предельно вытянутая индикатриса при $h \to 1$). В (15) h — параметр индикатрисы (для которого использовано обозначение, отличное от среднего косинуса g), величина $C = 2h\Big/\ln\frac{1+h}{1-h}$ — нормировочный множитель. Средний косинус индикатрисы (15) равен $g = \frac{1}{h} - 2\Big/\ln\frac{1+h}{1-h}$, т.е. однозначно определяется параметром h, пределы изменения которого такие же, как и g (от 0 до 1).

Подставив теперь в систему (14) выражение для индикатрисы (15), получаем относительно параметра h уравнение третьей степени

$$d_3(\tau_0)h^3 + d_2(\tau_0)h^2 + d_1(\tau_0)h + d_0(\tau_0) = 0 \quad (16)$$

с коэффициентами:

$$d_3(\tau_0) = -b^{(i)}(\tau_0)\chi_{0,j}\chi_{0,k}\chi_{0,m} + b^{(j)}(\tau_0)\chi_{0,i}\chi_{0,k}\chi_{0,m} +$$
$$+a^{(ijkm)}(\tau_0)b^{(k)}(\tau_0)\chi_{0,i}\chi_{0,j}\chi_{0,m} - a^{(ijkm)}(\tau_0)b^{(m)}(\tau_0)\chi_{0,i}\chi_{0,j}\chi_{0,k},$$

$$d_2(\tau_0) = b^{(i)}(\tau_0)(\chi_{0,j}\chi_{0,k} + \chi_{0,j}\chi_{0,m} + \chi_{0,k}\chi_{0,m}) -$$
$$-b^{(j)}(\tau_0)(\chi_{0,i}\chi_{0,k} + \chi_{0,i}\chi_{0,m} + \chi_{0,k}\chi_{0,m}) -$$
$$-a^{(ijkm)}(\tau_0)b^{(k)}(\tau_0)(\chi_{0,i}\chi_{0,j} + \chi_{0,i}\chi_{0,m} + \chi_{0,j}\chi_{0,m}) +$$
$$+a^{(ijkm)}(\tau_0)b^{(m)}(\tau_0)(\chi_{0,i}\chi_{0,j} + \chi_{0,i}\chi_{0,k} + \chi_{0,j}\chi_{0,k}),$$

$$d_1(\tau_0) = -b^{(i)}(\tau_0)(\chi_{0,j} + \chi_{0,k} + \chi_{0,m}) +$$
$$+b^{(j)}(\tau_0)(\chi_{0,i} + \chi_{0,k} + \chi_{0,m}) +$$
$$+a^{(ijkm)}(\tau_0)b^{(k)}(\tau_0)(\chi_{0,i} + \chi_{0,j} + \chi_{0,m}) -$$
$$-a^{(ijkm)}(\tau_0)b^{(m)}(\tau_0)(\chi_{0,i} + \chi_{0,j} + \chi_{0,k}),$$

$$d_0(\tau_0) = b^{(i)}(\tau_0) - b^{(j)}(\tau_0) - a^{(ijkm)}(\tau_0)b^{(k)}(\tau_0) +$$
$$+a^{(ijkm)}(\tau_0)b^{(m)}(\tau_0).$$

Метод решения уравнений третьей степени известен, причем в данном случае важно то, что он позволяет точно указать число вещественных корней уравнения (один или три) и для них имеются явные аналитические (а не приближенные численные) формулы. Поэтому, не приводя достаточно громоздкий алгоритм решения кубического уравнения, запишем его сразу в формальном виде как $h^{(0-3)}(\tau_0)$. Верхний индекс означает число вещественных корней, для которых естественно сразу учесть ограничения на диапазон изменения $0 < h < 1$, что дает количество корней от нуля (область отсутствия решения для величины τ_0) до трех.

Окончательно получаем уравнение для нахождения последней переменной τ_0:

$$\frac{b^{(i)}(\tau_0)}{1 - h^{(0-3)}(\tau_0)\chi_{0,i}} - \frac{b^{(j)}(\tau_0)}{1 - h^{(0-3)}(\tau_0)\chi_{0,j}} -$$
$$-\frac{a^{(ijkm)}(\tau_0)b^{(k)}(\tau_0)}{1 - h^{(0-3)}(\tau_0)\chi_{0,k}} + \frac{a^{(ijkm)}(\tau_0)b^{(m)}(\tau_0)}{1 - h^{(0-3)}(\tau_0)\chi_{0,m}} = 0, \quad (17)$$

в котором, очевидно, четверка индексов i, j, k, m должна быть иной, чем в коэффициентах уравнения (16). При строгом подходе для нахождения g и τ_0 следует перебрать все подходящие пары уравнений системы (14), однако уже при $N > 5$ их число становится слишком большим. В этом случае предусмотрен случайный выбор определенного числа пар.

Уравнение (17) решалось численно следующим образом. Выбиралась достаточно подробная сетка значений оптической толщины τ_0, и на ней находилось значение левой части уравнения (17). Далее анализировались случаи изменения знака этого значения, для соответствующих интервалов сетки включался известный алгоритм половинного деления, которым и находился корень уравнения (17). Преимущества такого подхода перед упоминавшимися выше алгоритмами в том, что он не требует выбора нулевого приближения, выдает решение задачи в прямом алгебраическом смысле, а не в смысле среднеквадратического минимума невязки. Наконец, алгоритм позволяет найти все корни уравнения (17), сколько бы их ни было. Последнее обстоятельство и сыграло решающую роль.

В результате применения алгебраического подхода к решению рассматриваемой обратной задачи в рамках численных экспериментов обнаружена множественность ее решений.

В табл. 1 приведены примеры случаев, когда кроме истинного обратная задача имеет и иные решения, назовем их далее «побочными». Подчеркнем, что побочные решения являются отнюдь не ложными, а равноправными с истинными; при $N = 4$ значения интенсивностей, вычисленные по ним, в точности совпадают с исходными.

Анализ полученных результатов

Говоря о точности совпадения, необходимо отметить следующее. Если для истинных решений совпадение интенсивностей достигает пяти значащих цифр, то для побочных оно часто хуже — рассогласование может достигать примерно 1%. Вероятно, это объясняется различным влиянием компьютерных погрешностей для истинных и побочных решений. Однако этот факт не может помочь селекции побочных решений. Во-первых, имеются случаи, когда все пять значащих цифр совпадают и для побочных решений (первый пример таблицы, второе решение); во-вторых, при применении к реальным измерениям совпадения для истинных решений перестанут быть столь впечатляющими из-за наличия погрешностей измерений и неадекватности вычислительной модели.

Как видно из приведенных в табл. 1 примеров, побочные решения возникают при самых различных значениях входных параметров прямой задачи. Выделить какую-либо физически значимую область их отсутствия не удается. По результатам проведенных численных экспериментов вероятность появления побочных решений можно оценить в 25%. Так что примеры, приведенные в табл. 1, — отнюдь не экзотика, их в общем-то не пришлось даже особенно искать среди всех результатов — намеренно были взяты первые подходящие. Интересно то, что причиной появления побочных решений является вовсе не наличие нескольких корней у кубического уравнения (16). Наоборот, побочные решения возникают в случае, когда у указанного уравнения единственный корень, и это происходит значительно чаще, чем при наличии нескольких корней уравнения (16). Отметим также, что, хотя в большинстве случаев при переборе пар уравнений (16), (17) истинных решений получается количественно больше, чем побочных, иногда наблюдается и обратная ситуация. Таким образом, рассмотренные «внутренние» особенности вычислений не дают возможности четкой селекции побочных решений.

Таблица 1

Примеры не единственного решения обратной задачи

Первый пример $N = 4$					
	τ_0	h	ω_0	A	ζ
Параметры расчета (прямая задача)	0,2157	0,4752	0,6823	0,2670	0,8402
Направления визирования η, φ (рад)	0,5552, 2,1017	0,9971, 1,1647	0,7001, 0,6915	0,5018, 0,9541	
Интенсивности ($S = 1$)	0,1619	0,1717	0,1714	0,1685	
Результаты решения обратной задачи	0,2157	0,4752	0,6823	0,2670	
	0,3700	0,2433	0,7448	0,3128	
	0,9295	0,0821	0,9126	0,5978	
Второй пример $N = 4$					
Параметры расчета (прямая задача)	0,3447	0,4346	0,7222	0,2176	0,5412
Направления визирования η, φ (рад)	0,5239, 2,4417	0,5158, 2,7800	0,5582, 2,0856	0,9900, 1,9236	
Интенсивности ($S = 1$)	0,08520	0,08359	0,08746	0,08372	
Результаты решения обратной задачи	0,3446	0,4347	0,7222	0,2175	
	0,2237	0,6356	0,7273	0,2039	
	0,6276	0,3123	0,5836	0,4757	
Третий пример $N = 5$					
Параметры расчета (прямая задача)	0,3162	0,7827	0,6482	0,8690	0,3823
Направления визирования η, φ (рад)	0,9782, 1,4474	0,9075, 2,0142	0,8061, 0,2202	0,5996, 2,6343	0,9961, 2,1664
Интенсивности ($S = 1$)	0,1565	0,1525	0,1623	0,1335	0,1563
Результаты решения обратной задачи	0,3161	0,7831	0,6485	0,8687	
	0,3405	0,6438	0,6384	0,9200	
	0,4686	0,4221	0,7956	0,9800	
	0,6265	0,2699	0,8794	0,9800	

Не помогают в решении этой задачи также и «внешние» факторы. Как видно из табл. 1, в плане физической интерпретации побочные решения мало отличаются от истинных (второе решение первого и второго примеров таблицы, все решения третьего). Это не дает возможности надежной селекции побочных решений на основании априорных физических соображений. В этой связи представляет большой интерес второе решение второго примера, где получаются практически одинаковые значения ω_0 и A, тогда как значения τ_0 и h различаются весьма существенно. Из этого следует, что даже априорное знание, например, альбедо поверхности недостаточно для селекции побочных решений.

Попытка увеличить число исходных интенсивностей ($N > 4$) не приводит к исчезновению побочных решений. Более того, их количество растет. Действительно, с увеличением числа входных интенсивностей увеличивается и число пар уравнений (16), (17) для нахождения τ_0 и g, а именно эти переменные ответственны за неоднозначность решения. При росте N истинное решение по-прежнему дает точное совпадение со всеми исходными интенсивностями, а для побочных решений эта точность ухудшается. Однако в ряде случаев она продолжает оставаться весьма высокой, что по обсуждавшимся выше причинам делает невозможной селекцию побочных решений. Это иллюстрирует третий пример табл. 1, в котором для второго и третьего побочных решений рассогласование составляет всего 1%, а для четвертого — около 3%.

Анализ информативности измерений

Может сложиться впечатление, что полученный эффект множественности решений обратной задачи связан с малой информативностью измерений относительно восстанавливаемых параметров атмосферы и поверхности. Однако это не так. В табл. 2 для решений рассматриваемой обратной задачи, описанных выше в табл. 1, приведены результаты анализа информативности измерений. Она оценивалась стандартным образом (см., например [5, 16]), как уменьшение априорной неопределенности $k = \frac{\sigma_0 - \sigma}{\sigma_0} 100\%$, где σ_0 — априорная неопределенность параметра, σ — апостериорная неопределенность.

Последняя оценивается по диагональным элементам матрицы $(\mathbf{A}^{+}\Sigma^{-1}\mathbf{A} + \mathbf{D}^{-1})^{-1}$, где $\mathbf{A}$ — матрица частных производных моделируемых величин по параметрам модели (в нашем случае вычисляемых явным дифференцированием формул (1)–(9)); Σ — диагональная матрица дисперсий измерений; $\mathbf{D}$ — диагональная матрица априорных дисперсий. При расчетах данных табл. 2 в качестве оценки погрешности измерений интенсивности взят 1%, априорные неопределенности параметров выбраны 0,3 для τ_0 и h, 0,2 для ω_0, 0,1 для A.

Таким образом, во всех рассмотренных примерах измерения достаточно информативны в плане возможности решения рассматриваемой обратной задачи (за несколькими несистематическими исключениями). В связи с этим можно заключить, что обнаруженная множественность ее решения не есть следствие общей низкой информативности измерений.

Анализ полей излучения

Обсуждая эффект множественности, интересно сравнить не только сами решения обратной задачи, полученные из небольшого числа (4 и 5) направлений визирования, но и близость полей излучения в целом для истинных и побочных решений. Для этого сравнивались расчеты интенсивности излучения для достаточно подробной сетки по косинусу надирного угла и азимуту визирования (от 1 до 0,25 или до 0,5 по η с шагом 0,01 и от 0 до 180° по φ с шагом 3°). Результаты этого сравнения приведены в табл. 2, где показаны среднеквадратические (СКО) и максимальные (max) отклонения полей излучения (для побочных решений) от истинных.

Как видно из табл. 2, в ряде случаев среднеквадратическое и даже максимальное различие полей излучения для истинных и побочных решений имеет порядок погрешности измерений интенсивности. В этом плане можно утверждать о близости и трудной различимости полей рассеянного излучения, порождаемых существенно различными наборами оптических параметров атмосферы, даже в простейшем приближении ее оптической однородности.

Таблица 2

Оценки информативности измерений и близости полей излучений

Параметры расчетов (см. табл.1)				Информативность, %				Отличие полей излучения, %			
								$\eta_{min} = 0,25$		$\eta_{min} = 0,5$	
τ_0	h	ω_0	A	τ_0	h	ω_0	A	СКО	max	СКО	max
0,2157	0,4752	0,6823	0,2670	68	7	67	71				
0,3700	0,2433	0,7448	0,3128	41	54	57	42	0,75	3,98	0,14	0,39
0,9295	0,0821	0,9126	0,5978	63	88	85	11	4,38	21,0	0,72	2,24
0,3446	0,4347	0,7222	0,2175	39	46	48	43				
0,2237	0,6356	0,7273	0,2039	65	34	26	70	3,27	5,02	3,88	5,02
0,6276	0,3123	0,5836	0,4757	61	65	64	9	12,8	22,9	14,6	22,9
0,3161	0,7831	0,6485	0,8687	88	34	65	20				
0,3405	0,6438	0,6384	0,9200	84	39	62	17	0,51	1,27	0,55	0,87
0,4686	0,4221	0,7956	0,9800	80	77	63	5	11,2	14,3	10,8	13,6
0,6265	0,2699	0,8794	0,9800	80	90	75	2	26,6	29,6	27,3	29,6

Заметим, что максимальные отличия наблюдаются, как правило, либо для направлений визирования, близких к надиру, либо, наоборот, для предельно малых значений η. В частности, использованное в расчетах значение $\eta = 0{,}25$ (угол примерно 75°) выбрано как предельное для расчетов без учета сферичности атмосферы, однако для рассматриваемых многоугловых измерений оно соответствует краям спутникового изображения, где качество измерений достаточно низкое. Поэтому вторым предельным значением для расчетов было взято более реалистичное $\eta = 0{,}5$ (угол 60°), что для ряда примеров привело к существенному уменьшению различий полей излучения.

В связи с рассмотренными случаями близости полей излучения для приведенных примеров интересно исследовать возможность появления экстремально близких полей (повторим, что примеры для табл. 1 и 2 намеренно выбраны как первые подходящие из ряда в 10 000 расчетов). Это исследование было проведено в рамках численного моделирования решений прямой и обратной задач, причем рассматривались лишь случаи, когда параметры истинных и побочных решений попарно различны не менее чем на 0,1. В результате «рекордные» результаты получены для следующих значений параметров среды. При предельном значении косинуса угла визирования $\eta = 0{,}25$ и $\zeta = 0{,}9657$ (зенитный угол Солнца 5,5°) для наборов параметров: $\tau_0 = 0{,}3176$, $h = 0{,}5133$, $\omega_0 = 0{,}9671$, $A = 0{,}1432$ и $\tau_0 = 0{,}8962$, $h = 0{,}3308$, $\omega_0 = 0{,}8660$, $A = 0{,}2672$, среднеквадратическое отклонение полей излучения составляет 0,5%, максимальное — 2,3%. При предельном значении $\eta = 0{,}5$ и $\zeta = 0{,}9384$ (20,2°) для наборов $\tau_0 = 0{,}3796$, $h = 0{,}9124$, $\omega_0 = 0{,}8465$, $A = 0{,}4412$ и $\tau_0 = 0{,}4863$, $h = 0{,}3720$, $\omega_0 = 0{,}6560$, $A = 0{,}5448$ среднеквадратическое отклонение полей излучения составляет 0,2%; для $\tau_0 = 0{,}4791$, $h = 0{,}4864$, $\omega_0 = 0{,}8220$, $A = 0{,}5808$ и $\tau_0 = 0{,}6320$, $h = 0{,}3150$, $\omega_0 = 0{,}9314$, $A = 0{,}6969$ с $\zeta = 0{,}9123$ (24,3°) максимальное отклонение полей излучения составляет 0,5%.

Заключение

В результате проведенных численных экспериментов обнаружена множественность (неединственность, неоднозначность) решения задач интерпретации результатов измерений уходящего рассеянного излучения планет. И хотя исследован простейший случай подобной задачи, но он, по-видимому, является общим для всех задач обработки реальных измерений. По крайней мере, можно утверждать, что эффект неоднозначности будет проявляться и при учете многократного рассеяния в оптически неоднородной атмосфере, и при реализации схем одновременной обработки нескольких спектральных измерений, хотя бы в области значений параметров атмосферы, близких к рассмотренному случаю однократного рассеяния в оптически однородной среде.

При этом обнаруженный эффект множественности, как показано в настоящей статье, не связан с низкой информативностью измерений относительно восстанавливаемых параметров. Не является он также и следствием некорректности обратной задачи, по крайней мере в ее традиционном понимании, связанном со свойствами интегральных функционалов [16, 17], и применительно к рассматриваемому классу задач, приводящей к эффекту сильных вариаций вертикальных профилей определяемых параметров [16]; в наших исследованиях подобные профили не рассматривались, определялись же всего четыре независимых параметра. Эффект множественности является следствием нелинейной зависимости поля уходящего излучения планеты от параметров атмосферы и поверхности, что, как показано выше, приводит к близости полей для существенно различных комбинаций параметров.

Применительно к приложению полученных результатов к задачам интерпретации измерений уходящего коротковолнового излучения планет результаты не являются «отрицательными» и не свидетельствуют о неразрешимости задачи. Действительно, достаточно высокая информативность измерений подтверждена непосредственными расчетами. Эффект множественности лишь приводит к дополнительной необходимости выделения из возможно нескольких различных решений того, которое соответствует реальному состоянию атмосферы. Обсуждение алгоритмов такого выбора выходит за рамки данной статьи. Возможно, что полезным приемом окажется сравнение пикселей при обработке больших спутниковых массивов данных. Очевидно, что необходимо учитывать эффект множественности в традиционных схемах решения обратных задач на основе минимизации отклонения измерений от расчетов [5, 16], где он проявляется в виде сильной зависимости решений от выбора нулевого приближения (априорной информации).

В сущности, одной из основных целей настоящей публикации было обратить внимание на то, что утверждение об общей однозначности решения задач интерпретации измерений уходящего рассеянного излучения планет (с учетом мер борьбы с некорректностью), кажущееся очевидным, на самом деле неверно — приведены конкретные примеры, опровергающие его. Следовательно, для реальных задач интерпретации данных измерений рассеянного в атмосфере излучения требуются исследование наличия множественности их решений, описанной в статье, и поиск надежных критериев для селекции истинного (соответствующего реальному состоянию атмосферы) решения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 05-05-64653.

1. http://parasol-polder.cnes.fr/en/index.htm, 2008.
2. http://smsc.cnes.fr/POLDER/, 2008.
3. http://eosweb.larc.nasa.gov/, 2008.

4. *Melnikova I.N., Nakajima T.* Single scattering albedo and optical thickness of stratus clouds obtained from «POLDER» measurements of reflected radiation // Earth Observations and Remote Sens. 2000. V. 16. N 3. P. 1–16.
5. *Васильев А.В., Мельникова И.Н.* Коротковолновое солнечное излучение в атмосфере Земли. Расчеты. Интерпретация. Измерения. СПб.: НИИХ СПбГУ, 2002. 388 с.
6. *Melnikova I., Vasilyev A., Konovalov N.* Retrieval of cloud optical parameters form data of reflected radiance multiangle observation (Proc. Paper) // Proc. SPIE. 2008. V. 6745. doi: 10.1117/12.728010. (electronic form). http://spiedigitallibrary.aip.org/browse/vol_range.jsp.
7. *Leroy M., Deuze J.L., Breon F.M., Hautecoeur O., Herman M., Buriez J.C., Tanre D., Bouffies S., Chazette P., Roujean J.L.* Retrieval of atmospheric properties and surface bidirectional reflectances over land from POLDER/ADEOS // J. Geophys. Res. D. 1997. V. 102. N 14. P. 17023–17037.
8. *Sano I.* Optical thickness and Angstrom exponent of aerosols over the land and ocean from space-borne polarimetric data // Adv. Space. Res. 2004. V. 34. N 4. P. 833–837.
9. *Lebsock M.D., L'Ecuyer T.S., Stephens G.L.* Information content of near infra-red spaceborne multiangular polarization measurements for aerosol retrievals // J. Geophys. Res. D. 2007. V. 112. N 14. Article N D14206, doi: 10.1029/2007JD008535.
10. *Kokhanovsky A.A., Breon F.M., Cacciary A., Carboni E., Diner D., Di Nicolantonio W., Grainger R.G., Grey W.M.F., Holler R., Lee K.H., Li Z., North P.R.J., Sayer A.M., Thomas G.E., von Hoyningen-Huene W.* Aerosol remote sensing over land: A comparison of satellite retrievals using different algorithms and instruments // Atmos. Res. 2007. V. 85. N 3–4. P. 372–394.
11. *Тимофеев Ю.М., Васильев А.В.* Теоретические основы атмосферной оптики. СПб.: Наука, 2003. 474 с.
12. *Соболев В.В.* Рассеяние света в атмосферах планет. М.: Наука, 1972. 335 с.
13. *Минин И.Н.* Теория переноса излучения в атмосферах планет. М.: Наука, 1988. 264 с.
14. *Терехов А.С.* Лекции по теории и приложениям искусственных нейронных сетей. 1998. Интернет-издание: http://alife.narod.ru/lectures/neural/Neu_index.htm, 2008.
15. *Бокс Д., Дженкинс Г.* Анализ временных рядов / Пер. с англ. А.Л. Левшина. Вып. 1. Прогноз и управление. М.: Мир, 1974. 406 с.
16. *Тимофеев Ю.М., Поляков А.В.* Математические аспекты решения обратных задач атмосферной оптики. СПб.: Изд-во СПб. ун-та, 2001. 188 с.
17. *Тихонов А.Н., Ареснин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 288 с.

A.V. Vasil'ev, I.N. Mel'nikova. **About the multiplicity of solutions of the inverse problem of determining optical parameters of the scattered atmosphere from remote observation.**

Satellite multiangle observation of the intensity of solar shortwave radiation (reflected and scattered) is used for retrieving optical parameters of clear atmosphere. The approach of complex determination of optical characteristics (simultaneously extinction and scattering) basing on transfer theory and with minimal using of a priori information. The simplest variant is considered: the standard scheme of illumination of the plane-parallel homogeneous atmosphere approximation. Optical parameters averaged over the atmosphere are retrieved. The phase function is approximated with one parameter functions. The parameter is equal to mean cosine of the phase function. Some numerical algorithms based on minimization of calculations and measurements differences and the analytical method of single light scattering are applied for inverse task solution. Both groups of algorithms are tested with numerical simulations in frames of the chosen atmospheric models. The first group of algorithms leads to the mean results error too close to a priori model. In second case gives multiplicity of solutions. The detailed analysis of multiplicity effect is carried out.