

В.Г. Гусев

### ФОРМИРОВАНИЕ В ДИФFUЗНО РАСSEЯННЫХ ПОЛЯХ ИНТЕРФЕРОГРАММ БОКОВОГО СДВИГА ПРИ ДВУХЭКСПОЗИЦИОННОЙ ЗАПИСИ ГОЛОГРАММЫ СФОКУСИРОВАННОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ АМПЛИТУДНОГО РАСSEИВАТЕЛЯ ПО МЕТОДУ ГАБОРА. Ч. I

Представлен анализ интерферометра бокового сдвига на основе записи голограммы сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя. Показано, что пространственная фильтрация дифракционного поля приводит к формированию интерференционной картины, которая несет информацию о сферических aberrациях линзы с удвоенной чувствительностью.

В [1, 2] было показано, что в случае двухэкспозиционной записи голограммы сфокусированного изображения матового экрана на основе совмещения в ее плоскости субъективных спекл-полей двух экспозиций образуются интерферограммы бокового сдвига в полосах бесконечной ширины. Причем интерференционная картина, характеризующая волновые aberrации линзы или объектива, используемых на стадии записи в качестве контролируемого объекта, и интерференционная картина, характеризующая aberrации оптической системы в канале формирования фронта волны когерентного излучения для освещения матового экрана и оптической системы в канале формирования внеосевой опорной волны, локализируются в различных плоскостях. Это обстоятельство позволяет получать независимую информацию о волновых aberrациях контролируемого объекта путем проведения пространственной фильтрации дифракционного поля на стадии восстановления голограммы в ее плоскости.

В настоящей статье анализируются особенности формирования в диффузно рассеянных полях интерферограмм бокового сдвига при двухэкспозиционной записи голограммы сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя по методу Габора.

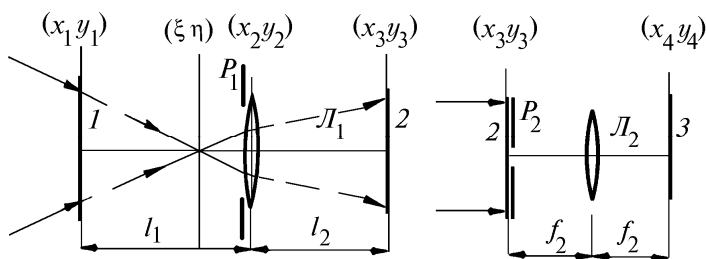


Рис. 1. Схема записи (а) и восстановления (б) двухэкспозиционной голограммы сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя: 1 – амплитудный рассеиватель; 2 – фотопластинка-голограмма; 3 – плоскость регистрации интерференционной картины;  $L_1, L_2$  – линзы;  $p_1$  – апертурная диафрагма;  $p_2$  – пространственный фильтр

Согласно рис. 1, а для освещения амплитудного рассеивателя  $I$ , находящегося в плоскости  $(x_1, y_1)$ , используется когерентное излучение со сходящимся квазисферическим фронтом волны радиуса кривизны  $R \leq l_1$ , где  $l_1$  – расстояние между рассеивателем и главной плоскостью  $(x_2, y_2)$  линзы  $L_1$ . С ее помощью действительное изображение рассеивателя строится в плоскости фотопластинки 2. Проводится запись голограммы по методу Габора за время первой экспозиции. Перед повторным экспонированием смещаются амплитудный рассеиватель, например в направлении оси  $x$  на величину  $a$ , а фотопластинка в противоположном направлении на величину  $b = a/\mu_1$ , где  $\mu_1 = l_1/l_2$  – коэффициент масштабного преобразования;  $l_2$  – расстояние от главной плоскости линзы  $L_1$  до фотопластинки.

После фотографической обработки на записанную таким образом двухэкспозиционную голограмму Габора поступает плоская волна от когерентного источника света, используемого на стадии ее записи, и в плоскости Фурье 3 (рис. 1, б) регистрируется интерференционная картина.

На основании [3] распределение комплексной амплитуды поля, соответствующее записи первой экспозиции, в плоскости  $(\xi, \eta)$  на расстоянии  $R$  от рассеивателя принимает вид

$$u_1(\xi, \eta) \sim \exp\left[\frac{ik}{2R}(\xi^2 + \eta^2)\right] F\left[\frac{k\xi}{R}, \frac{k\eta}{R}\right], \quad (1)$$

где  $k$  – волновое число;  $F\left[\frac{k\xi}{R}, \frac{k\eta}{R}\right] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [1-t(x_1, y_1)] \exp i \varphi_0(x_1, y_1) \exp\left[-\frac{ik}{R}(x_1\xi + y_1\eta)\right] dx_1 dy_1$  –

Фурье-образ входной функции  $[1-t(x_1, y_1)] \exp i \varphi_0(x_1, y_1)$ ;  $1-t(x_1, y_1)$  – амплитуда пропускания рассеивателя, являющаяся случайной функцией координат;  $\varphi_0(x_1, y_1)$  – детерминированная функция, характеризующая фазовые искажения фронта волны излучения, используемого для освещения амплитудного рассеивателя, из-за aberrаций формирующей его оптической системы.

Как следует из выражения (1), в плоскости  $(\xi, \eta)$  на распределение поля в виде Фурье-образа входной функции наложено распределение фазы расходящейся сферической волны радиуса кривизны  $R$ . Тогда на основании [4] можно считать, что распределение комплексной амплитуды в плоскости  $(x_3, y_3)$  действительного изображения рассеивателя является результатом выполнения линзой  $L_1$  повторного преобразования Фурье. Действительно, так как  $\frac{1}{R} + \frac{1}{l_1 - R} - \frac{M}{(l_1 - R)^2} = 0$ , где

$\frac{1}{M} = \frac{1}{l_1 - R} - \frac{1}{f_1} + \frac{1}{l_2}$ ,  $f_1$  – фокусное расстояние линзы  $L_1$ , то

$$u_1(x_3, y_3) \sim \exp\left[\frac{ik}{2l_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \left\{ \exp\left[-\frac{ikM}{2l_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] F\left[\frac{kx_3 M}{(l_1 - R)l_2}, \frac{ky_3 M}{(l_1 - R)l_2}\right] \otimes P_1(x_3, y_3) \right\}, \quad (2)$$

где  $\otimes$  – символ операции свертки;

$F\left[\frac{kx_3 M}{(l_1 - R)l_2}, \frac{ky_3 M}{(l_1 - R)l_2}\right] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F\left[\frac{k\xi}{R}, \frac{k\eta}{R}\right] \exp[-ik(\xi x_3 + \eta y_3) M/(l_1 - R)l_2] d\xi d\eta$  – Фурье-образ подынтегральной функции;

$P_1(x_3, y_3) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_1(x_2, y_2) \exp i \varphi_1(x_2, y_2) \exp[-ik(x_2 x_3 + y_2 y_3)/l_2] dx_2 dy_2$  – Фурье-образ обобщенной функции

$p_1(x_2, y_2) \exp i \varphi_1(x_2, y_2)$  зрачка линзы  $L_1$  [5], учитывающей ее осевые волновые aberrации.

При выполнении двух последовательных преобразований Фурье получим

$$u_1(x_3, y_3) \sim \exp\left[\frac{ik}{2l_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \left\{ \exp\left[-\frac{ik\mu_1(l_1 - R)}{2Rl_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \right. \\ \left. \times [1 - t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3)] \exp i \varphi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \otimes P_1(x_3, y_3) \right\}. \quad (3)$$

Так как ширина функции  $p_1(x_3, y_3)$  порядка  $\lambda l_2/d$  [6], где  $\lambda$  – длина волны когерентного источника света, используемого для записи и восстановления голограммы,  $d$  – диаметр зрачка линзы  $L_1$ , то положим, что в пределах ее области существования изменение фазы сферической волны радиуса кривизны  $Rl_2/(l_1 - R)\mu_1$  не превосходит  $\pi$ . Тогда для диаметра  $D \leq dR/(l_1 - R)\mu_1$  в плоскости  $(x_3, y_3)$  квадратичный фазовый множитель  $\exp[-ik(x_3^2 + y_3^2)(l_1 - R)\mu_1/2Rl_2]$  вынесем в (3) из-под знака интеграла свертки с функцией  $P_1(x_3, y_3)$  и получим

$$u_1(x_3, y_3) \sim \exp\left[ik \frac{(Rl_2 - l_1^2 + Rl_1)}{2Rl_2^2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \left\{ [1 - t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3)] \exp i \varphi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \otimes P_1(x_3, y_3) \right\}. \quad (4)$$

Из выражения (4) следует, что в силу пространственной ограниченности рассеянного поля апертурой линзы  $L_1$  каждая точка изображения амплитудного рассеивателя уширена до размера субъективного спекла, определяемого шириной функции  $P_1(x_3, y_3)$ , являющейся результатом дифракции на зрачке линзы  $L_1$  плоской волны. При этом на субъективное спекл-поле наложено распределение фазовых искажений волны освещения рассеивателя в предположении, что период изменения функции  $\varphi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3)$  превосходит размер субъективного спекла, и распределение фазы сходящейся сферической волны для  $R < l_1^2/(l_1+l_2)$ , расходящейся сферической волны для  $l_1^2/(l_1+l_2) < R \leq l_1$ , и квадратичный фазовый множитель отсутствует в (4) при  $R = l_1^2/(l_1+l_2)$ .

Запишем выражение для комплексной амплитуды поля в плоскости фотопластины перед повторным ее экспонированием

$$u_2(x_3, y_3) \sim \exp\left\{\frac{ik(Rl_2 - l_1^2 + Rl_1)}{2Rl_2^2} [(x_3 + b)^2 + y_3^2]\right\} \times \\ \times \left\{ [1 - t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3)] \exp i\varphi_0(-\mu_1 x_3 - \mu_1 b, -\mu_1 y_3) \otimes \exp\left[\frac{ikx_3 b \mu_1 (l_1 - R)}{Rl_2}\right] P_1(x_3, y_3) \right\}. \quad (5)$$

Пусть фотослой, подвергнутый экспонированию светом с интенсивностью  $I(x_3, y_3) = u_1(x_3, y_3)u_1^*(x_3, y_3) + u_2(x_3, y_3)u_2^*(x_3, y_3)$ , обработан с получением негатива на прямолинейной части характеристической кривой почернения. Тогда с учетом условия  $t(x_1, y_1) \ll 1$  [7] пропускание  $\tau(x_3, y_3)$  фотопластины на рис. 1, б для диффузно рассеянной составляющей света определяется выражением

$$\tau(x_3, y_3) \sim [\exp i\varphi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \otimes P_1(x_3, y_3)] [t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp -i\varphi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \otimes P_1^*(x_3, y_3)] + \\ + [\exp -i\varphi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \otimes P_1^*(x_3, y_3)] \times [t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp i\varphi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \otimes P_1(x_3, y_3)] + \\ + \left[ \exp i\varphi_0(-\mu_1 x_3 - \mu_1 b, -\mu_1 y_3) \otimes \exp\left[\frac{ikx_3 b \mu_1}{Rl_2} (l_1 - R)\right] P_1(x_3, y_3) \right] \times \\ \times \left[ t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp -i\varphi_0(-\mu_1 x_3 - \mu_1 b, -\mu_1 y_3) \otimes \exp\left[-\frac{ikx_3 b \mu_1 (l_1 - R)}{Rl_2}\right] P_1^*(x_3, y_3) \right] + \\ + \left[ \exp -i\varphi_0(-\mu_1 x_3 - \mu_1 b, -\mu_1 y_3) \otimes \exp\left[\frac{-ikx_3 b \mu_1 (l_1 - R)}{Rl_2}\right] P_1^*(x_3, y_3) \right] \times \\ \times \left[ t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp i\varphi_0(-\mu_1 x_3 - \mu_1 b, -\mu_1 y_3) \otimes \exp\left[\frac{ikx_3 b \mu_1 (l_1 - R)}{Rl_2}\right] P_1(x_3, y_3) \right]. \quad (6)$$

При восстановлении двухэкспозиционной голограммы Габора согласно рис. 1, б распределение амплитуды поля в задней фокальной плоскости линзы  $L_2$  с фокусным расстоянием  $f_2$  на основании [8] представим в виде

$$u(x_3, y_3) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tau(x_3, y_3) \exp\left[-\frac{ik}{f_2}(x_3 x_4 + y_3 y_4)\right] dx_3 dy_3 \otimes P_2(x_4, y_4), \quad (7)$$

где  $P_2(x_3, y_3) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_2(x_3, y_3) \exp\left[-\frac{ik}{f_2}(x_3 x_4 + y_3 y_4)\right] dx_3 dy_3$  – Фурье-образ функции пропускания не-прозрачного экрана с круглым отверстием [9].

В результате подстановки (6) в (7) получим

$$u(x_4, y_4) \sim \left\{ [F_1(x_4, y_4) p_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4) \exp i\varphi_1(-\mu_2 x_4, -\mu_2 y_4)] \otimes \{ [F(x_4, y_4) \otimes F_2(x_4, y_4)] p_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4) \times \right. \\ \left. \times \exp -i\varphi_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4) \right\} + [F_2(x_4, y_4) p_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4) \exp -i\varphi_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4)] \otimes \{ [F(x_4, y_4) \otimes F_1(x_4, y_4)] \times$$

$$\begin{aligned}
& \times p_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4) \exp i \varphi_1(-\mu_2 x_4, -\mu_2 y_4) \} + [F_3(x_4, y_4) p_1(\mu_2 x_4 - \frac{b\mu_1(l_1-R)}{R}, \mu_2 y_4) \exp i \varphi_1(-\mu_2 x_4 + \frac{b\mu_1(l_1-R)}{R}, -\mu_2 y_4)] \otimes \\
& \otimes \left\{ [F(x_4, y_4) \otimes F_4(x_4, y_4)] p_1(\mu_2 x_4 + \frac{b\mu_1(l_1-R)}{R}, \mu_2 y_4) \exp -i \varphi_1(\mu_2 x_4 + \frac{b\mu_1(l_1-R)}{R}, \mu_2 y_4) \right\} + \\
& + [F_4(x_4, y_4) p_1(\mu_2 x_4 + \frac{b\mu_1(l_1-R)}{R}, \mu_2 y_4) \exp -i \varphi_1(\mu_2 x_4 + \frac{b\mu_1(l_1-R)}{R}, \mu_2 y_4)] \otimes \\
& \otimes \left\{ [F(x_4, y_4) \otimes F_3(x_4, y_4)] p_1(\mu_2 x_4 - \frac{b\mu_1(l_1-R)}{R}, \mu_2 y_4) \exp i \varphi_1(-\mu_2 x_4 + \frac{b\mu_1(l_1-R)}{R}, -\mu_2 y_4) \right\} \} \otimes P_2(x_4, y_4), \quad (8)
\end{aligned}$$

где  $\mu_2 = l_2/f_2$  – коэффициент масштабного преобразования;

$$F(x_4, y_4) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp[-ik(x_3 x_4 + y_3 y_4)/f_2] dx_3 dy_3 - \text{Фурье-образ функции поглощения ам-}$$

плитудного рассеивателя в плоскости его изображения;  $F_1, F_2, F_3, F_4$  – соответственно Фурье-образы функций  $\exp i \varphi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3), \exp -i \varphi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_3 y_3), \exp i \varphi_0(-\mu_1 x_3 - \mu_1 b, -\mu_1 y_3), \exp -i \varphi_0(-\mu_1 x_3 - \mu_1 b, -\mu_1 y_3)$  в масштабе  $(kx_4/f_2, ky_4/f_2)$ .

Из-за малости области существования функций  $F_1, F_2, F_3, F_4$  можно положить  $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = \delta(x_4, y_4)$ , где  $\delta(x_4, y_4)$  – дельта-функция Дирака. Тогда в пределах перекрытия функций зрачка, где совпадают субъективные спеклы двух экспозиций, выражение (8) принимает вид

$$\begin{aligned}
u(x_4, y_4) \sim & \left[ \exp -i \varphi_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4) + \exp i \varphi_1(-\mu_2 x_4, -\mu_2 y_4) + \exp -i \varphi_1(\mu_2 x_4 + \frac{b\mu_1(l_1-R)}{R}, \mu_2 y_4) + \right. \\
& \left. + \exp i \varphi_1(-\mu_2 x_4 + \frac{b\mu_1(l_1-R)}{R}, -\mu_2 y_4) \right] F(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4). \quad (9)
\end{aligned}$$

Если в плоскости наблюдения размер субъективного спекла, определяемого шириной функции  $P_2(x_4, y_4)$ , хотя бы на порядок [10] меньше периода модулирующей спекл-поле фазовой функции в квадратных скобках выражения (9), то ее можно вынести из-под знака интеграла свертки. Тогда с учетом четности функции  $\varphi_1(x_2, y_2)$  суперпозиция коррелирующих спекл-полей двух экспозиций приводит к распределению освещенности

$$I(x_4, y_4) \sim [1 + \cos 2\varphi_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4)] \left[ 1 + \cos \frac{\partial \varphi_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4)}{\partial \mu_2 x_4} \frac{b\mu_1(l_1-R)}{R} \right] |F(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4)|^2, \quad (10)$$

где

$$\frac{\partial \varphi_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4)}{\partial \mu_2 x_4} \frac{b\mu_1(l_1-R)}{R} = \varphi_1(\mu_2 x_4 + \frac{b\mu_1(l_1-R)}{R}, \mu_2 y_4) - \varphi_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4).$$

Как следует из выражения (10), в плоскости наблюдения  $(x_4, y_4)$  (см. рис. 1, б) субъективная спекл-структура промодулирована интерференционными полосами. Интерференционная картина характеризует сферическую абберацию линзы  $L_1$  (см. рис. 1, а). Причем ее вид является результатом сочетания двух типов интерференционных картин: интерференционной картины в виде интерферограммы бокового сдвига в полосах бесконечной ширины и интерференционной картины в полосах равной толщины. Кроме того, интерференционная картина в полосах равной толщины формируется и при однократном экспонировании фотопластины, что следует из выражения (9), и имеет увеличенную в два раза чувствительность интерферометра к сферической абберации линзы  $L_1$ . Чувствительность же интерферометра бокового

сдвига определяется величиной сдвига  $b$  и геометрическим фактором  $G = \mu_1(l_1 - R)/R$ . Для  $l_1 = R$  чувствительность равна нулю, так как на основании выражений (4), (5) при этом условии относительный угол наклона  $\beta = \frac{b\mu_1(l_1 - R)}{R l_2}$  между спекл-полями двух экспозиций в плоскости фотопластинки равен нулю. С уменьшением величины  $R$  по сравнению с  $l_1$  чувствительность интерферометра для фиксированной величины  $b$  растет за счет геометрического фактора. При  $R = l_1^2/(l_1 + l_2)$  чувствительность интерферометра определяется только величиной бокового сдвига  $b$ .

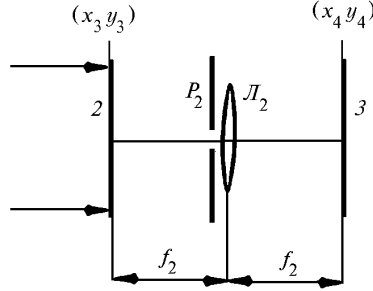


Рис. 2. Схема регистрации интерференционной картины при проведении фильтрации в ближней зоне дифракции

Пусть при двухэкспозиционной записи голограммы сфокусированного изображения регулярная составляющая пропускания амплитудного рассеивателя после фокусировки в плоскости  $(\xi, \eta)$  (см. рис. 1, а) перекрывает зрачок линзы  $L_1$ . Тогда при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля вне плоскости голограммы (рис. 2) на стадии ее восстановления для определения пропускания двухэкспозиционной голограммы необходимо использовать выражения для комплексных амплитуд поля, соответствующих первой и второй экспозиции, в плоскости фотопластинки в общем виде

$$u'_1(x_3, y_3) \sim \exp\left[\frac{ik}{2l_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \left\{ \exp\left[-\frac{ik\mu_1(l_1 - R)}{2Rl_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \times \right. \\ \left. \times [1 - t(\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3)] \exp i\varphi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \otimes P_1(x_4, y_4) \right\}, \quad (11)$$

$$u'_2(x_3, y_3) \sim \exp\left[\frac{ik}{2l_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \exp\left(ik \frac{Rl_2 - l_1^2 + Rl_1}{R l_2^2} x_3 b\right) \left\{ \exp\left[-\frac{ik\mu_1(l_1 - R)}{2Rl_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] [1 - t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3)] \times \right. \\ \left. \times \exp i\varphi_0(-\mu_1 x_3 - \mu_1 b, -\mu_1 y_3) \otimes \exp\left[\frac{ikx_3 b \mu_1(l_1 - R)}{Rl_2}\right] P_1(x_3, y_3) \right\}. \quad (12)$$

На основании используемых допущений, что период изменения функции  $\varphi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3)$  превосходит размер субъективного спекла в плоскости фотопластинки,  $t(x_1, y_1) \ll 1$ , и негатив обработан на прямолинейной части характеристической кривой почернения, амплитуду пропускания  $\tau'(x_3, y_3)$  двухэкспозиционной голограммы Габора на рис. 2 запишем в виде

$$\tau'(x_3, y_3) \sim \left\{ \exp\left[-\frac{ik\mu_1(l_1 - R)}{2Rl_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P_1(x_3, y_3) \right\} \left\{ t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp\left[\frac{ik\mu_1(l_1 - R)}{2Rl_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P_1^*(x_3, y_3) \right\} + \\ + \left\{ \exp\left[\frac{ik\mu_1(l_1 - R)}{2Rl_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P_1^*(x_3, y_3) \right\} \left\{ t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp\left[-\frac{ik\mu_1(l_1 - R)}{2Rl_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes P_1(x_3, y_3) \right\} + \\ + \left\{ \exp\left[\frac{-ik\mu_1(l_1 - R)}{2Rl_2}(x_3^2 + y_3^2)\right] \otimes \exp\left[\frac{ikx_3 b \mu_1(l_1 - R)}{Rl_2}\right] P_1^*(x_3, y_3) \right\} \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \left\{ t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp \left[ \frac{ik\mu_1(l_1-R)}{2Rl_2} (x_3^2 + y_3^2) \right] \otimes \exp \left[ \frac{-ikx_3 b\mu_1(l_1-R)}{Rl_2} \right] P^*(x_3, y_3) \right\} + \\
& + \left\{ \exp \left[ \frac{ik\mu_1(l_1-R)}{2Rl_2} (x_3^2 + y_3^2) \right] \otimes \exp \left[ \frac{-ikx_3 b\mu_1(l_1-R)}{Rl_2} \right] P^*(x_3, y_3) \right\} \times \\
& \times \left\{ t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp \left[ \frac{-ik\mu_1(l_1-R)}{2Rl_2} (x_3^2 + y_3^2) \right] \otimes \exp \left[ \frac{ikx_3 b\mu_1(l_1-R)}{Rl_2} \right] P_1(x_3, y_3) \right\}, \quad (13)
\end{aligned}$$

опуская из рассмотрения регулярную составляющую пропускания света, так как она определяет распределения освещенности в плоскости наблюдения только в пятне малых размеров.

Тогда распределение комплексной амплитуды диффузно рассеянной составляющей поля в задней фокальной плоскости линзы  $L_2$  (рис. 2) определяется выражением

$$\begin{aligned}
u'(x_4, y_4) & \sim \left\{ \left\{ \exp \left[ \frac{ikR\mu_2}{2\mu_1(l_1-R)f_2} (x_4^2 + y_4^2) \right] p_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4) \exp i\varphi_0(-\mu_2 x_4, -\mu_2 y_4) \right\} \otimes \right. \\
& \otimes \left[ F(x_4, y_4) \otimes \exp \left[ \frac{-ikR\mu_2}{2\mu_1(l_1-R)f_2} (x_4^2 + y_4^2) \right] \right] p_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4) \exp -i\varphi_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4) \left. \right\} + \\
& + \left\{ \exp \left[ \frac{-ikR\mu_2}{2\mu_1(l_1-R)f_2} (x_4^2 + y_4^2) \right] p_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4) \exp -i\varphi_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4) \right\} \otimes \\
& \otimes \left[ F(x_4, y_4) \otimes \exp \left[ \frac{ikR\mu_2}{2\mu_1(l_1-R)f_2} (x_4^2 + y_4^2) \right] \right] p_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4) \exp i\varphi_1(-\mu_2 x_4, -\mu_2 y_4) \left. \right\} + \\
& + \left\{ \exp \left[ \frac{ikR\mu_2}{2\mu_1(l_1-R)f_2} (x_4^2 + y_4^2) \right] p_1 \left[ \mu_2 x_4 - \frac{b\mu_1(l_1-R)}{R}, \mu_2 y_4 \right] \exp i\varphi_1 \left[ -\mu_2 x_4 + \frac{b\mu_1(l_1-R)}{R}, -\mu_2 y_4 \right] \right\} \otimes \\
& \otimes \left[ F(x_4, y_4) \otimes \exp \left[ \frac{-ikR\mu_2}{2\mu_1(l_1-R)f_2} (x_4^2 + y_4^2) \right] \right] p_1 \left[ \mu_2 x_4 + \frac{b\mu_1(l_1-R)}{R}, \mu_2 y_4 \right] \exp -i\varphi_1 \left[ \mu_2 x_4 + \frac{b\mu_1(l_1-R)}{R}, -\mu_2 y_4 \right] \left. \right\} + \\
& + \left\{ \exp \left[ \frac{-ikR\mu_2}{2\mu_1(l_1-R)f_2} (x_4^2 + y_4^2) \right] p_1 \left[ \mu_2 x_4 + \frac{b\mu_1(l_1-R)}{R}, \mu_2 y_4 \right] \exp -i\varphi_1 \left[ \mu_2 x_4 + \frac{b\mu_1(l_1-R)}{R}, \mu_2 y_4 \right] \right\} \otimes \\
& \otimes \left[ F(x_4, y_4) \otimes \exp \left[ \frac{ikR\mu_2}{2\mu_1(l_1-R)f_2} (x_4^2 + y_4^2) \right] \right] p_1 \left[ \mu_2 x_4 - \frac{b\mu_1(l_1-R)}{R}, \mu_2 y_4 \right] \exp i\varphi_1 \left[ -\mu_2 x_4 + \frac{b\mu_1(l_1-R)}{R}, -\mu_2 y_4 \right] \left. \right\} \otimes \\
& \otimes P_2(x_4, y_4). \quad (14)
\end{aligned}$$

Для максимального значения корреляционных функций с учетом того, что  $\exp \left[ \frac{-ikR\mu_2}{2\mu_1(l_1-R)f_2} (x_4^2 + y_4^2) \right] \otimes \exp \left[ \frac{ikR\mu_2}{2\mu_1(l_1-R)f_2} (x_4^2 + y_4^2) \right] = \delta(x_4, y_4)$  [11], выражение (14) принимает вид

$$u'(x_4, y_4) \sim \left\{ 1 + \exp -i \left[ \frac{\partial \varphi_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4)}{\partial \mu_2 x_4} \frac{2b\mu_1(l_1-R)}{R} \right] \right\} F(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4). \quad (15)$$

На основании используемого ранее допущения о малости размера субъективного спекла в плоскости  $(x_4, y_4)$  (см. рис. 2) наблюдения по сравнению с периодом модулирующей спекл-поле фазовой функцией суперпозиция коррелирующих спекл-полей двух экспозиций приводит к распределению освещенности

$$I(x_4, y_4) \sim \left[ 1 + \cos \frac{\partial \varphi_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4)}{\partial \mu_2 x_4} \frac{2b\mu_1(l_1 - R)}{R} \right] |F(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4)|^2. \quad (16)$$

Из выражения (16) следует, что субъективная спекл-структура промодулирована интерференционными полосами. Интерференционная картина имеет вид интерферограммы бокового сдвига в полосах бесконечной ширины. Причем чувствительность интерферометра для фиксированной величины геометрического фактора и фиксированной величины бокового сдвига увеличивается в два раза.

В эксперименте двухэкспозиционные голограммы сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя по методу Габора записывались на фотопластинках типа Микрат ВРЛ с помощью He-Ne-лазера, работающего на длине волны 0,63 мкм.

В качестве примера на рис. 3, *a* представлена интерференционная картина в полосах равной толщины, характеризующая сферическую aberrацию линзы с фокусным расстоянием  $f_1 = 160$  мм, диаметром зрачка  $d = 27$  мм. Запись голограммы с помощью этой линзы в плоскости парааксиального изображения амплитудного рассеивателя с однократным экспонированием выполнялась для единичного увеличения при  $R = l_1$ . Для обеспечения виньетирования пространственного спектра волн диаметр освещенной области амплитудного рассеивателя составлял 35 мм. Регистрация интерференционной картины с помощью объектива с фокусным расстоянием  $f_2 = 80$  мм (см. рис. 1, *b*) не требовала проведения пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы. Это объясняется тем, что для рассматриваемого случая формирования в диффузно рассеянных полях интерференционной картины в полосах равной толщины обеспечиваются условия пространственной инвариантности импульсного отклика линзы  $L_1$  [12] по всей ее апертуре. Для голограммы сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя по методу Габора пространственная инвариантность импульсного отклика линзы проявляется в том, что квазиплоские волны в  $(-1)$ -м и  $(+1)$ -м порядках дифракции совпадают по направлению независимо от того, восстанавливается голограмма в точке на оптической оси или вне ее. При уменьшении величины  $R$  по сравнению с  $l_1$  нарушается условие полной изопланатичности оптической системы формирования изображения и возникает угол между дифрагирующими волнами в  $(-1)$ -м и  $(+1)$ -м порядках дифракции, увеличивающейся с ростом отклонения радиуса кривизны фронта волны когерентного излучения, используемого для освещения амплитудного рассеивателя, от расстояния между ним и главной плоскостью контролируемой линзы. В этих случаях для регистрации интерференционной картины на рис. 3, *a* требуется проведение пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы на оптической оси согласно рис. 1, *b*.

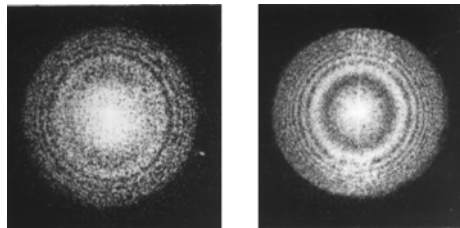


Рис. 3. Интерференционные картины в полосах равной толщины, характеризующие: *a* – сферическую aberrацию контролируемой линзы; *b* – сферическую aberrацию и дефокусировку

Как и в классическом интерферометре Тваймана–Грина [13], интерференционная картина в полосах равной толщины на рис. 3, *a* характеризует увеличенную в два раза чувствительность интерферометра к сферической aberrации линзы. Однако если в интерферометре Тваймана–Грина увеличение чувствительности происходит в результате двукратного прохождения волны через контролируемый объект в измерительном канале, то в рассматриваемом случае совершенно другой механизм формирования интерференционной картины в полосах равной толщины. На основании выражения (9) в  $(-1)$ -м и  $(+1)$ -м порядках дифракции фронты квазиплоских волн обращены друг к другу и один волновой фронт повернут на  $180^\circ$  вокруг оптической оси по отношению к другому.

В случае одноэкспозиционной записи голограммы сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя по методу Габора, когда фотопластинка смещена от плоскости парааксиального изображения на 1,15 мм, в плоскости наблюдения формируется интерференционная картина

в полосах равной толщины (рис. 3, б), характеризующая сферическую aberrацию и дефокусировку линзы  $L_1$ . При этом также происходит нарушение пространственной инвариантности ее импульсного отклика по всей апертуре, и для регистрации интерференционной картины требовалось проведение пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы на оптической оси (см. рис. 1, б). Высококонтрастная интерференционная картина на рис. 3, б наблюдалась для диаметра фильтрующей диафрагмы  $p_2$ , не превышающего 6 мм.

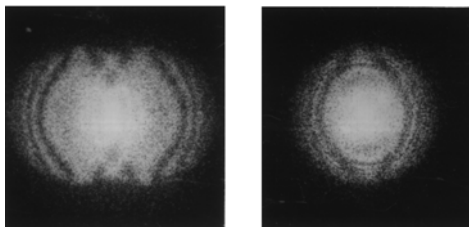


Рис. 4. Интерференционные картины, зарегистрированные при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы: а – вне оптической оси; б – на оптической оси

На рис. 4, а представлен результат восстановления малоапертурным ( $\approx 2$  мм) лазерным лучом двухэкспозиционной голограммы сфокусированного с помощью контролируемой линзы параксиального изображения с единичным увеличением амплитудного рассеивателя по методу Габора в точке с координатами  $x'_3 = 6$  мм,  $y'_3 = 0$ . Запись голограммы проводилась для  $R = l_1/2$ ; перед повторным экспонированием амплитудный рассеиватель смещался в направлении оси  $x$  на величину  $a = (2,2 \pm 0,002)$  мм, а фотопластинка в противоположном направлении на величину  $b = (2,2 \pm 0,002)$  мм. Дифрагирующие волны как в  $(-1)$ -м, так и в  $(+1)$ -м порядках дифракции формируют интерферограммы бокового сдвига в полосах бесконечной ширины, характеризующих волновые aberrации контролируемой линзы  $L_1$  (см. рис. 1, а) из-за двукратного экспонирования фотопластинки. Помимо этого в малой области перекрытия волновых фронтов суперпозиция волн в  $(-1)$ -м и  $(+1)$ -м порядках дифракции приводит к образованию интерференционной картины, обусловленной обращением пары волновых фронтов и поворотом вокруг оптической оси на  $180^\circ$  по отношению к другой паре, с учетом того что между волнами в  $(-1)$ -м и  $(+1)$ -м порядках дифракции имеется угол  $\gamma = x'_3/l$  ( $l = l_1 = l_2$ ). При восстановлении голограммы малоапертурным лазерным лучом в точке на оптической оси, когда  $\gamma = 0$  и волны в  $(-1)$ -м и  $(+1)$ -м порядках дифракции совпадают по направлению, в плоскости наблюдения (см. рис. 1, б) формируется интерференционная картина, представленная на рис. 4, б и описываемая выражением (10).

Если рассматриваемую двухэкспозиционную голограмму сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя теперь восстанавливать согласно рис. 2, то при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля на оптической оси вне плоскости голограммы (диаметр фильтрующей апертурной диафрагмы  $p_2$  линзы  $L_2$  составлял  $\approx 2$  мм) в плоскости наблюдения ( $x_4, y_4$ ) формируется интерферограмма сдвига в полосах бесконечной ширины, представленная на рис. 5 в увеличенном масштабе по сравнению с рис. 4 и описываемая выражением (16). Интерферограмма бокового сдвига характеризует, как и на рис. 4, б, сферическую aberrацию в параксиальном фокусе контролируемой линзы, но в отличие от рис. 4, б с увеличенной в два раза чувствительностью интерферометра для фиксированной величины бокового сдвига  $b$ . Как на рис. 1, б, так и на рис. 2 линза  $L_2$  выполняет преобразование Фурье-поля, дифрагирующего на голограмме. Однако в первом случае в результате проведения пространственной фильтрации поля в ее плоскости на оптической оси формируется интерференционная картина (см. рис. 4, б), соответствующая малой области пространственных частот от амплитудного рассеивателя, ограниченного апертурой контролируемой линзы  $L_1$ . Причем направления соответствующих пространственных частот близки к направлению оптической оси. Во втором случае регистрируется вся область пространственных частот голограммы сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя, а фильтрация на оптической оси необходима для совмещения спектров в  $(-1)$ -м и  $(+1)$ -м порядках дифракции. Так как в пределах всего размера голограммы высокочастотные голографические интерференционные полосы несут информацию об aberrациях контролируемой линзы  $L_1$ , которая заключена, как и в [14], не только в предметной волне (диффузно рассеянная составляющая света), но и в опорной волне



(регулярная составляющая пропускания света, полностью перекрывающая зрачок линзы  $L_1$ ), то это обуславливает увеличение чувствительности интерферометра бокового сдвига в два раза.

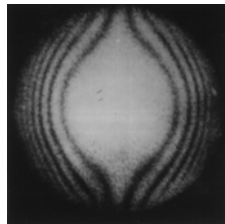


Рис. 5. Интерферограмма бокового сдвига, регистрация которой проводилась в плоскости Фурье с пространственной фильтрацией дифракционного поля на оптической оси вне плоскости голограммы

Для получения отличной от нуля чувствительности интерферометра бокового сдвига в случае двухэкспозиционной записи голограммы сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя по методу Габора, когда  $R = l_1$ , можно воспользоваться известным [2] частным методом совмещения субъективных спекл-полей двух экспозиций в плоскости фотопластинки. В этом случае перед повторным экспонированием смещается амплитудный рассеиватель, например, в направлении оси  $x$  на величину  $a$  и контролируемая линза  $L_1$  в ее главной плоскости в том же направлении на величину  $b = af_1/l_1$ . Можно показать, что на стадии восстановления записанной таким образом двухэкспозиционной голограммы сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя по методу Габора распределение освещенности в плоскости Фурье принимает вид

$$I(x_4, y_4) \sim \left\{ 1 + \cos 2\varphi_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4) \right\} \left\{ 1 + \cos \left[ \frac{\partial \varphi_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4)}{\partial \mu_2 x_4} b \right] \right\} |F(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4)|^2. \quad (17)$$

На рис. 6 представлена для сдвига  $b = (2,4 \pm 0,002)$  мм интерференционная картина, описываемая выражением (17) и характеризующая сферическую аберрацию в параксиальном фокусе контролируемой линзы  $L_1$ . Для ее регистрации не требуется проведения пространственной фильтрации дифракционного поля.

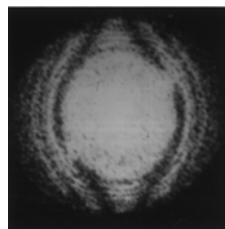


Рис. 6. Интерференционная картина, соответствующая двухэкспозиционной записи голограммы в случае смещения рассеивателя и линзы перед повторным экспонированием

Следует отметить, что с уменьшением фокусного расстояния контролируемой линзы и увеличением дефокусировки растет частота интерференционных полос (см. рис. 3, б). Если период интерференционных полос становится соизмерим с размером субъективного спекла, то видимость интерференционной картины в полосах равной толщины становится равной нулю. Тогда в выражениях (10), (17) можно исключить из рассмотрения первый множитель и двухэкспозиционная запись голограммы сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя по методу Габора будет приводить на стадии ее восстановления к формированию низкочастотной интерференционной картины бокового сдвига при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости голограммы.

Таким образом, проведенные исследования показали, что по сравнению с двухэкспозиционной записью голограммы сфокусированного изображения матового экрана [1, 2] двухэкспозиционная запись голограммы сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя по методу Габора обеспечивает формирование интерференционной картины, нечувствительной к внеосевым волновым аберрациям контролируемой линзы. Это объясняется интерференцией обращенных волн, фронты которых повернуты по отношению друг к другу на  $180^\circ$ . Кроме того, запись голограммы в плоскости параксиального изображения амплитудного рассеивателя приводит к формированию в диффузно рассеянных полях интерференционной картины в

полосах равной толщины, характеризующей сферическую aberrацию контролируемой линзы с увеличенной в два раза чувствительностью. Помимо этого, также увеличивается в два раза чувствительность интерферометра бокового сдвига для фиксированной величины сдвига, когда при двухэкспозиционной записи голограммы выполняются условия перекрытия зрачка контролируемой линзы регулярной составляющей светового пропускания рассеивателя.

1. Гусев В.Г. // Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. N 10. С. 1034 – 1044.
2. Гусев В.Г. // Оптика атмосферы. 1991. Т. 4. N 3. С. 250 – 260.
3. Кольер Р., Беркхарт К., Лин Л. Оптическая голография. М.: Мир, 1973. 670 с.
4. Гусев В.Г. // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. N 2. С. 115 – 124.
5. Гудмен Д. Введение в Фурье-оптику. М.: Мир, 1970. 359 с.
6. Франсон М. Оптика спеклов. М.: Мир, 1980. 158 с.
7. Gabor D. // Nature. 1948. V. 161. P. 777 – 778.
8. Гусев В.Г. // Оптика и спектроскопия. 1990. Т. 69. Вып. 5. С. 1125 – 1128.
9. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 846 с.
10. Джоунс Р., Уайкс К. Голографическая и спекл-интерферометрия. М.: Мир, 1986. 320 с.
11. Сороко Л.М. Основы голографии и когерентной оптики. М.: Наука, 1971. 601 с.
12. Горский С.М., Зверев В.А., Матвеев А.Л. // Изв. вузов. Радиофизика. 1977. Т. 20. N 4. С. 522 – 527.
13. Оптический производственный контроль /Под ред. Малакары. М.: Машиностроение, 1985. 400 с.
14. Гусев В.Г. // Оптика атмосферы и океана. 1996. Т. 10. N 1. С. 19 – 30.

Томский государственный университет

Поступила в редакцию  
6 марта 1995 г.

**V.G. Gusev. Formation of the Shear Holographic Interferograms in Scattered Light Fields at Two-exposure Record of Gabor Hologram. Part I.**

Analysis of the shear interferometer is presented on the basis of two-exposure records of Gabor hologram of a focused image of an amplitude screen. It is shown that spatial filtration of a diffractive field gives an interference pattern, which bears information about a wave aberration of a lens with double sensitivity.