

О.А. Гудошникова, Л.Т. Матвеев

Численная модель образования и развития туманов и слоистых облаков

Главная геофизическая обсерватория им. А.И. Воейкова,
Российский государственный гидрометеорологический университет, г. С.-Петербург

Поступила в редакцию 18.04.2002 г.

Построена численная гидродинамическая модель формирования и эволюции туманов и слоистых облаков. В основу модели положены уравнения притока (баланса) тепла, водяного пара и водности тумана. Для скорости ветра и коэффициента турбулентности использованы формулы, полученные в теории подобия. При установлении зависимости вертикальной скорости от высоты привлекается уравнение неразрывности. Адвективные притоки тепла и влаги записаны с учетом фактических данных, согласно которым они пропорциональны гиперболическому тангенсу горизонтального расстояния. В качестве граничных условий вблизи земной поверхности использованы физически более обоснованные соотношения баланса тепла и влаги в слое шероховатости. Выполнены расчеты характеристик тумана, позволяющие оценить роль различных факторов в образовании и развитии тумана.

Туманы и облака относятся к таким явлениям природы, с которыми связано резкое изменение дальности видимости и других оптических характеристик атмосферы. Они оказывают существенное влияние на хозяйственную деятельность человека, прежде всего на работу всех видов транспорта, а также сельское хозяйство, строительную индустрию, приборостроение и др.

Уже из выражения для относительной влажности $f = e/E(T)$ следует, что состояние насыщения ($f = 1$) и последующая конденсация могут быть достигнуты за счет увеличения давления водяного пара e и (или) понижения температуры воздуха T , с которой однозначно связано давление насыщения $E(T)$.

Исходные уравнения

Таковыми уравнениями, описывающими изменение температуры и содержание водяного пара во времени t и пространстве, служат:

а) уравнение баланса (притока) тепла во влажной турбулентной атмосфере

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -w \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \gamma_a \right) - \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} k_z \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \gamma_a \right) + k_s \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad (1)$$

б) уравнение баланса (притока) влаги, которое, следуя методу инвариантов [1], запишем в виде

$$\frac{\partial s}{\partial t} = -w \frac{\partial s}{\partial z} - \left(u \frac{\partial s}{\partial x} + v \frac{\partial s}{\partial y} \right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z} k_z \frac{\partial s}{\partial z} + k_s \left(\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} \right). \quad (2)$$

Здесь s – удельное влагосодержание воздуха:

$$s = q + \delta, \quad (3)$$

q и δ – массовые доли водяного пара и водность тумана (облака); u , v , w – составляющие скорости движения (ветра) вдоль осей x , y , z соответственно (ось z направлена по вертикали вверх); k_z и k_s – вертикальный и горизонтальный коэффициенты турбулентности; $\gamma_a = 0,98 \cdot 10^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}/\text{м}$ – сухоадиабатический градиент (при $f < 1$), заменяемый на влажноадиабатический $\gamma_{ва}$ в насыщенном воздухе ($f = 1$).

В соотношении (3) $\delta = 0$ и $s = q$ при $f < 1$ и $s = q_m + \delta$ при $f = 1$, где q_m – массовая доля насыщенного водяного пара

$$q_m = 0,622 E(T)/p, \quad (4)$$

где p – давление воздуха, определяемое на произвольной высоте по уравнению статики

$$-dp = g\rho dz. \quad (5)$$

Здесь g – ускорение свободного падения; ρ – плотность воздуха, связанная с p и T уравнением состояния влажного воздуха:

$$p = R_c \rho T_v.$$

($T_v = T(1 + 0,61q)$ – виртуальная температура, $R_c = 287 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$).

Последовательно привлекая теорию подобия, основы которой применительно к приземному (приводному) слою заложили А.С. Монин и А.М. Обухов [2], получаем, согласно [3], следующие формулы, описывающие:

в) зависимость коэффициента k_z от высоты

$$k_z(z) = \chi L_* u_* [1 - \exp(-z/L_*)], \quad (6)$$

г) распределение T , q и модуля скорости ветра c по высоте:

$$T(z) = T_0 + T_* \ln[(\eta/\eta_0) - \gamma_a (z - z_0)]; \quad (7)$$

$$q(z) = q_0 + q_* \ln(\eta/\eta_0); \quad (8)$$

$$c(z) = (u_*/\chi) \ln(\eta/\eta_0). \quad (9)$$

Здесь T_0 и q_0 – значения T и q на уровне шероховатости z_0 ; T_* , q_* и u_* – масштабы T , q и c ; L_* – масштаб (характерная толщина) приземного слоя:

$$L_* = T_0 u_*^2 / (\chi^2 g T_*); \quad (10)$$

$$\eta = \exp(z/L_*) - 1, \quad \eta_0 = \exp(z_0/L_*) - 1, \quad (11)$$

$\chi = 0,38$ – постоянная Прандтля–Кармана.

Если формулы (7)–(9) записать для некоторого уровня z_1 , на котором известны (измерены) T_1 , q_1 и c_1 , то, разрешая затем их относительно масштабов, найдем

$$T_* = \frac{(T_1 - T_0) + \gamma_a (z_1 - z_0)}{\ln(\eta_1/\eta_0)}; \quad (12)$$

$$q_* = (q_1 - q_0) / \ln(\eta_1/\eta_0); \quad (13)$$

$$u_* = \chi c_1 / \ln(\eta_1/\eta_0), \quad (14)$$

где $\eta_1 = \exp(z_1/L_*) - 1$.

Вошедший во все формулы масштаб L_* полагаем равным высоте верхней границы (h) приземного слоя $L_* = h$.

Выше приземного слоя ($z > h$) коэффициент турбулентности k_z практически не зависит от высоты: $k_z(z) = k_z(h)$. Его значения $k_z(h)$ определяем по формуле (6) при $z = L_*$. Распределение скорости ветра по высоте при $z > h$ описывается хорошо известными формулами Экмана, являющимися решением уравнений установившегося движения атмосферы.

Для определения вертикальной скорости, вошедшей в уравнения (1) и (2), привлекается уравнение неразрывности [4]. Из формул, полученных путем интегрирования его по высоте, следует, что осредненная по кругу (циклону) радиусом R вертикальная скорость зависит от числа Росби $Ro = c_g / (z_1 \omega \sin \varphi)$, отношений c_1/c_g , z_0/z_1 , h/z_1 и $c_g z_1/R$ (c_g – скорость геострофического ветра; c_1 – скорость ветра на уровне z_1 ; z_0 – параметр шероховатости; h – высота приземного слоя; $\omega = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$ – угловая скорость вращения Земли; φ – географическая широта). Вертикальная скорость в циклоне положительна и увеличивается с высотой от нулевого значения на поверхности Земли до наибольшего значения w_H , достигаемого вблизи верхней границы H пограничного слоя атмосферы:

$$w_H = \frac{c_g z_1}{R} G, \quad (15)$$

где

$$G = \sqrt{\frac{c_1}{c_g} D Ro} \left[1 - B \frac{c_1}{c_g} - (\cos \alpha_0 - \sin \alpha_0) \right], \quad (16)$$

$$A = \frac{0,24h}{z_1 \ln(\eta_1/\eta_0)}, \quad B = \frac{0,54 - \ln \eta_0}{\ln(\eta_1/\eta_0)}.$$

Угол отклонения (α_0) скорости ветра от изобары (геострофического ветра) в приземном слое находится по формуле

$$\cos \alpha_0 = \frac{1 + B^2 (c_1/c_g)^2 - N Ro (c_1/c_g)^3}{2B (c_1/c_g)}, \quad (17)$$

$$N = 0,30 z_1/h [\ln((\eta_1/\eta_0))]^{-3}.$$

Динамические характеристики – скорость ветра и ее составляющие u , v , вертикальная скорость w , коэффициент турбулентности k_z , геострофическая скорость c_g , равно как параметр шероховатости z_0 и высота приземного слоя h – в течение нескольких часов, пока формируются туман и облако, не изменяются во времени. Но, естественно, они изменяются от одной обстановки к другой. Показать, как эти изменения влияют на образование и развитие тумана или облака, – одна из задач данной статьи.

Адвективные притоки тепла и влаги

Эти притоки представлены вторыми слагаемыми в правых частях уравнений (1) и (2). Наиболее значительно влияние адвекции в областях с большими горизонтальными градиентами T и s : во фронтальных зонах, вблизи границы раздела земных поверхностей с различными оптическими и теплофизическими свойствами (суша–вода, поле–лес, возвышенность–болото и др.).

При переходе воздушной массы с одной такой поверхности на другую наибольшие изменения во времени претерпевают температура и влажность воздуха, в то время как скорость ветра изменяется существенно меньше (согласно оценкам не более чем на 10–20%). Распределение T и s вдоль оси x , направленной по нормали к границе раздела поверхностей, т.е. по горизонтальному градиенту этих величин, в согласии с данными наблюдений, с удовлетворительной точностью описывают следующие формулы:

$$T(x) = (T'' + T')/2 + (T'' - T')/2 \text{ th}(x/D); \quad (18)$$

$$s(x) = (s'' + s')/2 + (s'' - s')/2 \text{ th}(x/D). \quad (19)$$

Здесь T'' и T' – температура теплой и холодной воздушных масс на большом расстоянии от границы раздела (фронта); s'' и s' – соответствующие значения влагосодержания; $\text{th}(x/D)$ – тангенс гиперболический:

$$\text{th}(x/D) = \frac{\exp(x/D) - \exp(-x/D)}{\exp(x/D) + \exp(-x/D)}, \quad (20)$$

D – параметр (с размерностью длины), определяющий ширину зоны, в которой происходит основное изменение T и s вдоль x (при переходе от $x = -D$ к $x = D$ температура изменяется на ΔT , составляющее около 90% от разности $T'' - T'$). При зависимости T и s от x , определенной формулами (18) и (19), адвективные члены принимают вид

$$-u \frac{\partial T}{\partial x} = -u \frac{T'' - T'}{2D} [1 - \text{th}^2(x/D)], \quad (21)$$

$$-u \frac{\partial s}{\partial x} = -u \frac{s'' - s'}{2D} [1 - \text{th}^2(x/D)]. \quad (22)$$

При $x = 0$ на границе раздела поверхностей или воздушных масс соотношения (18), (19) и (21), (22) принимают вид

$$T(0) = (T'' + T')/2; \quad s(0) = (s'' + s')/2; \quad (23)$$

$$\left(-u \frac{\partial T}{\partial x}\right)_0 = -u \frac{T'' - T'}{2D}, \quad \left(-u \frac{\partial s}{\partial x}\right)_0 = -u \frac{s'' - s'}{2D}. \quad (24)$$

Вошедшие в (23) величины $T(0)$ и $s(0)$ представляют собой искомые температуру T и удельное влагосодержание s , которые входят в уравнения (1) и (2) и с их помощью должны быть смоделированы. В соотношениях (23) известны (заданы) T'' и s'' при адвекции тепла или T' и s' – при адвекции холода.

Исключая в них сначала T'' и s''

$$T'' = 2T - T', \quad s'' = 2s - s'$$

и заменяя T'' и s'' по этим соотношениям, приведем выражения (24) в случае адвекции холода к виду

$$\left(-u \frac{\partial T}{\partial x}\right)_0 = -u \frac{T - T'}{D}, \quad \left(-u \frac{\partial s}{\partial x}\right)_0 = -u \frac{s - s'}{D}. \quad (25)$$

Аналогичный вид имеют эти выражения в случае адвекции тепла

$$\left(-u \frac{\partial T}{\partial x}\right)_0 = -u \frac{T - T''}{D}, \quad \left(-u \frac{\partial s}{\partial x}\right)_0 = -u \frac{s - s''}{D}. \quad (26)$$

Граничные условия

Поскольку (1) и (2) – дифференциальные уравнения второго (по z) порядка, то искомые функции T и s должны удовлетворять двум граничным условиям. Наиболее просто формулируется условие на верхней границе (z). В качестве последнего можно взять любой уровень, расположенный в средней или верхней тропосфере. Вполне оправданно предположение, что те изменения величин, которые наблюдаются на уровне z^* , не оказывают существенного влияния на процессы в нижней тропосфере, где рассматривается образование туманов и низких облаков. Поэтому условия на уровне z^* ставятся в виде

$$z = z^*: T(z^*, t) = T(z^*, 0) = \text{const};$$

$$s(z^*, t) = s(z^*, 0) = \text{const}. \quad (27)$$

Значительно труднее сформулировать условия для T и s вблизи шероховатой земной поверхности. В слое шероховатости (от $z = 0$ до z_0) осредненная (не пульсационная) скорость ветра обращается в нуль. Однако в этом слое наблюдаются турбулентные пульсации скорости ветра, способствующие выравниванию температуры и других величин по вертикали. Обозначая через T_0 среднюю в слое шероховатости температуру, приравняем изменение за единицу времени теплосодержания этого слоя сумме потоков тепла и радиации, поступающих к нему из атмосферы и почвы:

$$c_{\text{сл}} z_0 \frac{\partial T}{\partial t} = R_* - Q_T - LQ_q + Q_M, \quad (28)$$

где $c_{\text{сл}}$ – объемная теплоемкость слоя шероховатости; Q_M – молекулярный поток тепла из почвы при $z = 0$, Q_T и Q_q – турбулентные потоки тепла и водяного пара; R_* – радиационный баланс на уровне z_0 ; L – удельная теплота парообразования.

Турбулентные потоки тепла и водяного пара вблизи земной поверхности согласно [4] имеют вид

$$Q_T = \chi^2 c_p \rho_0 c_1 \frac{(T_1 - T_0) + \gamma_a (z_1 - z_0)}{[\ln(\eta_1/\eta_0)]^2}, \quad (29)$$

$$Q_q = -\chi^2 \rho_0 c_1 \frac{q_1 - q_0}{[\ln(\eta_1/\eta_0)]^2}. \quad (30)$$

Здесь T_1 , q_1 и c_1 – известные (измеренные) значения T , q и c на уровне z_1 (например, 10 м). Молекулярный поток тепла из почвы записываем в виде

$$Q_M = \lambda (T_* - T_0)/z_*, \quad (31)$$

где T_* – температура на глубине z_* в почве; λ – коэффициент теплопроводности почвы (поток $Q_M > 0$, когда он направлен вверх – из почвы к слою шероховатости). На суше в ночное время суток, а на воде – как ночью, так и днем, радиационный баланс включает лишь эффективное излучение земной поверхности: $R_* = -B^*$.

Сопоставление формул Ангстрема и Брента показало, что более чувствительна к влиянию содержания водяного пара на B^* формула Брента:

$$R_* = -B^*; \quad B^* = \sigma T_0^4 (0,45 - 2,48 \sqrt{q_0}). \quad (32)$$

В (32) $\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м² · К⁴) – постоянная Стефана–Больцмана; q_0 – массовая доля водяного пара на уровне z_0 , г/кг.

Влагосодержание слоя шероховатости изменяется во времени под влиянием турбулентного потока влаги из атмосферы (Q_s) и потока водяного пара из почвы (Q'_M)

$$\rho_{\text{сл}}^* = z_0 \frac{\partial s_0}{\partial t} = -Q_s + Q'_M, \quad (33)$$

где $\rho_{\text{сл}}^*$ – плотность слоя шероховатости.
Турбулентный поток влагосодержания

$$Q_s = -\chi^2 \rho_0 c_1 (s_1 - s_0) / [\ln(\eta_1/\eta_0)]^2. \quad (34)$$

Оценку потока Q_M' произведем на основе потока тепла из почвы (Q_M). Вблизи границы между почвой и слоем шероховатости водяной пар близок к состоянию насыщения. Поэтому здесь справедливо уравнение Клаузиуса–Клапейрона

$$\frac{dE}{E} = \frac{LdT}{R_{\text{п}}T^2}, \quad (35)$$

где $R_{\text{п}}$ – газовая постоянная водяного пара, равная 461,5 Дж/(кг·К). С учетом этого уравнения поток Q_M' можем записать в виде

$$Q_M' = 3,37 \cdot 10^3 \frac{E_0 \lambda (T_* - T_0)}{\rho_0 T_0^2 z_*}, \quad (36)$$

где E_0 – давление насыщенного водяного пара при температуре T_0 ; ρ_0 – давление воздуха на уровне z_0 .

Если водяной пар на границе почва – воздух ненасыщен, то правая часть (36) умножается на относительную влажность f_0 . Вошедшая в (31) и (36) теплопроводность твердых частей почвы изменяется в зависимости от вида почвы от 0,08 до 0,27 Дж/(м³·с·К). Объемная теплоемкость твердых частей почвы изменяется в сравнительно узких пределах и составляет 2,1·10⁶ Дж/(м³·К). Однако обе эти характеристики изменяются в широких пределах в зависимости от пористости и влажности почвы.

В уравнение (28) входит объемная теплоемкость $c_{\text{сл}}$ слоя шероховатости, включающего как воздух, так и твердые элементы шероховатости. Объемная теплоемкость воздуха $c_p \rho_0 \approx 1,25 \cdot 10^3$ Дж/(м³·К). Поскольку в слое шероховатости соотношение между воздухом и твердыми элементами шероховатости может меняться, то изменяется и отношение $c_p \rho_0 / c_{\text{сл}}$, равно как и отношение плотностей $\rho_0 / \rho_{\text{сл}}$. При выполнении расчетов эти отношения полагались равными $5 \cdot 10^{-2}$.

Распределение температуры и влажности с высотой в начальный момент

В приземном слое атмосферы в начальный момент времени распределение T и q с высотой описывают формулы (7) и (8) при T_* и q_* , определенных соотношениями (12), (13) и заданных T_0 и T_1 .

Выше приземного слоя для распределения температуры с высотой принята линейная зависимость:

z , м	0,1	10	21	33	60	113	313	1113	2713
w , см/с	0,0	0,04	0,08	0,12	0,23	0,43	1,20	4,20	6,40
k_z , м/с	0,1	0,15	0,29	0,43	0,70	1,10	1,50	1,55	1,60

$$T(z, 0) = T_h(0) - \gamma(z - h), \quad h \leq z \leq z^*, \quad (37)$$

где $T_h(0)$ – температура на верхней границе (h) приземного слоя, рассчитанная по формуле (7); γ – вертикальный градиент T ; z^* – верхняя граница слоя. Распределение q с высотой описывает соотношение

$$q(z, 0) = f(0) q_m(T, p), \quad z_0 \leq z \leq z^*, \quad (38)$$

где $f(0)$ – относительная влажность воздуха в начальный момент, не зависящая от высоты; q_m – массовая доля водяного пара при $T(z, 0)$ и давлении $p(z)$. С помощью таких же формул, как (7), (8), (37) и (38), описывается распределение по высоте введенных выше температур T' и T'' и влагосодержаний s' и s'' , равных при $t = 0$ q' и q'' , при этом значения относительной влажности $f(0)'$ и $f(0)''$ могут отличаться от значений $f(0)$.

Расчет искомых функций T , s и водности тумана δ по уравнениям (1)–(3) выполнен по явной схеме при соблюдении неравенства между приращениями независимых переменных Δt и Δz , обеспечивающего устойчивость схемы

$$\Delta t < \Delta z^2 / (2k_{\text{min}}), \quad (39)$$

где k_{min} – минимальное значение вертикального профиля коэффициента турбулентности.

Производные по высоте аппроксимированы центральными разностями, при этом в приземном слое шаг Δz увеличивается с высотой: $\Delta z_{j+1} = \beta \Delta z_j$ ($1,1 \leq \beta \leq 1,5$).

Результаты моделирования

Исходные уравнения (1)–(3), граничные и начальные условия включают значительное число параметров (факторов), от которых зависят сам факт образования, водность и толщина тумана. Основная цель численного моделирования – количественно оценить роль этих факторов в формировании и изменении характеристик тумана.

Приводимые ниже расчеты выполнены при высоте приземного слоя $h = 100$ м, ширине зоны наиболее быстрого изменения температуры $D = 50$ км, параметре шероховатости $z_0 = 0,1$ м, радиусе циклона $R = 300$ км, толщине слоя почвы $z_* = 10$ см, коэффициенте теплопроводности почвы $\lambda = 15$ кДж/(м·с·К). Для других параметров принимались различные значения.

При принятых в табл. 1 динамических параметрах ($Ro = 6 \cdot 10^4$, $z_0 = 0,1$ м, $c_{10} = 0,5$ м/с), вертикальная скорость w и коэффициент турбулентности k_z принимают следующие значения:

Данные табл. 1 позволяют оценить влияние различных факторов на водность (интенсивность) тумана. При отсутствии в начальный момент адвекции тепла и влаги ($T'(z, 0) - T(z, 0) = 0$, $f' = 0,9$) туман образуется и водность его со временем увеличивается, поскольку за счет потерь тепла на испарение (второе слагаемое в уравнении для $\partial T_0/\partial t$) температура понижается, а влагосодержание воздуха увеличивается (за счет притока водяного пара из почвы).

Таблица 1

Массовая водность тумана (г/кг) вблизи земной поверхности при $T_0(0) = 15^\circ\text{C}$, $f(0, z) = 0,9$; $T_* = 20^\circ\text{C}$, $T_{10}(0) - T_0(0) = -0,06^\circ\text{C}$, $z_0 = 0,1$ м, $c_{10} = 0,5$ м/с, $Ro = 6 \cdot 10^4$, $D = 50$ км

$T'(z, 0) - T(z, 0), ^\circ\text{C}$	$f'(0, z)$	Время, ч					
		1	2	3	5	7	
-5	0,9	0,110	0,422	0,690	1,120	1,400	
	0,8	0,090	0,345	0,540	0,786	0,891	
	0,7	0,070	0,270	0,390	0,470	0,450	
-2	0,9	0,072	0,290	0,440	0,650	0,780	
	0,8	0,048	0,200	0,250	0,270	0,240	
	0,7	0,023	0,110	0,070	0,000	0,000	
-1	0,9	0,060	0,250	0,364	0,500	0,590	
	0,8	0,030	0,155	0,168	0,100	0,010	
	0,7	0,009	0,060	0,000	0,000	0,000	
0	0,9	0,050	0,213	0,290	0,363	0,392	
	0,8	0,022	0,112	0,080	0,000	0,000	
	0,7	0,000	0,010	0,000	0,000	0,000	
2	0,95	0,046	0,204	0,273	0,322	0,326	
	0,90	0,031	0,146	0,154	0,075	0,000	
	0,85	0,015	0,089	0,361	0,000	0,000	
	0,80	0,001	0,032	0,000	0,000	0,000	
5	0,95	0,029	0,138	0,126	0,000	0,000	
	0,90	0,010	0,068	0,000	0,000	0,000	

В фиксированный момент времени (например, 2 ч) водность изменяется в широких пределах в зависимости от разности $T'(0, z) - T(0, z)$ и относительной влажности $f'(0, z)$ натекающей воздушной массы. При $f' = \text{const}$ водность тумана тем больше, чем меньше разность $T' - T$: при адвекции тепла ($T' - T > 0$) температура T повышается, а водность уменьшается, при адвекции холода, наоборот, T понижается, а водность увеличивается.

При заданной адвекции ($T' - T = \text{const}$) водность тумана, за счет адвекции водяного пара, растет при увеличении f' .

Потоки тепла и водяного пара, вошедшие в граничные условия, зависят от разности температур $T_{10} - T_0$. Естественно, что от этой разности зависят и условия формирования тумана. Сопоставление значений водности в табл. 1 и 2 при одних и тех же $T' - T$ и f' позволяет заключить: переход от падения к росту (инверсии) температуры с высотой сопровождается значительным ослаблением интенсивности тумана. Через 1 ч при инверсии туман вообще не образовывался. Во всех других случаях водность тумана при инверсии существенно меньше, чем при падении тем-

пературы с высотой. Так, при $T' - T = 2^\circ\text{C}$ и $f' = 0,95$; 0,90 и 0,85 водность тумана при $t = 2$ ч составляет соответственно 0,142, 0,084 и 0,026 г/кг при инверсии и 0,204; 0,146 и 0,089 г/кг при падении температуры.

Таблица 2

Массовая водность тумана (г/кг) вблизи земли при $T_{10}(0) - T_0(0) = 0,1^\circ\text{C}$ и параметрах, как в табл. 1

$T'(z, 0) - T(z, 0), ^\circ\text{C}$	$f'(0, z)$	Время, ч			
		2	3	5	7
0	0,95	0,204	0,338	0,538	0,671
	0,90	0,153	0,230	0,320	0,364
	0,85	0,102	0,130	0,100	0,057
2	0,95	0,142	0,212	0,272	0,290
	0,90	0,084	0,093	0,025	-
	0,85	0,026	-	-	-
5	0,95	0,071	0,056	-	-
	0,90	0,001	-	-	-
	0,85	-	-	-	-

Зависимость водности от разности $T' - T$, пропорциональной адвекции тепла, и f' по данным табл. 2 сохраняется такой же, как и по данным табл. 1: увеличение этой разности и снижение f' сопровождаются уменьшением интенсивности (водности) тумана.

В табл. 2 приведены результаты расчета водности тумана при тех же значениях параметров, что и в табл. 1, кроме одного – разности $T_{10}(0) - T_0(0)$: в первой из этих таблиц эта разность равна $-0,06^\circ\text{C}$ (температура падает с высотой), в то время как в табл. 2 $T_{10}(0) - T_0(0) = 0,1^\circ\text{C}$ (температура растет с высотой).

Данные табл. 3 позволяют, помимо распределения температуры по высоте, оценить влияние относительной влажности $f_0(0)$ в начальный момент на водность тумана вблизи земли: при фиксированной разности $T_{10} - T_0$ водность растет при увеличении $f_0(0)$,

Таблица 3

Массовая водность тумана (г/кг) вблизи земной поверхности при $T_0(0) = 15^\circ\text{C}$; $T_* = 20^\circ\text{C}$, $c_{10} = 0,5$ м/с, $Ro = 4 \cdot 10^3$, $z_0 = 0,1$ м при отсутствии адвекции

$T_{10}(0) - T_0(0), ^\circ\text{C}$	$f'(0, z)$	Время, ч				
		1	2	3	5	7
-0,06	0,95	0,087	0,349	0,559	0,958	1,340
	0,90	0,085	0,330	0,505	0,775	1,048
	0,85	0,084	0,310	0,451	0,636	0,751
0,10	0,95	0,029	0,285	0,495	0,886	1,288
	0,90	0,028	0,265	0,441	0,722	0,994
	0,85	0,026	0,245	0,387	0,583	0,711

при этом более значительно в последующие моменты времени (5–7 ч) по сравнению с первыми (1–2 ч). Однако большее, чем $f_0(0)$, влияние на водность оказывает разность $T_{10}(0) - T_0(0)$: при фиксированном $f_0(0)$ водность уменьшается (особенно резко в 1 и 2 ч) при переходе от падения температуры с высотой к инверсии.

Согласно табл. 4 на водность тумана существенное влияние оказывает шероховатость земной поверх-

ности: увеличение параметра z_0 сопровождается уменьшением водности тумана. Так, при $t = 3$ ч водность уменьшается от 0,957 до 0,069 г/кг при увеличении z_0 от 0,1 до 0,4 м. Объясняется это тем, что при росте шероховатости увеличивается отток водяного пара от земной поверхности.

Таблица 4

Водность тумана (г/кг) вблизи земной поверхности при $T_0(0) = 15$ °С; $T_* = 21$ °С, $f(0, z) = 0,9$, $T_{10}(0) - T_0(0) = 0,2$ °С, $Ro = 4 \cdot 10^3$, $T'(0, z) - T(0, z) = -5$ °С и различных значениях параметра шероховатости z_0

Время, ч	Параметр z_0 , м					
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
1	0,308	—	—	—	—	—
2	0,669	0,214	—	—	—	—
3	0,957	0,485	0,233	0,069	—	—
5	1,402	0,817	0,536	0,355	0,226	0,128
7	1,619	0,957	0,650	0,453	0,312	0,207

Установленная зависимость водности от z_0 позволяет указать на один из факторов уменьшения повторяемости туманов и дымок в городе по сравнению с окружающей его сельской местностью. Параметр шероховатости в крупных городах существенно больше, чем в сельской местности (0,3–1,0 м против 0,01–0,1 м).

Приведем еще оценку влияния свойств почвы на интенсивность тумана. Согласно табл. 5 распределение температуры в почве играет существенную роль в формировании тумана. Земная поверхность под влиянием молекулярного потока тепла при падении температуры с глубиной [$T_* < T_0(0)$] охлаждается, а при ее росте [$T_* > T_0(0)$] нагревается.

Таблица 5

Водность тумана (г/кг) вблизи земной поверхности при различных $T_* - T_0(0)$ и фиксированных $T_0(0) = 15$ °С; $f(0, z) = 0,9$, $T_{10}(0) - T_0(0) = 0,1$ °С, $Ro = 6 \cdot 10^4$, $T'(0, z) - T(0, z) = -2$ °С, $z_0 = 0,1$ м, $\lambda = 15$ кДж/(м·с·К)

$T_* - T_0(0)$, °С	Время, ч				
	1	2	3	5	7
-5	0,802	0,785	0,706	0,622	0,579
0	0,473	0,430	0,374	0,296	0,256
5	0,141	0,092	0,038	—	—

Как следствие, водность образовавшегося тумана в первом случае значительно больше, чем во втором. Такой же эффект оказывает теплопроводность почвы, которая зависит не только от вида, но и от влажности и пористости почвы.

В табл. 6 представлены результаты расчета распределения водности тумана по высоте при двух значениях коэффициента теплопроводности. Поскольку температура почвы убывает с глубиной ($T_* - T_0 = -4$ °С), то рост λ означает увеличение потока тепла вглубь почвы и более значительное понижение температуры земной поверхности. Вследствие этого водность

тумана при большем значении λ несколько больше, чем при меньшем λ . Принятые при расчете табл. 6 значения λ относятся к твердым составным частям почвы. При увеличении в ее составе воздуха (пористости) или воды (влажности), теплопроводность которых соответственно примерно в 100 и 5 раз меньше, чем твердых частей, резко уменьшается λ и возрастает влияние этого параметра на водность тумана.

Таблица 6

Распределение водности тумана (г/кг) по высоте при двух значениях коэффициента теплопроводности λ и фиксированных: $T_0(0) = 6$ °С, $f(0, z) = 0,9$, $T_{10}(0) - T_0(0) = 0,1$ °С; $Ro = 6 \cdot 10^4$, $z_0 = 0,1$, $T_* - T_0(0) = -4$ °С; $T'(0, z) - T(0, z) = -2$ °С; $a - \lambda = 0,08$ Дж/(м·с·К), $b - \lambda = 15$ Дж/(м·с·К)

Высота, м	$t = 1$ ч		$t = 2$ ч		$t = 5$ ч	
	a	b	a	b	a	b
0,1	0,494	0,557	0,813	0,857	1,266	1,273
11	—	—	0,314	0,338	0,813	0,816
23	—	—	0,163	0,180	0,672	0,674
36	—	—	0,082	0,095	0,594	0,596
51	—	—	0,030	0,040	0,544	0,547
67	—	—	—	0,004	0,509	0,510
85	—	—	—	—	0,484	0,485

Табл. 1–4 рассчитаны с учетом влияния различных факторов, кроме эффективного излучения земной поверхности. Сравнение табл. 5 и 6, в которых учтено влияние и этого последнего фактора, с табл. 1–4 показывает, что излучение оказывает определенное влияние на образование тумана. Но, во-первых, туман формируется и без учета излучения (при этом его водность вполне сравнима с наблюдаемой в природе), а, во-вторых, эффективное излучение земной поверхности резко уменьшается по мере увеличения водности тумана. В табл. 7 представлены результаты расчета приземной водности тумана в момент времени $t = 2$ ч в предположении, что под влиянием тумана,

Таблица 7

Приземная водность тумана (г/кг) при $t = 2$ ч и различных значениях параметра $\alpha = B^*(1)/B^*(0)$ и фиксированных $T_{10} - T_0 = 0,1$ °С, $T_* - T_0 = -5$ °С, $f(0, z) = 0,9$, $Ro = 6 \cdot 10^4$, $c_{10} = 0,3$ м/с

$T'(0, z) - T(0, z)$, °С	α			
	1,00	0,50	0,40	0,35
-2	1,864	0,494	0,238	0,110
0	0,772	0,365	0,104	—
2	1,696	0,255	—	—

образовавшегося к моменту $t = 1$ ч, эффективное излучение уменьшилось по сравнению с начальным моментом до значения $B^*(1) = \alpha B^*(0)$. Уже при $\alpha = 0,50$ водность уменьшается в 3–5 раз по сравнению с тем значением ее, которое наблюдалось бы в 2 ч при сокращении начального эффективного излучения. При $\alpha = 0,40$ туман сохраняется при адвекции холода и при отсутствии ее. При этом излучение практически не оказывает влияния, поскольку значения водности таковы же, как при полном исключении эффекта радиации.

В заключение отметим некоторые общие закономерности формирования туманов. На водность, время начала образования и толщину тумана оказывают влияние (в порядке возрастания значимости):

- адвективные притоки тепла и водяного пара;
- вертикальные турбулентные потоки тепла и водяного пара, поступающие в слой шероховатости из атмосферы;
- притоки тепла в слой шероховатости из почвы;
- радиационные потоки тепла земной поверхности.

Следует особо подчеркнуть, что формирование тумана зависит от изменения во времени не только температуры подстилающей поверхности, но и влагосодержания слоя шероховатости (во всех ранее выполненных работах допускалось, что влагосодержание постоянно во времени). Хотя на водность тумана оказывают влияние многие факторы, однако только

при сочетании нескольких факторов может образоваться и усиливаться туман. Поскольку вероятность такого сочетания мала, то и вероятность образования туманов невелика – существенно меньше, чем, например, облаков.

1. *Матвеев Л.Т.* Динамика облаков. Л.: Гидрометеоиздат, 1981. 311 с.
2. *Монин А.С., Обухов А.М.* Основные закономерности турбулентного перемешивания в приземном слое атмосферы // Тр. Геофиз. института АН СССР. 1954. № 24(151). С. 163–187.
3. *Матвеев Л.Т., Матвеев Ю.Л.* Вертикальные движения в пограничном слое атмосферы и поле облаков // Изв. РАН. Физ. атмосф. и океана. 1995. Т. 11. № 3. С. 356–372.
4. *Матвеев Ю.Л., Матвеев Л.Т.* Вертикальные движения синоптического масштаба // Оптика атмосф. и океана. 1998. Т. 11. N 9. С. 827–831.

О.А. Gudoshnikova, L.T. Matveev. Numerical model of formation and evolution of fogs and stratus clouds.

A numerical hydrodynamic model of formation and evolution of fogs and stratus clouds is developed. The model is based on the equations of inflow (balance) of heat, water vapor, and water content of fog. Equations for the wind velocity and the turbulence coefficient are derived within the theory of similarity. The continuity equation is involved to find the altitude dependence of the vertical velocity. Advective inflows of heat and humidity are written with allowance for actual data, according to which they are proportional to hyperbolic tangent of the horizontal distance. As a boundary conditions near the Earth's surface, more physically justified equations of heat and humidity balance in the roughness layer are used. Fog parameters characterizing the role of various factors in fog formation and evolution are calculated.