

**Л.Т. Матвеев, С.А. Солдатенко, Н.В. Ширшов**

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЭКОЛОГИИ НА ОСНОВЕ ЗНАКОВЫХ ПОТОКОВЫХ МОДЕЛЕЙ**

Рассмотрена математическая модель воздушного переноса пассивных примесей. В качестве аппарата моделирования используется язык идеографических представлений, допускающий применение системы автоматизации при построении моделей.

Предложены критерии разбиения атмосферы на камеры и приведены алгоритмические сети основных блоков модели воздушного переноса примесей.

Одним из важных аспектов контроля экологической обстановки является слежение за качеством атмосферного воздуха, загрязнение которого происходит как естественным путем ( вулканические выбросы, лесные пожары, пыльные и песчаные бури, источники космического происхождения ), так и от антропогенных источников. С точки зрения решения экологических проблем, прежде всего, необходимо обладать информацией о характере загрязнения атмосферного воздуха антропогенными источниками, к числу которых в первую очередь следует отнести промышленные предприятия, объекты энергетики (в том числе и атомной), транспорт. Следовательно, одним из модулей эколого-экономических моделей должен являться модуль, позволяющий описывать процессы распространения различного рода загрязнений в атмосфере.

Проблеме моделирования эволюции загрязняющих веществ в атмосфере от различных источников и осаждению их на подстилающую поверхность посвящена обширная литература (см., например, [1, 3, 4]). Поскольку атмосферные процессы развиваются при совместном влиянии естественных и антропогенных факторов различных пространственно-временных масштабов, то возникает достаточно сложный вопрос – как построить математические модели, учитывающие одновременно два конкурирующих обстоятельства. С одной стороны, многообразие физических процессов и необходимость учета широкого спектра возмущений требует, чтобы модели были богаты по своему физическому содержанию, а их дискретные аппроксимации обеспечивали требуемое пространственно-временное разрешение. И в то же время необходимо, чтобы эти модели допускали эффективную реализацию на вычислительной технике.

Накопленный к настоящему времени опыт решения задач физики атмосферы позволил принять за основу модели, описываемые системами полных (примитивных) уравнений гидротермодинамики атмосферы в неадиабатическом приближении с учетом процессов влагообмена и взаимодействия атмосферы с термически и орографически неоднородной подстилающей поверхностью. Построение подобных моделей – дело чрезвычайно сложное и является уделом профессионалов. Сегодня же очень важно повысить эффективность экологических исследований и экологических экспертиз проектов социального развития. Именно поэтому математические модели, используемые в экологических исследованиях, должны быть обычным рабочим инструментом в руках специалиста в соответствующей предметной области.

В этом аспекте для построения и реализации математических моделей целесообразно, на наш взгляд, воспользоваться не традиционным математическим описанием и традиционными алгоритмическими языками программирования, а языками представления знаний, которые ориентированы на конечного пользователя, не имеющего специальной подготовки в области программирования. В [2] предложен один из таких языков – язык алгоритмических сетей, являющийся входным языком системы автоматизации программирования САПФИР, ориентированный на описание экологических объектов. Математическая модель рассматриваемого явления в том случае представляется в виде ориентированного графа, с дугами которого сопоставлены переменные моделируемого объекта, а с вершинами – операторы языка алгоритмических сетей.

В настоящей статье представлена малопараметрическая модель воздушного переноса загрязнений (в целях упрощения постановки задачи считается, что рассматривается химически пассивная примесь), ориентированная на представление в виде алгоритмической сети и предназначенная для использования в контуре эколого-экономических моделей в качестве отдельного блока.

Как известно, эволюция аэрозольных образований в атмосфере осуществляется адвективным переносом и крупномасштабными (синоптически значимыми) вертикальными движениями, турбулентной диффузией, конвективными потоками, процессами вымывания и седиментации (соответственно процессами влажного и сухого осаждения).

Для математического описания процессов эволюции химически пассивной примеси, имеющей массовую концентрацию  $s(x, y, z, t)$ , используется следующее уравнение:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \mathbf{V} \operatorname{grad} s = \mu \Delta s + \frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial s}{\partial z} + f, \quad (1)$$

где  $\mathbf{V}$  – вектор скорости движения с компонентами  $u, v, w$ ;  $\mu$  и  $v$  – коэффициенты турбулентного обмена по горизонтали и вертикали;  $f$  – функция, описывающая источники и стоки загрязняющей субстанции.

Процесс построения малопараметрической модели воздушного переноса примесей предполагает решение ряда задач, основными из которых являются: определение структуры разбиения воздушного пространства на однородные объемы (камеры); выбор структуры модели отдельной камеры, определение межкамерных взаимодействий, разработка параметризации источников загрязнения, построение алгоритмических сетей, сборка алгоритмической модели.

Решение уравнения (1) ищется в ограниченной пространственной области  $G = \{0 \leq x \leq X, 0 \leq y \leq Y, 0 \leq z \leq Z\}$ . Величины  $X$  и  $Y$  имеют порядок  $10^2$  км при рассмотрении задач локального экомониторинга. Поскольку распространение антропогенного аэрозоля происходит в пределах планетарного пограничного слоя атмосферы, то  $Z \approx 1,5$  км. Для получения однозначного решения к уравнению (1) присоединяются начальные и граничные условия.

К моменту реализации на вычислительной технике уравнения (1) должны быть определены компоненты скорости движения, коэффициенты турбулентного обмена, источники и стоки аэрозоля. В моделях, основанных на численном решении уравнения (1), количество расчетных узлов должно быть достаточно большим (порядка  $10^4$ – $10^5$ ), поскольку с уменьшением количества узлов резко падает точность расчетов и ухудшается соответствие между результатами моделирования и физической картиной. Упростить задачу можно путем введения камер (боксов), связанных между собой. Это позволяет более просто и эффективно учесть основные особенности и характер горизонтального переноса, зоны конденсации и осадков, термическую устойчивость атмосферы, особенности рельефа. В этом случае уравнение (1) осредняется по объему камеры.

Следует отметить, что определить объективные критерии, по которым можно оптимальным (в некотором смысле) образом разбить расчетный объем  $G$  на камеры, достаточно трудно. Хотя очевидно, что структура пространственного разбиения воздушного бассейна с точки зрения экологических проблем зависит прежде всего от неоднородности параметров метеорологического режима по горизонтали и вертикали. Ясно, что чем более неоднородны параметры метеорологического режима, тем большее количество камер может потребоваться для корректного описания процессов эволюции аэрозоля в атмосфере. В свою очередь, неоднородность метеопараметров определяется синоптической обстановкой, термической и орографической неоднородностью местности.

В общем случае разбиение на камеры осуществляется на основе объективного анализа данных наблюдений за направлением и скоростью ветра. В результате этого удастся выделить камеры, на территории которых скорость и направление ветра можно считать однородными в пространстве.

При разбиении воздушного бассейна на камеры целесообразно использовать двумерное  $x, y$ -приближение, которое позволяет специальным образом осреднить уравнение (1) по вертикали. Это обусловлено тем, что изменчивость метеорологических параметров по вертикали на три-четыре порядка превышает их изменчивость по горизонтали. Внутри пограничного слоя всегда можно выделить приземный подслон– слой постоянства турбулентных потоков тепла, влаги и количества движения. Поэтому верхняя и нижняя границы приземного слоя атмосферы могут служить границами камер.

Выше приземного слоя достаточно часто наблюдается инверсионное распределение температуры. Инверсия, как известно, является задерживающим слоем и препятствует проникновению примесей в вышележащие слои. Поэтому целесообразно за границы камер принять уровни, совпадающие с нижней и верхней границами инверсии.

Выше слоя инверсии, а в случае его отсутствия – выше приземного слоя, разбиение на камеры необходимо производить, принимая во внимание следующие обстоятельства:

- 1) в пределах пограничного слоя атмосферы имеет место плавный поворот направления ветра на угол 30–35°;
- 2) градиент модуля скорости ветра по вертикали имеет порядок  $10^{-2}$ ;
- 3) точность измерения ветровых характеристик составляет примерно 20–25%;
- 4) влияние подстилающей поверхности и изменчивость метеопараметров наиболее существенны в нижней половине погранслоя атмосферы.

С учетом сказанного можно сделать вывод, что размеры камер по вертикали должны быть различны: в нижней половине погранслоя (до уровня ~500 м) вертикальные размеры камер следует выбирать равными 50–150 м, а верхней половине – 300 м и более. Общее число камер по вертикали вряд ли следует брать более десяти, учитывая низкую точность измерения ветровых характеристик.

Разбиение на камеры по горизонтали необходимо осуществлять с учетом скорости адвективного переноса (чем выше скорость, тем большими следует выбирать горизонтальные размеры камер) и скорости седиментации.

Размеры камер по горизонтали также могут быть различными. В непосредственной близости от источника загрязнения размеры камер могут быть существенно меньшими, чем вдали от источника. Принимая во внимание то, что нами рассматривается задача распространения примесей в масштабе  $10^2 \times 10^2$  км<sup>2</sup> и учитывая характерное значение скорости адвекции 10 м/с, размеры камер по горизонтали должны составлять  $\approx 10 \times 10$  км<sup>2</sup> для легких и  $1 \times 1$  км<sup>2</sup> – для тяжелых примесей.

Таким образом, общее число камер, на первый взгляд, имеет порядок  $10^3$ . Однако при структурировании модели переноса количество камер на самом деле уменьшается как минимум на порядок. Это обусловлено тем, что адвективный перенос доминирует над турбулентной диффузией, и поэтому не имеет смысла вводить камеры в направлении, перпендикулярном направлению скорости адвективного переноса.

Учитывая то, что размеры камер достаточно велики, необходимо предусмотреть процедуру детализации распределения концентрации примеси внутри каждой камеры.

Если уравнение (1) осреднить по объему камеры  $V$ :

$$\bar{s} = (1/V) \int \int \int_V s \, dx \, dy \, dz, \quad (2)$$

то можно прийти к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих эволюцию поля примесей.

Перепишем уравнение (1) в дивергентном виде с учетом членов, описывающих седиментацию и вымывание:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{V} s = \frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial s}{\partial z} + \mu \Delta s + Q + f, \quad (3)$$

где  $Q$  – слагаемое, описывающее влажное и сухое осаждение. Проинтегрируем это уравнение по высоте от уровня нижней  $z_n$  до уровня верхней  $z_b$  границы камер:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{z_n}^{z_b} s \, dz + \int_{z_n}^{z_b} \operatorname{div} \mathbf{V} s \, dz = \int_{z_n}^{z_b} Q \, dz + \int_{z_n}^{z_b} \frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial s}{\partial z} \, dz + \mu \Delta \int_{z_n}^{z_b} s \, dz + \int_{z_n}^{z_b} f \, dz. \quad (4)$$

Будем считать, что компоненты скорости горизонтального переноса внутри камер по высоте не меняются. Вводя в рассмотрение интегральную интенсивность аэрозоля, источника и стоков

$$\bar{s} = \int_{z_H}^{z_B} s \, dz, \quad \bar{f} = \int_{z_H}^{z_B} f \, dz, \quad \bar{Q} = \int_{z_H}^{z_B} Q \, dz, \quad (5)$$

получим

$$\frac{\partial \bar{s}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u \bar{s}) + \frac{\partial}{\partial y} (v \bar{s}) + w \bar{s} \Big|_{z=z_H}^{z=z_B} = \bar{Q} + v \frac{\partial \bar{s}}{\partial z} \Big|_{z=z_H}^{z=z_B} + \bar{f} + \mu \Delta \bar{s}. \quad (6)$$

Будем также считать, что внутри камер горизонтальная скорость постоянная, тогда

$$\frac{\partial \bar{s}}{\partial t} + u \frac{\partial \bar{s}}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{s}}{\partial y} + w \bar{s} \Big|_{z=z_H}^{z=z_B} = \bar{Q} + v \frac{\partial \bar{s}}{\partial z} \Big|_{z=z_H}^{z=z_B} + \mu \Delta \bar{s} + \bar{f}. \quad (7)$$

Уравнение (7) является основным прогностическим уравнением, описывающим эволюцию поля примеси. Для его решения необходима следующая информация:

- а) сведения об источниках загрязнения (локализация, интенсивность);
- б) рассчитанные значения коэффициентов вертикального и горизонтального турбулентного обмена;
- в) значения составляющих вектора скорости;
- г) числовое значение слагаемого, описывающего влажное и сухое осаждение;
- д) начальное поле концентрации примеси и микрофизические характеристики аэрозоля.

Решение уравнения (7) выполняется на основе метода расщепления по физическим процессам. На каждом шаге по времени решаются три задачи:

- 1) задача адвективного переноса

$$\frac{\partial \bar{s}}{\partial t} + u \frac{\partial \bar{s}}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{s}}{\partial y} = 0; \quad (8)$$

- 2) задача турбулентного обмена

$$\frac{\partial \bar{s}}{\partial t} = \mu \Delta \bar{s} + \frac{\partial}{\partial z} v \frac{\partial \bar{s}}{\partial z}; \quad (9)$$

- 3) задача, описывающая стоки и источники аэрозоля,

$$\frac{\partial \bar{s}}{\partial t} + w \bar{s} \Big|_{z=z_H}^{z=z_B} = \bar{Q} + \bar{f}. \quad (10)$$

Атмосферу в модели воздушного переноса примесей можно представить в виде параллелепипеда, расчлененного на камеры. Камеры, грани которых не совпадают с границами области расчета, будем называть унифицированными. К числу переменных, необходимых для расчета концентрации примеси в унифицированной камере, относятся значения концентраций примеси в соседних шести камерах, осредненные по объему камеры значения составляющих скорости движения, коэффициент вымывания, коэффициенты турбулентности и скорость гравитационного осаждения.

Для неунифицированных камер этот перечень несколько изменяется с учетом граничных условий.

Прежде чем составить алгоритмическую сеть модели, необходимо уравнения (8)–(10) привести к конечно-разностному виду. На рис. 1–4 представлены алгоритмические сети основных блоков модели воздушного переноса ( $i, j, l$  – индексы камер по осям  $x, y, z$ ).

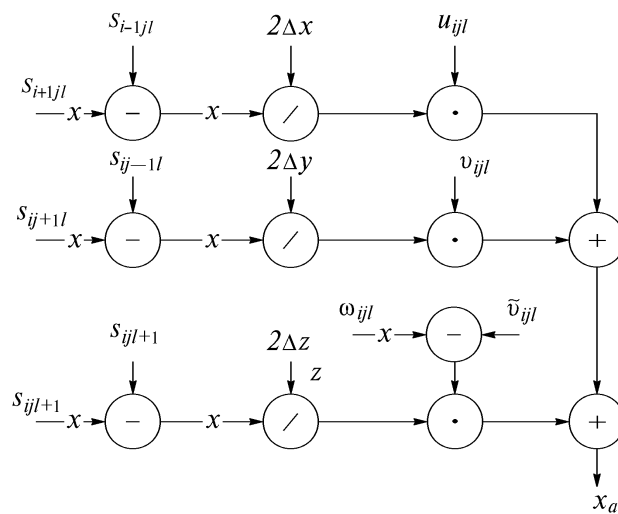


Рис. 1. Алгоритмическая сеть адвективно-конвективного блока

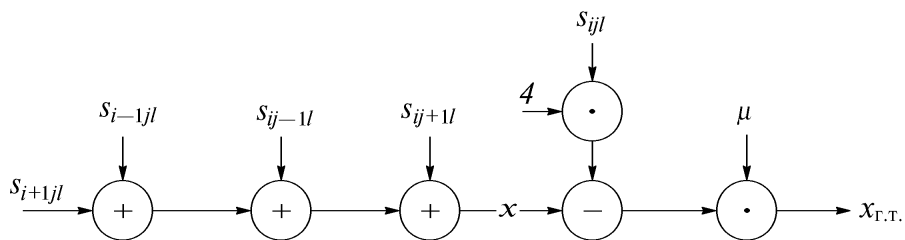


Рис. 2. Алгоритмическая сеть блока горизонтальной турбулентной диффузии

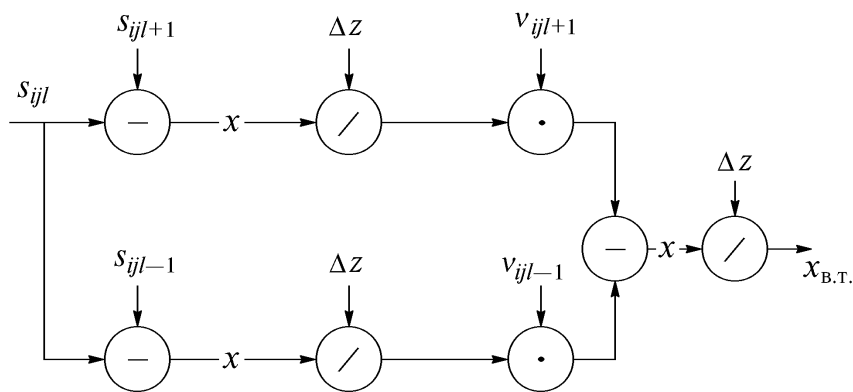


Рис. 3. Алгоритмическая сеть блока вертикальной турбулентной диффузии

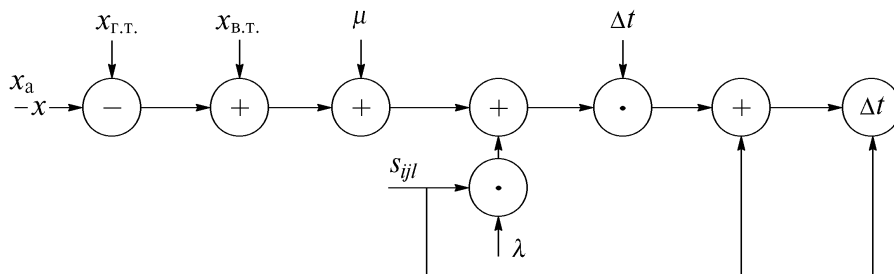


Рис. 4. Алгоритмическая сеть блока расчета концентрации примеси на момент времени  $t + \Delta t$

Результаты тестовых численных экспериментов показывают высокую эффективность представленного в настоящей статье математического аппарата описания и прогнозирования загрязнения воздушного бассейна.

1. Берлянд М. Е. Прогноз и регулирование загрязнения атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1985. 421 с.
2. Иванищев В. В. Автоматизация моделирования потоковых систем. Л.: Наука, 1986. 142 с.
3. Марчук Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982. 319 с.
4. Пененко В. В., Алюян А. Е. Модели и методы для задач охраны окружающей среды. Новосибирск: Наука, 1985. 256 с.

Российский государственный  
гидрометеорологический институт, Санкт-Петербург  
Военная инженерно-космическая  
академия им. А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург

Поступила в редакцию  
15 ноября 1993 г.

L. T. Matveev, S. A. Soldatenko, N. V. Shirshov. **Mathematical Modeling in the Ecology Based on Sign Flux Models.**

This paper presents a mathematical model of a conservative admixture transportation in air. As the modeling apparatus the language of ideographic representations is used which enables the use of automation in constructing the models.

Based on this approach, criteria are proposed for dividing the atmosphere into cells and the networks of the basic blocks of the model of air transportation of contaminants are described.