

В.П. Лукин

## Возможности нацеливания оптических пучков через турбулентную атмосферу

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 26.08.2004 г.

При решении задач оптической локации, связи и передачи энергии возникает проблема доставки энергии излучения светового пучка на объект, расположенный в случайно-неоднородной среде. При этом, как правило, необходимо максимизировать энергетические характеристики излучения на объекте. Как известно, рассеяние излучения на неоднородностях показателя преломления среды приводит к уменьшению средней интенсивности в приосевой области светового пучка и появлению флуктуаций интенсивности излучения, что в конечном итоге существенно ухудшает энергетические характеристики упомянутых систем.

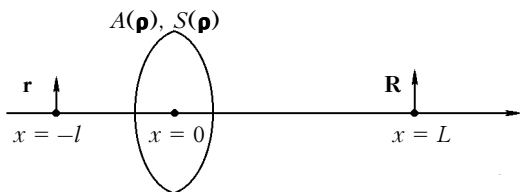
Предлагается несколько простейших вариантов применения адаптивного управления параметрами пучка, основанных на принципе взаимности распространения излучения в неоднородной среде. При этом информация о распределении неоднородностей среды на трассе распространения излучения извлекается из распределения интенсивности в плоскости изображения объекта.

### Введение

Радикальным способом борьбы с нежелательными эффектами при решении задач оптической локации, связи и передачи энергии является применение различных адаптивных методов, позволяющих в принципе практически полностью исключить влияние неоднородностей среды. Суть этих методов сводится к управлению начальным распределением поля излучения на основе информации о мгновенном распределении неоднородностей среды, в которой распространяется излучение.

### 1. Использование принципа взаимности для управления параметрами оптического пучка

Введем декартову систему координат (рисунок)  $(x, \mathbf{p})$  таким образом, чтобы ось  $X$  была направлена вдоль распространения излучения светового пучка.



Блок-схема адаптивной системы для нацеливания и фокусировки оптических пучков

Пусть начальное распределение поля пучка  $U_0(\mathbf{p})$  задается в плоскости  $x = 0$ . Поле в точке  $(L, \mathbf{R})$  неоднородной среды можно записать в виде

$$U_b(L, \mathbf{R}) = \iint d^2\rho U_0(\mathbf{p})G(L, \mathbf{R}; 0, \mathbf{p}), \quad (1)$$

где  $G(L, \mathbf{R}; 0, \mathbf{p})$  – функция Грина задачи или поле сферической волны в точке  $(0, \mathbf{p})$  неоднородной среды, создаваемое точечным источником, расположенным в точке  $(L, \mathbf{R})$ . Интенсивность излучения в той же точке будет иметь вид

$$I_b(L, \mathbf{R}) = \iint d^2\rho_1 d^2\rho_2 \Gamma_0(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)G(L, \mathbf{R}; 0, \mathbf{p}_1)G^*(L, \mathbf{R}; 0, \mathbf{p}_2), \quad (2)$$

где  $\Gamma_0(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = U_0(\mathbf{p}_1)U_0^*(\mathbf{p}_2)$  – начальное значение функции когерентности пучка.

В случае частично когерентного пучка эта функция примет вид  $\Gamma_0(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \langle U_0(\mathbf{p}_1)U_0^*(\mathbf{p}_2) \rangle$ , где  $\langle \dots \rangle$  – усреднение, которое проводится по случайным флуктуациям источника (при этом подразумевается, что  $I_b(L, \mathbf{R})$  в выражении (2) также усреднена по флуктуациям источника).

Пусть излучение точечного объекта, расположенного в точке  $(L, \mathbf{R})$ , падает на приемную апертуру оптической системы, расположенную в плоскости  $x = 0$ . Предполагая, что среда внутри оптической системы является однородной, поле в плоскости  $x = -l$  можно записать в виде

$$U_{im}(-l, \mathbf{p}) = W \iint d^2\rho G(L, \mathbf{R}; 0, \mathbf{p})A(\mathbf{p}) \times \exp(iS(\mathbf{p}))G_0(0, \mathbf{p}; -l, \mathbf{r}). \quad (3)$$

Здесь  $A(\mathbf{p})$  – амплитудный коэффициент пропускания приемной оптической системы;  $S(\mathbf{p})$  – фазовый набег, вносимый оптической системой (см. рисунок);  $W$  – константа, зависящая от мощности излучения точечного объекта;  $G_0(x_0, \mathbf{p}_0; x, \mathbf{p})$  – функция Грина для однородной среды, имеющая вид

$$G_0(x_0, \mathbf{p}_0; x, \mathbf{p}) = \frac{k}{2\pi|x-x_0|} \exp\left\{ik|x-x_0| + i\frac{k(\mathbf{p}-\mathbf{p}_0)^2}{2|x-x_0|}\right\}. \quad (4)$$

Используя (3), (4), можно получить следующее выражение для интенсивности излучения в плоскости  $x = -l$ :

$$I_{im}(-l, \mathbf{r}) = \frac{W^2 k^2}{4\pi^2 l^2} \times \iint d^4 \mathbf{p}_{1,2} G(L, \mathbf{R}; 0, \mathbf{p}_1) G^*(L, \mathbf{R}; 0, \mathbf{p}_2) A(\mathbf{p}_1) A(\mathbf{p}_2) \times \exp(i[S(\mathbf{p}_1) - S(\mathbf{p}_2)]) \times \exp\left\{i\frac{k}{2l}(\rho_1^2 - \rho_2^2) - i\frac{k}{l}\mathbf{r}(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)\right\}. \quad (5)$$

В силу принципа взаимности

$$G_0(x_0, \mathbf{p}_0; x, \mathbf{p}) = G_0(x, \mathbf{p}; x_0, \mathbf{p}_0), \quad (6)$$

сравнивая (1) и (3), с учетом (4), (6), нетрудно заметить, что [1, 2] при выполнении условия

$$U_0(\mathbf{p}) = q \frac{k}{2\pi il} A(\mathbf{p}) \exp\left(iS(\mathbf{p}) + ikl + i\frac{k\rho^2}{2l} - ik\frac{\mathbf{r}\mathbf{p}}{l}\right), \quad (7)$$

где  $q = \text{const}$ , поле когерентного пучка в точке  $(L, \mathbf{R})$  с точностью до постоянного множителя совпадает с интенсивностью излучения от точечного источника в точке  $\mathbf{r}$  плоскости  $x = -l$ , т.е.

$$U_b(L, \mathbf{R}) = CIU_{im}(-l, \mathbf{r}). \quad (8)$$

Причем выражение (7) не зависит от положения источника (от  $L$  и  $\mathbf{R}$ ), а параметры  $(l, \mathbf{r})$  могут выбираться достаточно произвольно, исходя из соображения удобства.

Аналогично [3–6] из (2) и (5) при выполнении условия

$$\Gamma_0(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \frac{q^2 k^2}{4\pi^2 l^2} A(\mathbf{p}_1) A(\mathbf{p}_2) \exp\{[S(\mathbf{p}_1) - S(\mathbf{p}_2)] + i\frac{k}{2l}(\rho_1^2 - \rho_2^2) - i\frac{k}{l}\mathbf{r}(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)\}, \quad (9)$$

получаем, что интенсивность излучения пучка в точке  $(L, \mathbf{R})$  с точностью до постоянного множителя совпадает с интенсивностью излучения точечного объекта в точке  $\mathbf{r}$  плоскости  $x = -l$ :

$$I_b(L, \mathbf{R}) = C^2 l^2 I_{im}(-l, \mathbf{r}). \quad (10)$$

Нетрудно видеть, что для когерентного пучка, когда  $\Gamma_0(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \langle U_0(\mathbf{p}_1) U_0^*(\mathbf{p}_2) \rangle$  выполнение (7) также приводит к (10).

Соотношения (7)–(10) являются, таким образом, точным следствием принципа взаимности (6), и в результате получаем, что поле излучения точечного источника, помещенного в точку  $(L, \mathbf{R})$  неоднородной среды, прошедшего через отверстие с амплитудно-фазовым коэффициентом пропускания

$A(\mathbf{r})\exp(iS(\mathbf{r}))$  и наблюдаемого в точке  $(-l, \mathbf{r})$ , совпадает с полем излучения точечного источника, помещенного в точку  $(-l, \mathbf{r})$ , прошедшего через то же отверстие и наблюдаемого в точке  $(L, \mathbf{R})$  неоднородной среды [7].

При этом начальное распределение поля пучка  $U_0(\mathbf{p})$  рассматривается здесь как результат прохождения сферической волны, создаваемой источником, расположенным в области  $x < 0$ , через экран с подобранном амплитудно-фазовым коэффициентом пропускания.

Равенство (10) совместно с условием (9) позволяет получить информацию о мгновенных значениях флуктуаций интенсивности поля пучка в некоторой удаленной точке неоднородной среды на основе измерений интенсивности в соответствующим образом выбранной точке, расположенной за оптической системой.

Ниже рассматривается один из вариантов [7–9] использования этой возможности для управления параметрами пучка с целью максимизации интенсивности излучения в точке  $(L, \mathbf{R})$ .

### 1.1. Выбор момента излучения импульса

Рассмотрим простейший случай [4, 7] управления – выбор момента излучения импульса. При этом ставится задача о выборе такого момента для излучения лазерного импульса, чтобы интенсивность поля на объекте была максимальна. Предполагается, что мощность собственного излучения объекта не флуктуирует, а время распространения излучения до объекта и обратно и длительность импульса настолько малы, что распределение интенсивности излучения за это время не успевает сколько-нибудь заметно измениться. Для решения рассматриваемой задачи следует наблюдать за интенсивностью собственного излучения объекта в точке  $(-l, \mathbf{r})$ , расположенной за оптической системой с амплитудно-фазовым пропусканием  $A(\mathbf{r})\exp(iS(\mathbf{r}))$ , определяемым из (7), и посылать излучение в тот момент времени, когда интенсивность излучения будет иметь значительный положительный выброс.

Для когерентного пучка с начальным распределением поля вида

$$U_0(\mathbf{p}) = \sqrt{I_0(\mathbf{p})} \exp\left(-i\frac{k\rho^2}{2F}\right), \quad (11)$$

где  $I_0(\mathbf{p})$  – начальное распределение интенсивности;  $F$  – радиус кривизны фазового фронта пучка, при заданной величине  $l$  из (7) имеем

$$A^2(\mathbf{p}) = I_0(\mathbf{p}); \quad S(\mathbf{p}) = \frac{k\rho^2}{2} \left[ -\frac{1}{l} - \frac{1}{F} \right] = -\frac{k\rho^2}{2f}. \quad (12)$$

Здесь  $f$  – фокусное расстояние оптической системы, причем эти соотношения не зависят от положения объекта относительно оси пучка. Для заданного фокусного расстояния оптической системы  $f$  нетрудно видеть, что при использовании коллимированного

пучка ( $1/F = 0$ ) плоскость наблюдения должна совпадать с фокальной плоскостью оптической системы. При наведении сфокусированного ( $F = +L$ ) пучка  $1/f = 1/l + 1/L$ , т.е. регистрацию интенсивности следует проводить в плоскости изображения объекта.

## 1.2. Нацеливание оптического пучка

Исследуем задачу о наведении оси пучка на объект. В этом случае ставится цель выбора такого направления оси пучка, которое максимизирует  $I_{\text{н}}(L, \mathbf{R})$ . Изменение его направления эквивалентно введению линейной фазовой добавки в начальное распределение поля, т.е. в данном случае

$$U_0(\mathbf{p}) = U^0(\mathbf{p}) \exp(ik\boldsymbol{\gamma}\mathbf{p}),$$

где  $\boldsymbol{\gamma}$  — направление оси пучка;  $U^0(\mathbf{p})$  — распределение поля излучения, не зависящее от  $\boldsymbol{\gamma}$ . При заданном расстоянии плоскости наблюдения от плоскости приемной апертуры  $l$  выберем амплитудно-фазовый коэффициент пропускания так, чтобы

$$A(\mathbf{p}) \exp(iS(\mathbf{p})) = CU^0(\mathbf{p}) \exp\left(i\frac{k\rho^2}{2l}\right). \quad (13)$$

Для излучения вида (11) условие (13) вновь приводит к (12). При этом условие согласования (7) будет выполнено, когда

$$\boldsymbol{\gamma} = -\mathbf{r}/l, \quad (14)$$

а это означает, что распределение интенсивности  $I_{\text{ин}}(-l, \mathbf{r})$  в плоскости наблюдения будет пропорционально интенсивности излучения пучка на объекте при условии, что ось пучка имеет направление  $\boldsymbol{\gamma} = -\mathbf{r}/l$ . Таким образом, наилучшими в смысле максимизации интенсивности на объекте будут направления оси излучения, соответствующие таким точкам в плоскости регистрации интенсивности, в которых интенсивность излучения объекта максимальна.

Очевидно, что описанный способ наведения оси излучения для случая импульсного излучения может быть скомбинирован с описанным выше способом выбора наилучшего момента для излучения. При наведении же непрерывного излучения на объекте необходимо удерживать ось пучка на направлении, определяемом самой яркой точкой распределения интенсивности. В силу того что условия согласования (13), (14) не зависят от координат объекта ( $L, \mathbf{R}$ ), этот способ наведения обеспечивает также автоматическое отслеживание собственного движения объекта. Отметим также, что широко распространенный в настоящее время способ наведения по центру тяжести распределения интенсивности не дает наилучшего (в рассматриваемом смысле) направления оси излучения.

## 1.3. Фокусировка оптического пучка

Рассмотрим задачу о наведении и фокусировке излучения ограниченного когерентного пучка. В данном случае необходимо наилучшим образом выбрать

направление и фокусное расстояние пучка по данным о распределении интенсивности в некоторой области, расположенной за оптической системой. Начальное распределение имеет вид

$$U_0(\mathbf{p}) = U^0(\mathbf{p}) \exp\left(ik\boldsymbol{\gamma}\mathbf{p} - i\frac{k\rho^2}{2F}\right), \quad (15)$$

где  $\boldsymbol{\gamma}$  и  $F$  — соответственно направление оси пучка и фокусное расстояние пучка, которые и являются объектами управления. Предположим, что  $U^0(\mathbf{p})$  не содержит линейных и квадратичных по  $\rho$  членов, которые можно включить в фазовый множитель в (15), и  $S(\mathbf{p}) = S'(\mathbf{p}) - l\rho^2/2f$ , где  $S'(\mathbf{p})$  также не содержит квадратичных членов, а  $f$  — фокусное расстояние приемной оптической системы. При выполнении равенства

$$A(\mathbf{p}) \exp(iS'(\mathbf{p})) = CU^0(\mathbf{p}) \quad (16)$$

условия (7), (9) будут выполнены, если

$$\begin{cases} \boldsymbol{\gamma} = -\mathbf{r}/l; \\ \frac{1}{F} = \frac{1}{f} - \frac{1}{l}. \end{cases} \quad (17)$$

При выполнении (16), (17)

$$I_{\text{н}}(L, \mathbf{R}) \approx l^2 I_{\text{н}}(-l, \mathbf{r}),$$

т.е. интенсивность излучения точечного источника в точке  $(-l, \mathbf{r})$ , расположенной за оптической системой, будет пропорциональна интенсивности пучка, направление оси которого  $\boldsymbol{\gamma}$ , а фокусное расстояние  $F$  определяется согласно (17).

Таким образом, наилучшее фокусное расстояние пучка  $F$  и направление его оси  $\boldsymbol{\gamma}$  будут являться величинами, определяемыми соотношением (17), т.е. существует такая точка  $(-l, \mathbf{r})$ , в которой величина  $l^2 I_{\text{н}}(-l, \mathbf{r})$  максимальна. Вместо поиска максимума  $I_{\text{н}}(-l, \mathbf{r})$  в трехмерной области можно менять во времени фокусное расстояние приемной системы  $f$ , считая  $l$  неизменным. Нетрудно показать, что для случая однородной среды правила (16), (17) обеспечивают наведение оси пучка на точечный объект и его фокусировку. Естественно, что рассматриваемый принцип может быть использован только для фокусировки поля без наведения его оси. При этом необходимо измерять  $I_{\text{н}}(-l, \mathbf{r})$  на луче, являющемся продолжением оси пучка в область  $x < 0$ , и выбирать  $F$  из второго соотношения (17).

## 1.4. Частично когерентный пучок

До сих пор рассмотрение ограничивалось когерентным пучком, когда амплитуда и фаза начального распределения поля  $U_0(\mathbf{p})$  не испытывают неконтролируемых флуктуаций и выполнение равенств (12), (13), (16), в принципе, является возможным. В случае же частично когерентного пучка его фаза и (или) амплитуда неминуемо должны испытывать флуктуации, что делает невозможным выполнение соотношений типа (12), (13), (16). Кроме того, очевидно,

что частично когерентный пучок нельзя представить как результат дифракции сферической волны на отверстии с регулярным амплитудно-фазовым пропусканием. Таким образом, соотношение (9) для частично когерентного пучка не выполняется, и регистрация интенсивности излучения за приемной системой не позволяет предсказать поведение интенсивности излучения частично когерентного пучка на удаленном объекте. Тем не менее для одного класса частично когерентных пучков решение этой задачи представляется возможным.

Пусть интенсивность в плоскости  $x = -l$  регистрируется не в точке, как предполагалось ранее, а с помощью приемника конечных размеров, описываемого пространственным коэффициентом пропускания по интенсивности  $T(\mathbf{r}_0)$ , центр которого по-прежнему помещен в точку  $r$ . Регистрируемый поток излучения  $I_{\Pi}(-l, \mathbf{r})$  в этом случае, используя (5), можно записать в виде

$$\begin{aligned} I_{\Pi}(-l, \mathbf{r}) &= \iint d^2 r_0 I_{\Pi}(-l, \mathbf{r}_0) T(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}) = \\ &= \frac{C^2 k^2}{4\pi^2 l^2} \iint d^4 \rho_{1,2} G(l, \mathbf{R}; 0, \rho_1) G^*(l, \mathbf{R}; 0, \rho_2) \times \\ &\times A(\rho_1) A(\rho_2) F(\rho_1 - \rho_2) \exp\{i[S(\rho_1) - S(\rho_2)]\} \times \\ &\times \exp\left\{i \frac{k(\rho_1^2 - \rho_2^2)}{2l} - i \frac{k}{l} \mathbf{r}(\rho_1 - \rho_2)\right\}, \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$F(\rho) = \iint d^2 r_0 T(\mathbf{r}_0) \exp\left(-i \frac{k}{l} \mathbf{r}_0 \rho\right). \quad (19)$$

Сопоставление (18) и (2) приводит к условию согласования

$$\begin{aligned} \Gamma_0(\rho_1, \rho_2) &= \frac{q^2 k^2}{4\pi^2 l^2} A(\rho_1) A(\rho_2) \exp\{i[S(\rho_1) - S(\rho_2)]\} \times \\ &\times \exp\left\{i \frac{k}{2l}(\rho_1^2 - \rho_2^2) - i \frac{k}{l} \mathbf{r}(\rho_1 - \rho_2)\right\} F(\rho_1 - \rho_2), \end{aligned} \quad (20)$$

при выполнении которого верно (10). Полученное соотношение (20) является обобщением (9) и позволяет распространить ранее полученные результаты на случай частично когерентных пучков с функцией когерентности вида

$$\Gamma_0(\rho_1, \rho_2) = \langle U_0(\rho_1) \rangle \langle U_0^*(\rho_2) \rangle P(\rho_1 - \rho_2). \quad (21)$$

Функция когерентности такого вида возникает, если предположить, что пучок испытывает пространственно-однородные амплитудно-фазовые флуктуации со вторым моментом  $P(\rho)$ .

Как следует из (9), (20), (21), при выполнении дополнительного условия согласования

$$P(\rho) = \iint d^2 r T(\mathbf{r}) \exp\left(-i \frac{k\mathbf{r}}{l} \rho\right) \quad (22)$$

возможно решение описанной выше задачи наилучшего момента излучения, наведения и фокусировки пучка. Для объекта с распределением яркости  $M(r)$  выражение (5) примет вид

$$\begin{aligned} I_{\Pi}(-l, \mathbf{r}) &= \frac{C^2 k^2}{4\pi^2 l^2} \iint d^4 \rho_{1,2} \iint d^2 R G(l, \mathbf{R}; 0, \rho_1) G^*(l, \mathbf{R}; 0, \rho_2) \times \\ &\times M(\mathbf{R}) A(\rho_1) A(\rho_2) \exp\{i[S(\rho_1) - S(\rho_2)]\} \times \\ &\times \exp\left\{i \frac{k(\rho_1^2 - \rho_2^2)}{2l} - i \frac{k}{l} \mathbf{r}(\rho_1 - \rho_2)\right\}. \end{aligned} \quad (23)$$

При этом, очевидно, можно ставить задачи только о максимизации функционала

$$\iint d^2 R M(\mathbf{R}) I_{\Pi}(L, \mathbf{R}). \quad (24)$$

Как отмечалось выше, рассмотренные приемы могут считаться простейшими случаями адаптивного управления параметрами излучения. Здесь управляемыми являются лишь общий наклон фазового фронта (13), (14) и (или) его кривизна. Использование современных средств адаптивной оптики (многоэлементных составных деформируемых зеркал и т.п.) позволяет одновременно управлять большим количеством параметров излучения (и, в частности, его фазовым фронтом) и создавать требуемое распределение фазы излучения, отраженного от зеркала, с высокой точностью и быстродействием. Принципиальную трудность здесь представляет вопрос выработки требований к фазовому распределению, которое необходимо создать.

Пусть фазовый набег, вносимый оптической системой, принимающей излучение точечного источника, является величиной, поддающейся управлению с помощью каких-либо активных оптических элементов. Если фазовый набег  $S_m(\rho)$  реализован таким образом, что интенсивность принимаемого излучения  $I_{\Pi}(-l, \mathbf{r})$  в некоторой точке  $r$  плоскости  $x = -l$  за оптической системой оказывается максимальной по сравнению с другими возможными реализациями  $S(\rho)$ , то при выполнении условия согласования (9) в силу (10) интенсивность излучаемого пучка на точечном объекте также оказывается максимальной. С другой стороны, если существует некоторое распределение фазы пучка (при заданном распределении амплитуды), максимизирующее интенсивность излучения на точечном объекте, то и интенсивность излучения точечного объекта в точке  $(-l, \mathbf{r})$ , находящейся за оптической системой с тем же амплитудным коэффициентом пропускания, будет максимальной при выполнении (7). Фаза пучка и фазовый набег оптической системы отличаются здесь на регулярную фазовую добавку  $(k\rho^2/2l - k\mathbf{r}\rho/l)$ , обеспечивающую фокусировку волны в плоскость  $x = -l$  и направление ее оси в точку  $r$ .

Таким образом, необходимым и достаточным условием максимизации интенсивности излучения когерентного пучка на точечном объекте при управлении фазой излучения является максимизация интенсивности принимаемого излучения. Задача о максимизации интенсивности излучения пучка на объекте, который может быть недоступен, сводится к задаче максимизации интенсивности собственного излучения объекта в доступной точке  $(-l, \mathbf{r})$ .

Очевидно, что все ранее изученные задачи [4–9, 14] о выборе направления оси пучка и его фокусировке являются простейшими частными случаями рассмотренной здесь схемы. Сделанные выше обобщения этих задач на частично когерентный пучок и размерный объект остаются в силе и для общего управления фазой излучения.

## 2. Управление параметрами оптического пучка на основе отраженного излучения

В рассмотренных ранее задачах предполагалось, что объект, на который направляется излучение, является самосветящимся или рассеивает излучение некоего постороннего источника, не проходящее через неоднородную среду. Пусть теперь объект, расположенный в точке  $(L, \mathbf{R})$ , освещается излучением, прошедшим слой случайно-неоднородной среды. Рассеянное объектом излучение проходит через тот же слой среды и принимается оптической системой. Действуя в соответствии с (1)–(5), можно записать интенсивность рассеянного точечным объектом излучения в точке  $(-l, \mathbf{r})$ , находящейся за оптической системой в виде

$$I_R(L, \mathbf{R}; -l, \mathbf{r}) = C \iint d^2\rho_1 d^2\rho'_1 d^2\rho_2 d^2\rho'_2 \Gamma_0(\rho_1, \rho_2) \times \\ \times G(0, \rho_1; L, \mathbf{R}) G^*(0, \rho_2; L, \mathbf{R}) G(L, \mathbf{R}; 0, \rho'_1) G^*(L, \mathbf{R}; 0, \rho'_2) \times \\ \times A(\rho'_1) A(\rho'_2) \exp[i(S(\rho'_1) - S(\rho'_2))] G_0(0, \rho'_1; -l, \mathbf{r}) \times \\ \times G_0^*(0, \rho'_2; -l, \mathbf{r}), \quad (25)$$

где  $C$  – коэффициент отражения объекта по интенсивности, индексы при переменных без штрихов соответствуют координатам в исходном пучке, а со штрихами – координатам в приемной плоскости. При выполнении условия согласования (9) выражение (25) преобразуется к виду

$$I_R(L, \mathbf{R}; -l, \mathbf{r}) = \frac{C}{l^2} I_n^2(L, \mathbf{R}). \quad (26)$$

Из (26) видно, что интенсивность отраженного сигнала флуктуирует как квадрат интенсивности поля на объекте, следовательно, в том случае, когда достигается максимум принимаемого сигнала, максимизируется и интенсивность на объекте.

### 2.1. Точечный объект

Пусть рассеивающий объект является точечным и расположен в точке  $(L, 0)$ , начальное распределение пучка  $U_0(\rho)$  задается в плоскости  $x = 0$ . Приемная апертура оптической системы, описываемая амплитудной функцией пропускания  $A(\rho)$  и фазовым набегом  $S(\rho)$ , также находится в плоскости  $x = 0$ . Интенсивность принимаемого излучения регистрируется в плоскости  $x = -l$  за приемной апертурой.

Предполагается, что среда за приемной апертурой (при  $x < 0$ ) однородна.

Интенсивность излучения  $I_{o6}$ , падающего на объект, может быть записана в виде

$$I_{o6} = \iint d^4\rho_{1,2} \Gamma_0(\rho_1, \rho_2) G(0, \rho_1; L, 0) G^*(0, \rho_2; L, 0), \quad (27)$$

где  $\Gamma_0(\rho_1, \rho_2)$  – функция когерентности источника;  $G(\dots)$  – функция Грина неоднородной среды. Интенсивность излучения в точке  $(-l, \mathbf{r})$ , расположенной за приемной системой, можно записать следующим образом:

$$I_R(-l, \mathbf{r}) = I_{o6} B \iint d^4\rho_{1,2} G(L, 0; 0, \rho_1) G^*(L, 0; 0, \rho_2) \times \\ \times A(\rho_1) A(\rho_2) \exp[iS(\rho_1) - iS(\rho_2)] G_0(0, \rho_1; -l, \mathbf{r}) \times \\ \times G_0^*(0, \rho_2; -l, \mathbf{r}), \quad (28)$$

где  $B$  – эффективная поверхность рассеяния объекта;  $G_0(0, \rho_1; -l, \mathbf{r})$  – функция Грина для однородной среды. Пусть при  $l = \text{const}$  величина  $I_R$  достигает максимума при  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_m$ . Как видно из (28), это происходит тогда, когда достигается максимум по  $\mathbf{r}$  интеграла. Из сравнения (27) и (28) при выполнении условия

$$\Gamma_0(\rho_1, \rho_2) = CA(\rho_1) A(\rho_2) \exp[iS(\rho_1) - iS(\rho_2)] \times \\ \times G_0(0, \rho_1; -l, \mathbf{r}) G_0^*(0, \rho_2; -l, \mathbf{r}) = \\ = \frac{Ck^2}{4\pi^2 l^2} A(\rho_1) A(\rho_2) \exp\{i[S(\rho_1) - iS(\rho_2)] + \\ + i\frac{k}{2l}(\rho_1^2 - \rho_2^2) - i\frac{k\mathbf{r}}{l}(\rho_1 - \rho_2)\} \quad (29)$$

и с учетом принципа взаимности (6)

$$G(x_0, \rho_0; x, \rho) = G(x, \rho; x_0, \rho_0) \quad (30)$$

нетрудно сделать вывод, что если  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_m$ , то интенсивность излучения на объекте  $I_{o6}$  также достигает максимума по сравнению с другими значениями  $r$ . Выражение (29), при условии, что  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_m$ , задает правило выбора наилучшего (в смысле максимума  $I_{o6}$ ) направления оси пучка.

Если задано начальное распределение поля пучка с точностью до наклона оси (линейных по  $\rho$  членов разложения фазы), то следует принимать излучение оптической системой  $(A(\rho), S(\rho))$ , согласованной с пучком в соответствии с (29). Тогда наилучшее направление оси пучка определяется как направление, соответствующее максимуму  $I_R(-l, \mathbf{r})$ .

Аналогичные соображения могут быть использованы и для наилучшей фокусировки излучения или, что то же самое, для выбора кривизны его фазового фронта (т.е. уже квадратичных членов в разложении начальной фазы пучка). При этом следует осуществлять поиск максимума величины  $l^2 I_{np}(-l, \mathbf{r})$  по переменным  $l, \mathbf{r}$ . Если этот максимум достигается для  $l_m, \mathbf{r}_m$ , то следует задавать начальную функцию когерентности вида

$$\begin{aligned}
\Gamma_0(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) &= Cl^2 A(\mathbf{p}_1) A(\mathbf{p}_2) \exp[iS(\mathbf{p}_1) - iS(\mathbf{p}_2)] \times \\
&\times G_0(0, \mathbf{p}_1; -l, \mathbf{r}_m) G_0^*(0, \mathbf{p}_2; -l, \mathbf{r}_m) = \\
&= \frac{Ck^2}{4\pi^2} A(\mathbf{p}_1) A(\mathbf{p}_2) \exp\{i[S(\mathbf{p}_1) - iS(\mathbf{p}_2)] + \\
&+ i\frac{k}{2l_m}(\rho_1^2 - \rho_2^2) - i\frac{k\mathbf{r}_m}{l_m}(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)\}. \quad (31)
\end{aligned}$$

При этом фокусное расстояние пучка и направление его оси будут оптимальными. Выбор  $U_0$  и  $\Gamma_0$  в соответствии с (31) действительно изменяет только линейные и квадратичные члены в фазе пучка и не изменяет амплитуды поля, что достигается благодаря введению множителя  $l^2$  перед  $I_{\text{пр}}$ .

Отметим, что в отличие от случая, когда сам точечный объект является источником, нельзя решать задачу о выборе оптимального момента для излучения пучка, так как величина  $I_{\text{об}}$  также является флуктуирующей.

## 2.2. Размерный диффузный объект

Пусть отражающий диффузный размерный объект характеризуется коэффициентом отражения  $B(r)$  по интенсивности. Это означает, что

$$\Gamma_{\text{отр}}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \Gamma_{\text{пад}}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) B\left(\frac{|\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2|}{2}\right) \delta(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2). \quad (32)$$

При этом аналогично (27), (28) можно записать выражение для  $I_R(-l, \mathbf{r})$  в виде

$$\begin{aligned}
I_R(-l, \mathbf{r}) &= \iint d^4\rho_{1,2} d^4\rho'_{1,2} d^2R \Gamma_0(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}'_1) G(0, \mathbf{p}_1; L, \mathbf{R}) \times \\
&\times G^*(0, \mathbf{p}'_1; L, \mathbf{R}) B(\mathbf{R}) G(L, \mathbf{R}; 0, \mathbf{p}_2) G^*(L, \mathbf{R}; 0, \mathbf{p}'_2) \times \\
&\times A(\mathbf{p}_2) A(\mathbf{p}'_2) \exp\{i[S(\mathbf{p}_2) - S(\mathbf{p}'_2)]\} \times \\
&\times G_0(0, \mathbf{p}_2; -l, \mathbf{r}) G_0^*(0, \mathbf{p}'_2; -l, \mathbf{r}). \quad (33)
\end{aligned}$$

Предполагая, что  $B(\mathbf{r})$  характеризует положение и размер объекта и является бинарной функцией (равна 1 на объекте и 0 вне его), можно записать выражение для мощности излучения  $W_{\text{об}}$ , падающего на объект:

$$\begin{aligned}
W_{\text{об}} &= \iint d^2R B(\mathbf{R}) I_{\text{пад}}(\mathbf{R}) = \iint d^2R d^2\rho_1 d^2\rho_2 \Gamma_0(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \times \\
&\times G(0, \mathbf{p}_1; L, \mathbf{R}) G^*(0, \mathbf{p}_2; L, \mathbf{R}) B(\mathbf{R}). \quad (34)
\end{aligned}$$

При выполнении условия согласования (29) из сравнения с (33) и (34) получаем

$$I_R(-l, \mathbf{r}) = C W_{\text{об}}^2, \quad (35)$$

т.е. интенсивность на приемнике флуктуирует как квадрат мощности на объекте и максимумы этих величин достигаются одновременно. Существенным является тот факт, что условие (29) в данном случае нельзя рассматривать как уравнение для наилучшего направления оси пучка. При заданном направлении оси пучка точка наблюдения  $r$  однозначно определяется этим направлением. В данном случае можно решать задачу по выбору оптимального момента излучения при фиксированной функции когерентности

$\Gamma_0(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$ , если значения  $A, S, l, r$  выбраны согласованно с  $\Gamma_0(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)$  и излучение производится в тот момент, когда интенсивность отраженного сигнала в точке  $(-l, \mathbf{r})$  достигает максимума.

Поиск оптимального направления оси пучка может быть реализован, если осуществить угловое сканирование осью пучка и одновременное изменение точки наблюдения отраженной интенсивности в соответствии с (27). Весь процесс должен осуществляться достаточно быстро, чтобы картина распределения интенсивности не успевала измениться за время просмотра некоторой области пространства.

Совершенно аналогично обстоит дело с выбором фокусного расстояния пучка. Для некоторых задач представляет интерес максимизировать энергию в заданной точке приемной плоскости  $(-l, \mathbf{r})$ . В этом случае выбирают направление оси пучка в соответствии с (29). Далее отыскивают на плоскости  $x = -l$  точку  $\mathbf{r}_m$  с максимальным значением  $I_{\text{отр}}$ . Если после этого направление оси пучка выбрать в соответствии с (29) при  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_m$ , то, как следует из (33),  $I_{\text{отр}}(-l, \mathbf{r})$  будет максимальной.

Все перечисленные выше задачи обобщаются на случай частично когерентного пучка с факторизуемой функцией когерентности, при этом вместо приема в точке следует фиксировать отраженное от объекта излучение на некоторой площадке, согласованной со спектром когерентности исходного излучения по разностной координате.

Данные подходы по адаптивной коррекции искажений оптических пучков, фокусируемых на удаленных объектах в атмосфере или за атмосферой, ориентированы на адаптивные оптические системы, которые используют анализаторы интенсивности в качестве датчиков волнового фронта. В литературе существуют многочисленные подходы к поиску максимумов для двумерных распределений физических полей, в том числе оптических распределений лазерных пучков, распространяющихся в случайно-неоднородной среде. Однако при их сравнении с фазовыми датчиками волнового фронта, например датчиком Шека–Гартмана или сдвиговым интерферометром, следует заметить, что анализатор интенсивности естественно требует более высокого быстродействия по сравнению с фазовым датчиком волнового фронта, а также очень большого динамического диапазона, особенно это касается оптических систем, работающих в условиях «сильных» флуктуаций интенсивности.

## 3. Компьютерное моделирование адаптивных систем, работающих по отраженному сигналу

Для проведения реальных расчетов [7, 8, 14, 16] по обоснованию применимости сигнала обратного рассеяния от неоднородностей атмосферы для замыкания обратной связи в адаптивных оптических системах были проведены численные расчеты. Для этого использовалась следующая система уравнений:

$$\begin{cases} 2ik \frac{\partial E}{\partial z} = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) E + 2ik(n-1)E - 2ik\sqrt{\alpha_{\text{ext}}}E, \\ -2ik \frac{\partial E_{\text{он}}}{\partial z} = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) E_{\text{он}} + \\ + 2ik(n-1)E_{\text{он}} - 2ik\sqrt{\alpha_{\text{ext}}}E_{\text{он}} \end{cases} \quad (36)$$

с граничными условиями для корректируемого поля,

$$E(x, y, z = 0, t + \tau_a) = \sqrt{I(x, y)} \exp \left\{ ik \frac{x^2 + y^2}{2f} + i\varphi_k \right\}, \quad (37)$$

где введена корректирующая фаза

$$\varphi_k = A \{ E_{\text{он}}(x, y, z = 0, t) \}, \quad (38)$$

и для опорного поля

$$E_{\text{он}}(x, y, z = f, t) = B(x, y, t) E(x, y, z = f, t). \quad (39)$$

Здесь  $\tau_a$  — временная задержка [4, 7] в контуре управления адаптивной оптической системы в целом;  $A$  — оператор управления адаптивной системой (алгоритм);  $B$  — коэффициент отражения от цели или рэлеевский коэффициент обратного рассеяния от неоднородностей атмосферы.

При анализе эффективности использования адаптивной системы применяется численная модель адаптивной оптической системы [4], а именно:

*модели датчиков волнового фронта:*

а) идеальный фазовый датчик

$$\varphi_k = \arg \{ E_{\text{он}}(x, y, z = 0, t) \};$$

б) идеальный датчик разности фаз

$$\begin{aligned} 4\varphi_{i,j} - \varphi_{i+1,j} - \varphi_{i-1,j} - \varphi_{i,j-1} - \varphi_{i,j+1} = \\ = \Delta\varphi_{i-1,j}^x + \Delta\varphi_{i,j-1}^y - \Delta\varphi_{i,j}^x - \Delta\varphi_{i,j}^y, \end{aligned}$$

$i, j = 1, 2, \dots, N$  (здесь  $N$  — размерность расчетной сетки),

$$\Delta_{i,j}^x = \arg(E_{i+1,j} E_{i,j}^*), \quad \Delta_{i,j}^y = \arg(E_{i,j+1} E_{i,j}^*);$$

в) датчик Шека—Гартмана

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_k &= \frac{1}{P_k} \iint_{A_k} I(\mathbf{p}) \nabla \varphi d^2 \mathbf{p} = \\ &= \frac{1}{P_k} \iint_{A_k} \{ \text{Re} E \nabla (\text{Im} E) - \text{Im} E \nabla (\text{Re} E) \} d^2 \mathbf{p}, \end{aligned}$$

где  $P_k$  — мощность, прошедшая через апертуру  $A_k$ ;

$\mathbf{g}_k$  — измеряемый градиент фазы;

*модели корректоров волнового фронта:*

а) модальный (Цернике) корректор

$$\varphi_k = \sum_{l=1}^{N_{\text{II}}} a_l Z_l \left( 2 \frac{x}{D}, 2 \frac{y}{D} \right),$$

$D$  — диаметр апертуры;

б) гибкое зеркало

$$\varphi_k = \sum_{l=1}^{N_{\text{II}}} \Phi_k f \left( \frac{\mathbf{p} - \mathbf{p}_k}{d_1} \right), \quad f(\mathbf{p}) = \exp(-\mathbf{p}^2 / w^2),$$

где  $d_1$  — расстояние между соседними актюаторами;  $w = 0,575$ ;  $\mathbf{p}_k$  — положение центра субапертуры;  $\Phi_k$  — оценка фазы в центре  $k$ -й апертуры.

Был создан компьютерный пакет программ. С его помощью было получено достаточно много интересных данных, которые, в целом, подтвердили возможности работы адаптивной системы на основе сигнала обратного рассеяния от неоднородностей атмосферы.

#### 4. Влияние когерентности на параметры лазерной опорной звезды

Одним из ключевых элементов оптической схемы адаптивной системы является опорный источник. В данном разделе рассматриваются некоторые аспекты применения лазерных опорных источников, связанные с когерентностью формируемого от них излучения.

Используя результаты работ [14–16], можно записать для дисперсии углового дрожания центра тяжести лазерного пучка, формируемого с Земли вертикально вверх, следующую формулу:

$$\begin{aligned} < (\varphi_{\text{м}})^2 > = \\ &= 4\pi^2 x \int_0^1 d\xi (1-\xi)^2 \int_0^\infty d\kappa \kappa^3 \Phi_n(\kappa, x\xi) \exp(-\kappa^2 a^2 q^2 / 2), \quad (40) \end{aligned}$$

где

$$q(\xi) = [\xi^2 \Omega^{-2} + (1 - \xi x / f)^2]^{1/2}, \quad \Omega = ka^2 / x; \quad (41)$$

$x$  — расстояние;  $a$  — исходный размер гауссова лазерного пучка;  $f$  — радиус кривизны фазового фронта гауссова пучка. При расчете в (2) используем спектр турбулентности следующего вида [16]:

$$\Phi_n(\kappa, x\xi) = 0,033 C_n^2(x\xi) \kappa^{-11/3} \{ 1 - \exp[-\kappa^2 / \kappa_0^2] \}, \quad (42)$$

учитывающего отклонение от колмогоровского спектра в области больших масштабов неоднородностей показателя преломления атмосферы;  $\kappa_0^{-1}$  — внешний масштаб турбулентности.

В результате из (40) получаем для сфокусированного пучка

$$\begin{aligned} < (\varphi_{\text{м}})^2 > = 4\pi^2 x 0,033 \frac{\Gamma(1/6)}{2^{5/6}} a^{-1/3} \int_0^1 d\xi (1-\xi)^2 \times \\ &\times \{ (1-\xi)^{-1/3} - [(1-\xi)^2 + \frac{2}{a^2 \kappa_0^2}]^{-1/6} \} C_n^2(x\xi) \quad (43) \end{aligned}$$

и в условиях, что  $\kappa_0^{-1} \gg a$ , для коллимированного пучка [10–13]:

$$\begin{aligned} < (\varphi_{\text{м}})^2 > = \\ &= 4\pi^2 x 0,033 \frac{\Gamma(1/6)}{2^{5/6}} a^{-1/3} \int_0^1 d\xi (1-\xi)^2 C_n^2(x\xi). \quad (44) \end{aligned}$$

Следующим шагом будет вычисление дисперсии дрожания изображения «вторичного источника» — освещенного с земли рассеивающего объема (или изображения лазерной опорной звезды) — в фокальной плоскости изображающего объектива. Поскольку рассеяние света на неоднородностях атмосферы (молекулярное рассеяние, аэрозольное рассеяние и стимулированное излучение на свободных атомах) — это процесс рассеяния света независимыми рассеивателями, то в результате поле рассеянной волны будет полностью некогерентным [17].

Размер освещенной зоны в пределах рассеивающего слоя рассчитывается на основе выводов теории распространения света в турбулентной среде. В ряде работ [14–16] было вычислено распределение средней интенсивности гауссова пучка, прошедшего слой турбулентной среды:

$$\langle I(\mathbf{R}, \xi) \rangle = \frac{a^2}{a_{\text{эф}}^2(\xi)} \exp(-R^2/a_{\text{эф}}^2),$$

где

$$a_{\text{эф}}^2(\xi) = a^2 \{ (1 - \xi/f)^2 + \Omega^{-2} + \Omega^{-2} [1/2D_S(2a)]^{6/5} \}$$

— эффективный размер пучка в рассеивающей среде;  $D_S(2a)$  — структурная функция фазы.

Далее воспользуемся выводами теории когерентности [15–17]. Теорема Ван Циттерта—Цернике имеет дело с распространением функции взаимной когерентности поля

$$\gamma(x; \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{\langle U^*(\mathbf{r}_1, x) U(\mathbf{r}_2, x) \rangle}{\sqrt{I(\mathbf{r}_1, x) I(\mathbf{r}_2, x)}}$$

и количественно выражает эффект дифракции некогерентного света при его распространении от лазерной опорной звезды (ЛОЗ) к земле. Модуль комплексной степени когерентности для исходно некогерентного источника после прохождения однородного слоя толщиной  $x$  дается следующей формулой:

$$\gamma(x; \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{\left| \iint d^2s I(\mathbf{s}) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{s}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)/x) \right|}{\int d^2s I(\mathbf{s})}. \quad (45)$$

Таким образом, теорема Ван Циттерта—Цернике говорит о том, что модуль комплексной степени пространственной когерентности полностью некогерентного источника малого углового размера равен модулю нормированного преобразования Фурье от распределения интенсивности поля на источнике. Так, для круглого некогерентного однородно-освещенного источника, имеющего размер  $d$  в исходной плоскости, на расстоянии  $x$  модуль комплексной степени когерентности равен

$$|\gamma(x; \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)| = \frac{2J_1(k\alpha r/2)}{(k\alpha r/2)}, \quad (46)$$

где  $\alpha = d/x$  — угловой размер источника, как он виден с расстояния  $x$ ;  $r = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ . В результате радиус пространственной когерентности излучения

для этого случая оказывается равным  $\rho_k \approx 1,22\lambda x/d$ . Естественно, что эти оценки сделаны в условиях распространения излучения в однородной среде.

Для комплексной степени когерентности

$$\gamma(\mathbf{R}, \rho) = \frac{\Gamma_2(\mathbf{R}, \rho)}{[\Gamma_2(\mathbf{R} + \rho/2, 0)\Gamma_2(\mathbf{R} - \rho/2, 0)]^{1/2}}, \quad (47)$$

где

$$\Gamma_2(\mathbf{R}, \rho) = \langle U(\mathbf{R}, \rho) U^*(\mathbf{R}, \rho) \rangle;$$

$$\mathbf{R} = (\rho_1 + \rho_2)/2; \quad \rho = (\rho_1 - \rho_2),$$

было выведено уравнение [14]:

$$2ik \frac{\partial \Gamma_2(\mathbf{R}, \rho)}{\partial x} + 2\nabla_R \nabla_\rho \Gamma_2(\mathbf{R}, \rho) + \frac{i\pi k^3}{2} H(x, \rho) \Gamma_2(\mathbf{R}, \rho) = 0 \quad (48)$$

с граничными условиями для детерминированного исходного поля

$$\Gamma_2(\mathbf{R}, \rho) = U_0(\mathbf{R} + \rho/2) U_0^*(\mathbf{R} - \rho/2).$$

Входящая в уравнение (48) функция  $H(x, \rho)$  характеризует статистические свойства флуктуаций диэлектрической проницаемости

$$H(x, \rho) = 8 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_n(x, \mathbf{\kappa}) [1 - \cos \mathbf{\kappa} \rho] d^2 \mathbf{\kappa}. \quad (49)$$

Если начальное поле  $U_0$  флуктуирует, то в качестве граничного условия надо подставлять функцию  $\Gamma_2^0(\mathbf{R}, \rho) = \langle U_0(\mathbf{R} + \rho/2) U_0^*(\mathbf{R} - \rho/2) \rangle$ . Здесь двойные угловые скобки указывают на усреднение по ансамблю реализаций источника.

В качестве примера приведем граничное условие для частично-когерентного светового пучка, поле которого имеет вид:

$$U_0(\rho) = A(\rho) \exp(i\phi(\rho)),$$

где  $\phi(\rho)$  — случайная фаза со средним значением, равным нулю, и распределенная, например, по гауссову закону.

Пусть исходный пучок — гауссов:

$$A(\rho) = U_0 \exp\{-\rho^2/2a^2 - ik\rho^2/2f\}.$$

В этом случае

$$\Gamma_2^0(\mathbf{R}, \rho) = |U_0|^2 \exp\{-R^2/a^2 - \rho^2/4a^2 - ik\rho\mathbf{R}/f - E(\rho)/2\}, \quad (50)$$

где

$$E(\rho_1 - \rho_2) = \langle [\phi(\rho_1) - \phi(\rho_2)]^2 \rangle.$$

Для упрощения расчетов зададимся

$$E(\rho) = \rho^2/2a_k^2.$$



Тогда

$$\Gamma_2^0(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = |U_0|^2 \exp\{-R^2/a^2 - \rho^2/4a^2 - ik\boldsymbol{\rho}\mathbf{R}/f - \rho^2/2a_k^2\}. \quad (51)$$

Здесь  $a_k$  — радиус исходной пространственной когерентности источника излучения. В случайной среде [14–16]:

$$\Gamma_2(x, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = \frac{k^2}{4\pi^2 x^2} \iint d^2 R' \iint d^2 \rho' \Gamma_2^0(\mathbf{R} - \mathbf{R}', \boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}') \times \exp\{ik\mathbf{R}'\boldsymbol{\rho}/x - \frac{\pi k^2}{4} \int_0^x H[x', \boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'(1 - x'/x)] dx'\}. \quad (52)$$

Рассмотрим предельный случай в (52) — переход к полностью некогерентному исходному (тепловому) источнику: тогда  $a_k \rightarrow 0$  и

$$\Gamma_2^0(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = 4\pi |U_0|^2 a_k^2 \exp\{-R^2/a^2\} \delta(\boldsymbol{\rho}).$$

Отметим, что эта формула является частным случаем общего соотношения для функции когерентности теплового источника. В общем случае, если  $a_k \rightarrow 0$ , то  $\Gamma_2^0(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho})$  можно аппроксимировать выражением

$$\Gamma_2^0(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = b^2 I(\mathbf{R}) \delta(\boldsymbol{\rho}). \quad (53)$$

При этом оказывается, что  $b = \lambda/\sqrt{2\pi}$ , т.е. радиус когерентности теплового источника имеет порядок длины волны.

На расстоянии  $x$  в турбулентной среде

$$\Gamma_2(x, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = \frac{U_0^2 k^2 a^2 a_k^2}{x^2} \exp\{ik\mathbf{R}\boldsymbol{\rho}/x - \frac{k^2 a^2 \rho^2}{4x^2} - \frac{\pi k^2}{4} \int_0^x H(x', \boldsymbol{\rho} x'/x) dx'\}. \quad (54)$$

Для модуля комплексной степени когерентности

$$|\gamma(x, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho})| = \exp\{-\frac{k^2 a^2 \rho^2}{4x^2} - \frac{\pi k^2}{4} \int_0^x H(x', \boldsymbol{\rho} x'/x) dx'\}. \quad (55)$$

Видно [16, 17], что имеются две противоположные тенденции изменения пространственного радиуса когерентности первоначально некогерентного излучения. С одной стороны, он растет пропорционально  $d_0 = 2x/ka$  (за счет уменьшения видимого углового размера  $\gamma_s = a/x$  источника), а с другой — уменьшается из-за потери когерентности в турбулентной среде.

Можно провести оценку модуля комплексной степени когерентности через структурную функцию фазы и получить

$$D_S(x, \boldsymbol{\rho}) = \frac{k^2 a^2 \rho^2}{2x^2} + \frac{\pi k^2}{2} \int_0^x H(x', \boldsymbol{\rho} x'/x) dx'. \quad (56)$$

В результате вычислений в (56) с кармановским спектром турбулентности получаем (при условии, что  $\kappa_0^{-1} \gg \rho$ )

$$D_S(x, \boldsymbol{\rho}) = \frac{k^2 a^2 \rho^2}{2x^2} + 2,91 k^2 \rho^{5/3} \int_0^x dx' C_n^2(x') (x'/x)^{5/3}. \quad (57)$$

Для широкого ( $\Omega = ka^2/x \gg 1$ ) коллимированного пучка дисперсия дрожания центра тяжести запишется в виде

$$\begin{aligned} \langle (\varphi_{\text{м}})^2 \rangle & \approx \langle (\boldsymbol{\rho}_{\text{м}})^2 \rangle / x^2 = \\ & = 4\pi^2 0,033 \frac{\Gamma(1/6)}{2^{5/6}} a^{-1/3} \int_0^x dx' (1 - x'/x)^2 C_n^2(x'), \quad (58) \\ & 4\pi^2 0,033 \frac{\Gamma(1/6)}{2^{5/6}} = 4,04. \end{aligned}$$

Для сфокусированного широкого пучка дисперсия углового дрожания изображения

$$\begin{aligned} \langle \varphi^2 \rangle & = \frac{a^2}{x^2} + 4,85 D^{-1/3} \int_0^x dx' C_n^2(x') (x'/x)^{5/3} + \\ & + 4,04 a^{-1/3} \int_0^x dx' C_n^2(x') (1 - x'/x)^2, \quad (59) \end{aligned}$$

в этом случае размер «вторичного источника» равен  $a$ , а для сфокусированного пучка размер «вторичного источника» равен  $a/\Omega$ , в результате [18–21]:

$$\begin{aligned} \langle \varphi^2 \rangle & = \frac{a^2}{\Omega^2 x^2} + 4,85 D^{-1/3} \int_0^x dx' C_n^2(x') (x'/x)^{5/3} + \\ & + 4,04 a^{-1/3} \int_0^x dx' C_n^2(x') (1 - x'/x)^{5/3}, \quad (60) \end{aligned}$$

где  $D$  — диаметр приемного объектива;  $a$  — размер гауссова лазерного пучка, формирующего лазерную опорную звезду.

Еще раз вернемся к формуле для структурной функции. Если принять квадратичную аппроксимацию во втором члене, то для радиуса когерентности исходного некогерентного источника в турбулентной среде записано [16] следующее выражение:

$$\rho_{\text{кор}} = \frac{d_0(x)}{(1 + d_0^2(x)/\rho_r^2)}, \quad (61)$$

где  $\rho_r$  — радиус когерентности для сферической волны в турбулентной среде [15, 16].

Использование лазерных опорных звезд для коррекции формируемых изображений внеатмосферных объектов наталкивается [5–8, 10–13, 20] на ряд принципиальных проблем. Одна из них связана с невозможностью обеспечения эффективной коррекции общего наклона волнового фронта (ОНВФ). Известно [8, 10–13], что коррекция флуктуаций ОНВФ для естественной звезды с помощью только сигнала от лазерной опорной звезды неэффективна. Традиционная моностагическая схема, использующая только апертуру самого (основного) телескопа, остается неэффективной даже при «оптимизации» сигнала от ЛОЗ [11].

В этой связи в ряде работ говорится о необходимости одновременного использования как ЛОЗ, так и естественных звезд для коррекции общего наклона волнового фронта. А поскольку угол пространственной корреляции для флуктуаций ОНВФ существенно превышает угол изопланатизма для высших аберраций флуктуаций фазы оптической волны, прошедшей слой турбулентной атмосферы, то для коррекции ОНВФ можно использовать достаточно удаленную звезду.

Еще один недостаток применения ЛОЗ для коррекции изображения в наземных телескопах — это проявление «эффекта конуса» или фокусного неизопланатизма. Авторы [22] предлагают для преодоления этого эффекта применять не одну, а несколько опорных звезд. В [22] было показано, что высокая когерентность для лазерного излучения в опорной звезде может быть достигнута только тогда, когда видимое изображение звезды будет достаточно малым. Поэтому практически все лазерные опорные звезды были сформированы с использованием фокусированных лазерных пучков.

Когерентность принятого излучения будет определяться всегда двумя факторами — размером «видимой» области ЛОЗ из фокуса измеряемого телескопа и когерентностью *сферической* волны, что обусловлено тем, что исходное излучение ЛОЗ практически не когерентно.

Недавно появилось сообщение об использовании коллимированных широких пучков [23] для создания лазерных опорных звезд. При этом предполагалось, что в результате удастся создать опорную звезду с плоским волновым фронтом, обеспечивающим устранение «неизопланатизма фокуса». Однако авторы не учли тот факт, что «вторичный источник» — опорная звезда имеет существенно низкую пространственную когерентность из-за некогерентности самого процесса рассеяния света на неоднородностях атмосферы — молекулярное рассеяние, аэрозольное рассеяние и переизлучение света на свободных атомах в верхней атмосфере, а именно: радиус когерентности рассеянного излучения  $\rho_{\text{ког}}$  оказывается равным

$$\frac{1}{\rho_{\text{ког}}^2} = \frac{k^2 a^2}{4x^2} + \frac{1}{\rho_{\text{Г}}^2}.$$

Когерентность «вторичного» излучения в широком коллимированном пучке будет всегда ниже, чем в сфокусированном. Последнее выражение перепишем в виде

$$\frac{1}{\rho_{\text{ког}}^2} = \frac{k^2 \varphi^2}{4} + \frac{1}{\rho_{\text{Г}}^2},$$

где  $\varphi = a/x$  — видимый размер вторичного источника или же его части. Если же вторичный источник «разрешается» приемной апертурой, т.е. мы можем отдельно наблюдать его какие-либо части или фрагменты, то угол  $\varphi$  должен быть заменен на угловое разрешение телескопа в атмосфере.

Если учесть, что угловое разрешение системы «атмосфера—телескоп» (без адаптивной коррекции)

для плоской волны численно выражается отношением  $\lambda/r_0$ , где  $r_0$  есть радиус когерентности излучения для плоской волны, прошедшей через всю толщину атмосферы, то в пределах поля зрения телескопа можно *отдельно* наблюдать участки с угловым размером, равным  $\lambda/r_0$ , освещенной лазером поверхности некогерентно светящейся ЛОЗ. В результате первый член, характеризующий когерентность излучения от ЛОЗ (при расчете для вакуума), запишется в виде

$$\rho_{\text{ког}} = \lambda/\theta, \quad (62)$$

где  $\theta$  — угловое разрешение телескопа в атмосфере, т.е.  $\theta = \lambda/r_0$ , а  $\rho_{\text{ког}} = r_0/\pi$ .

Для случая широкого фокусированного пучка (когда пятно ЛОЗ оказывается «неразрешаемо» телескопом) мы можем получить излучение «вторичного источника» с радиусом когерентности, равным размеру фокусирующей лазерное излучение апертуры. Естественно, что эта оценка делается для однородной среды. В условиях же турбулентной атмосферы радиус когерентности «вторичного источника» может быть рассчитан по формуле (43).

Однако в ряде случаев следует считать, что мы имеем дело с некогерентными опорными звездами. Некогерентные ЛОЗ могут быть также эффективно использованы, например, для измерения в реальном масштабе времени оптической передаточной функции атмосферы на трассе. Эта функция может быть применена в алгоритме обратной свертки при проведении постдетекторной коррекции изображения.

Безусловно, такой подход позволяет получать более эффективную коррекцию по сравнению со «слепой» обратной сверткой, которая предполагает расчет передаточной функции атмосферы на основе модели атмосферы. Кроме этого, опорная звезда может быть сформирована практически в любом требуемом направлении, например при формировании изображения внеатмосферного объекта в телескопе. Одним из ограничений для эффективного применения такой звезды является проблема «фокусного неизопланатизма», связанная с тем, что ЛОЗ всегда расположена на конечном расстоянии в атмосфере, а объект — далеко за атмосферой, поэтому такой объект и ЛОЗ будут изображаться в различных плоскостях, поскольку мы имеем волновые фронты с различной кривизной. Это, в свою очередь, обуславливает разные флуктуации для волн, приходящих в объектив от объекта и от опорного источника.

Известно, что любая адаптивная система имеет конечную полосу частот, а это обуславливает временное запаздывание между принимаемым сигналом и сигналом управления. Поэтому движущийся объект имеет ограничения на качество коррекции, обусловленное временным запаздыванием. В то же время, формируя ЛОЗ в заданном направлении, можно частично скомпенсировать временное запаздывание, возникающее в любой адаптивной системе, связанное как с временной эволюцией случайных неоднородностей в канале, так и с тем, что лоцируемый объект быстро меняет свое местоположение. Тогда ЛОЗ будет формироваться в положении, «предсказывающем» его будущее местоположение.

Настоящее исследование выполнено при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ № 01-02-17389 и комплексного интеграционного проекта 2003–2006 гг. СО РАН «Современный адаптивный телескоп».

1. *Линник В.П.* О принципиальной возможности уменьшения влияния атмосферы на изображение звезды // Оптика и спектроскопия. 1957. Т. 25. Вып. 4. С. 401–402.
2. *Харди Дж.У.* Активная оптика. Новая техника управления светом // ТИИЭР. 1978. Т. 66. № 7. С. 31–85.
3. *Лукин В.П., Фортес Б.В.* Адаптивное формирование пучков и изображений в атмосфере. Новосибирск: Наука, 1999. 212 с.
4. *Лукин В.П.* Атмосферная адаптивная оптика. Новосибирск: Наука, 1986. 286 с.
5. *Лукин В.П., Матюхин В.Ф.* Адаптивная коррекция изображения // Квант. электрон. 1983. Т. 10. С. 2465–2473.
6. *Lukin V.P.* Limiting resolution of adaptive telescope operating with the use of artificial star // Proc. ICO-16 «Active and Adaptive optics». 1993. P. 521–524.
7. *Лукин В.П., Чарноцкий М.И.* Принцип взаимности и адаптивное управление параметрами оптического излучения // Квант. электрон. 1982. Т. 9. С. 952–958.
8. *Fugate R.* Laser beacon adaptive optics // Opt. Photon. News. 1993. V. 4. P. 14–19.
9. *Орлов В.М., Самохвалов И.В., Матвиенко Г.Г., Белов М.Л., Кожемяков А.Н.* Элементы теории светорассеяния и оптическая локация. Новосибирск: Наука, 1982. 225 с.
10. *Lukin V.P.* Mono and bistatic schemes and optimal algorithm for tilt correction in ground-based adaptive telescopes // Appl. Opt. 1998. V. 37. N 21. P. 4634–4644.
11. *Lukin V.P.* Models and measurements of atmospheric turbulence characteristics and their impact on AO design // Adaptive Optics-96, Technical Digest Series. 1996. V. 13. P. 150–152.
12. *Лукин В.П., Фортес Б.В.* Сопоставление предельной эффективности различных схем формирования лазерных опорных звезд // Оптика атмосфер. и океана. 1997. Т. 10. № 1. С. 56–68.
13. *Лукин В.П.* Различие и подобие двух схем формирования лазерных опорных звезд // Оптика атмосфер. и океана. 1998. Т. 11. № 11. С. 1253–1257.
14. *Кляцкин В.И.* Статистическое описание динамических систем с флуктуирующими параметрами. М.: Наука, 1975. 239 с.
15. *Татарский В.И.* Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1961. 357 с.
16. *Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С.* Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1976. 277 с.
17. *Enguehard S., Hatfield B.* Incoherence and multiple laser guide stars // NAO Workshop on the Reduction of Gemini AO Data. 2001. Tucson. USA.
18. *Лукин В.П.* Отслеживание случайных угловых смещений оптических пучков // V Всесоюз. симпоз. по распространению лазерного излучения в атмосфере: Тезисы докл. Томск, 1979. Ч. II. С. 33–36.
19. *Лукин В.П.* Коррекция случайных угловых смещений оптических пучков // Квант. электрон. 1980. Т. 7. С. 1270–1279.
20. *Lukin V.P., Fortes B.V.* Computer modeling of adaptive optics and sites for telescope design // OSA Techn. Digest. 1995. V. 23. P. 192–194.
21. *Миронов В.Л., Носов В.В., Чен Б.Н.* Корреляция смещений оптических изображений лазерных источников в турбулентной атмосфере // Изв. вузов. Радиофиз. 1982. Т. 25. № 12. С. 1467–1471.
22. *Viard E., Le Louran M.* Norbert Hubin Adaptive optics with four laser guide stars: correction of the cone effect in large telescopes // Appl. Opt. 2002. V. 41. N 1. P. 11–20.
23. *Buscher D., Love G., Myers R.* Laser beacon wavefront sensing without focal anisoplanatism // Opt. Lett. 2002. V. 27. N 3. P. 149–151.

#### **V.P. Lukin. Possibilities of pointing of the optical beam through turbulent atmosphere.**

At decision of the problems optical ranging, the relationship and issues to energy happens to face a problem deliveries to energy of the radiation of the light beam on object, located in accidentally-lumpy ambience. Herewith, as a rule, necessary to maximize energy features of the radiation on object. As is well known, dissipation of the radiation on spottiness of the factor of the refraction of the ambience brings about reduction of the average intensity in axes area of the light bunch and appearance fluctuations of intensities of the radiation that finally greatly worsens the energy features of the mentioned systems.

Here offered several the most simplest variants of the using of adaptive management parameter laser beam, founded on principle of reciprocity of the spreading the radiation in lumpy ambience. At information on sharing the spottiness of the ambience on route of the spreading the radiation are extracted from sharing the intensities in planes of the scene of the object.