

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ И ОКЕАНЕ

УДК 621.373

А.А. Землянов, Ю.Э. Гейнц

# Спектральные, энергетические и угловые характеристики суперконтинуума, формируемого фемтосекундным лазерным излучением в воздухе

*Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск*

Поступила в редакцию 18.10.06 г.

Численным методом изучена трансформация спектральных, энергетических и угловых характеристик суперконтинуума, созданного лазерным излучением фемтосекундной длительности в воздухе. Показано, что степень трансформации частотного спектра ультракороткого лазерного импульса после его самофокусировки и доля энергии импульса, преобразованная в излучение суперконтинуума, определяются главным образом длиной светового филамента. Установлено, что угловой размер мощного фемтосекундного лазерного пучка резко возрастает после прохождения области глобального нелинейного фокуса, а затем плавно увеличивается в зоне филаментации и стремится к предельному значению. Увеличение начальной мощности излучения приводит к росту предельной угловой расходимости. Угловой размер спектральных компонент видимого и ИК-крыльев излучения суперконтинуума выше, чем усредненная по спектру расходимость пучка в целом. Данное превышение наиболее выражено в ИК спектральном интервале и может достигать двух раз.

### Введение

В настоящее время в научной литературе активно обсуждаются вопросы, связанные с распространением мощного ультракороткого излучения в атмосфере и перспективой использования эффектов нелинейного взаимодействия для диагностики ряда атмосферных характеристик [1–5]. Высокая пикировая мощность, достигаемая в фемтосекундных импульсах, обусловливает их распространение в атмосфере в режиме самоканализации и сильной пространственно-временной фазовой самомодуляции. В результате динамического баланса, устанавливающегося между фокусирующим эффектом керровской нелинейности и дефокусирующими действиями плазмы, возникающей при многофотонной ионизации среды в канале излучения, происходит филаментация пучка и обогащение частотного спектра излучения с образованием суперконтинуума (СК). Спектральная ширина этого излучения достаточно велика. Так, для исходного излучения с центральной длиной волны  $\lambda_0 = 800$  нм спектр суперконтинуума захватывает УФ- и ближнюю ИК-области спектра [2, 6]. С помощью такого широкополосного источника становится реальным детектирование одновременно на многих частотах газовых и аэрозольных компонентов атмосферы и загрязняющих ее веществ [3, 4].

Физическая картина филаментации и образования излучения СК в атмосфере обсуждалась в многочисленных работах, носящих как экспериментальный, так и теоретический характер (обзор этих работ можно найти в [1, 3]). В экспериментах исследуются, как правило, усредненные по про-

странству и времени энергетические характеристики лазерных пучков, например такие, как энергия импульса во всем спектральном интервале и в различных его участках, поперечное распределение плотности энергии в различных спектральных интервалах, длина филамента, число филаментов. Направленность экспериментальных исследований определяет тематику теоретических работ.Становятся востребованными такие теоретические модели, которые были бы продуктивными при интерпретации экспериментальных данных и прогнозе распространения мощного фемтосекундного излучения на дистанции, сравнимые с дифракционной длиной пучка.

В настоящей статье для изучения распространения мощных фемтосекундных импульсов в воздухе используется развитая в [7] методология эффективных (интегральных) параметров лазерного излучения, таких как энергия импульса, эффективный радиус пучка, спектральная ширина импульса, глобальная и спектральная угловые расходимости. Устанавливаются связи эффективных характеристик ультракороткого излучения в каждой точке трассы с начальными значениями мощности, радиуса пучка, а также с наведенным в среде лазерным излучением продольным масштабом.

### Метод исследования задачи. Основные приближения

Компьютерное моделирование самовоздействия ультракороткого светового импульса в атмосфере на горизонтальной трассе осуществлялось в отсут-

ствие аэрозолей и турбулентности. Численно решалось нелинейное уравнение Шредингера (НУШ) для медленно меняющейся комплексной амплитуды электромагнитного поля излучения  $U(\mathbf{r}_\perp, z; t)$  при учете частотной дисперсии воздуха второго порядка, мгновенной и инерционной составляющих эффекта Керра, нелинейного поглощения и рефракции излучения на плазме, образующейся в результате многофотонной ионизации газа. Данное уравнение имеет следующий вид (см., например, [1, 7]):

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\partial}{\partial z} - \frac{i}{2n_0k_0}\nabla_\perp^2 + i\frac{k''_0}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} \right\} U(\mathbf{r}_\perp, z; t) - \\ & - ik_0n_2 \left\{ (1-\mu)|U|^2 + \mu \int_{-\infty}^{\infty} dt' \Lambda(t-t')|U(t')|^2 \right\} U(\mathbf{r}_\perp, z; t) + \\ & + \frac{\eta_{cas}}{2}(1+i\omega_0\tau_c)\rho_e(\mathbf{r}_\perp, z; t)U(\mathbf{r}_\perp, z; t) + \\ & + \frac{\eta_{MPA}^{(m)}}{2}|U|^{2m-2}U(\mathbf{r}_\perp, z; t) = 0, \end{aligned}$$

где  $|\mathbf{r}_\perp| = \sqrt{x^2 + y^2}$ ;  $k_0 = n_0\omega_0/c$  — волновое число;  $\omega_0$  — центральная частота лазерного излучения;  $c$  — скорость света в вакууме;  $k''_0 = \partial^2 k / \partial \omega^2 = 0,21 \text{ фс}^2/\text{см}$  — дисперсия групповой скорости светового импульса в воздухе ( $\lambda_0 = 800 \text{ нм}$ );  $n_2 = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2/\text{Вт}$  — коэффициент при нелинейной добавке к показателю преломления газа  $n_0$ ;  $\mu$  — удельная доля инерционного эффекта Керра с функцией отклика  $\Lambda(t-t')$  в суммарном изменении нелинейного показателя преломления (обычно принимают  $\mu=0,5$ );  $\tau_c = 350 \text{ фс}$  — характерное время столкновения электронов;  $\eta_{MPA}^{(m)}$  — коэффициент  $m$ -фотонной ионизации;  $\eta_{cas}$  — сечение каскадной ионизации молекул. В качестве  $\Lambda(t-t')$  было использовано упрощенное выражение, следующее из модели затухающего осциллятора:  $\Lambda(t) = \theta(t)\sin\Omega t \exp(-t/\tau_d)$ , где  $\Omega \approx 20 \text{ ТГц}$  — частота колебаний;  $\tau_d = 70 \text{ нс}$  — характерное время затухания;  $\theta(t)$  — функция Хэвисайда.

Изменение во времени концентрации свободных электронов  $\rho_e$  рассчитывалось согласно модели квазиравновесной плазмы без учета рекомбинационных потерь:

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} = \frac{\eta_{MPA}^{(m)}}{m\hbar\omega_0}|U|^{2m} + \frac{\eta_{cas}}{n_0\Delta E_i}\rho_e|U|^2,$$

где  $\Delta E_i = 12,1 \text{ эВ}$  — потенциал ионизации атома кислорода. Для того чтобы ионизовать атом кислорода, требуется  $m = 8$  квантов излучения с  $\lambda_0 = 800 \text{ нм}$ , при этом коэффициент ионизации  $\eta_{MPA}^{(m)}$  определялся нами из анализа экспериментальных данных [8] и составлял  $3,6 \cdot 10^{-121} \text{ м}^{13} \cdot \text{Вт}^{-7}$ . Сечение каскадной ионизации  $\eta_{cas}$  принималось равным  $5,1 \cdot 10^{-22} \text{ м}^2$ .

Процедура численного интегрирования НУШ проводилась с использованием методики разбиения на каждом шаге по эволюционной переменной  $z$

исходной задачи на две подзадачи: нелинейную, где рассчитывается формирование нелинейной фазы поля, и линейную, где в результате свободной дифракции и дисперсии волнового пакета с определенным на предыдущем шаге фазовым фронтом происходит преобразование амплитуды поля. Для повышения устойчивости счета использовалась комбинация спектрального метода Фурье (по времени), неявной трехслойной разностной схемы типа схемы Кранка–Николсона (по поперечным координатам) и аддитивной коррекции сеточного шага по эволюционной переменной. Сами эффективные параметры излучения рассчитывались как интегральные моменты второго порядка от локальных характеристик поля по формулам работы [7], а также приведенным ниже в данной статье.

В численных экспериментах задавался идеальный фемтосекундный лазерный импульс с гауссовским во времени и пространстве профилем

$$U(\mathbf{r}_\perp, z = 0; t) = U_0 \exp \left\{ -\frac{\mathbf{r}_\perp^2}{2R_0^2} \left( 1 + \frac{ik_0 R_0^2}{F} \right) \right\} \exp \left\{ -\frac{t^2}{2t_p^2} \right\}$$

и следующими начальными параметрами: длина волны  $\lambda_0 = 800 \text{ нм}$ , длительность (по уровню  $e^{-1}$  от максимума интенсивности)  $t_p = 80 \text{ фс}$ , радиус  $R_0 = 1 \text{ мм}$ . Начальный радиус кривизны фазового фронта излучения  $F$  для определенности выбирался равным удвоенной длине Рэлея  $L_R = k_0 R_0^2 / 2$  так, что  $F = 2 L_R$ . Самофокусировка излучения с таким симметричным профилем приводит к формированию одного волноводного канала (светового филиамента) на оси пучка. В дальнейшем будем использовать нормированные переменные:  $\mathbf{r}_\perp/R_0$ ,  $z/L_R$ ,  $F/L_R$ ,  $t/t_p$ .

## Эффективная спектральная ширина суперконтинуального излучения

Характеристикой эффективной ширины спектра  $\Delta_\omega$  фемтосекундного излучения в атмосфере является усредненный по поперечному сечению пучка центрированный момент второго порядка от спектральной плотности импульса  $|F_\omega(\mathbf{r}_\perp, z; \omega)|^2$ :

$$\Delta_\omega(z) = \left[ \frac{1}{E(z)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \mathbf{r}_\perp \int_{-\infty}^{\infty} d\omega |F_\omega(\mathbf{r}_\perp, z; \omega)|^2 (\omega - \omega_{gr})^2 \right]^{1/2}, \quad (1)$$

где  $F_\omega(\mathbf{r}_\perp, z; \omega)$  — Фурье-образ комплексной амплитуды светового поля  $U(\mathbf{r}_\perp, z; t)$  в пространстве временных частот;

$$\omega_{gr}(z) = [1/E(z)] \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \mathbf{r}_\perp \int_{-\infty}^{\infty} d\omega |F_\omega(\mathbf{r}_\perp, z; \omega)|^2 \omega$$

— положение центра тяжести частотного спектра импульса;

$$E(z) = \int_{-\infty}^{\infty} d^2\mathbf{r}_\perp \int_{-\infty}^{\infty} d\omega |F_\omega(\mathbf{r}_\perp, z; \omega)|^2$$

— его полная энергия. При таком задании реальный спектральный контур излучения в каждой точке трассы  $z$  заменяется симметричным гауссовским профилем с центром по оси частот в точке  $\omega_{gr}(z)$  и параметром ширины контура  $\Delta_\omega(z)$ .

На рис. 1 показана эволюция вдоль трассы средней ширины частотного спектра  $\bar{\Delta}_\omega$  фемтосекундного лазерного импульса при его распространении в воздухе в режиме филаментации. Здесь же приведен энергетический радиус пучка  $R_{-1}$ , определенный по уровню  $e^{-1}$  от максимума поперечного распределения плотности световой энергии излучения  $w(\mathbf{r}_\perp, z)$  в каждой точке трассы. Кривые построены при вариации в расчетах начальной мощности лазерного импульса  $P_0$ , задаваемой безразмерным параметром  $\eta = P_0/P_c$ , где  $P_c$  — критическая мощность самофокусировки в воздухе ( $P_c = 3,2$  ГВт для излучения с  $\lambda = 800$  нм).

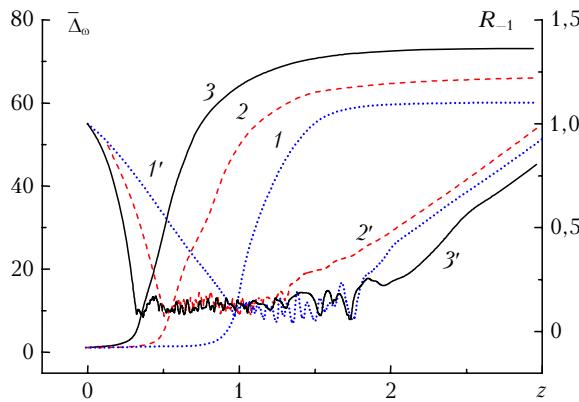


Рис. 1. Нормированные средняя ширина частотного спектра  $\bar{\Delta}_\omega = \Delta_\omega(z)/\Delta_\omega(0)$  (1–3) и поперечный радиус пучка  $\bar{R}_{-1} = R_{-1}/R_0$  (1'–3') при распространении в воздухе фемтосекундного излучения с начальной пиковой мощностью  $\eta = 2$  (1); 5(2) и 10 (3)

Из анализа приведенных на рис. 1 зависимостей видно, что на начальном участке трассы, когда происходит поперечное сжатие пучка за счет эффекта Керра, ширина спектра излучения остается практически неизменной вплоть до момента образования филамента. При этом, как следует из рис. 2, где показана зависимость величины  $\omega_{gr}$  от дистанции распространения, центр тяжести спектральной кривой смещается в стоксову область частот (отрицательные значения относительно центральной частоты излучения  $\omega_0$ ). Подобное смещение спектра обусловлено инерционным слагаемым в суммарной керровской нелинейности среды, которое реализуется за время  $\sim 70$  фс (по данным работы [9]), необходимое для раскачки колебательно-вращательных переходов молекул азота и кислорода.

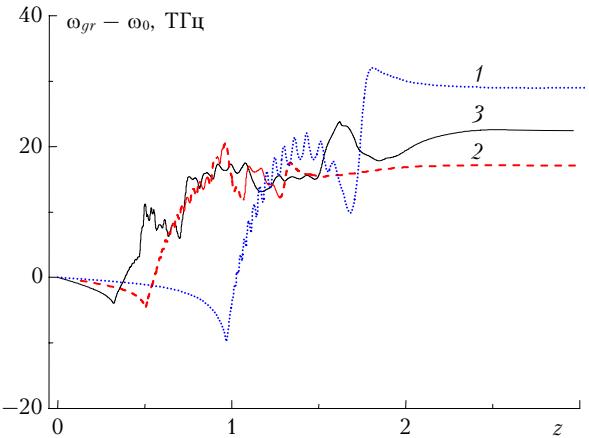


Рис. 2. Частота центра тяжести спектра импульса  $\omega_{gr}$  в зависимости от эволюционной переменной для  $\eta = 2$  (1); 5 (2) и 10 (3)

Для понимания физической картины поведения параметров  $\Delta_\omega$  и  $\omega_{gr}$  вдоль трассы рассмотрим модель одномерного распространения световой волны в среде с нелинейностью керровского и плазменного типов. Изменение частоты такой волны  $\delta\omega(z, t)$  на расстоянии  $z$  определяется через нелинейную составляющую фазы волны  $\phi_N$  следующим образом [10]:

$$\delta\omega(z, t) = \partial\phi_N(z, t)/\partial t \propto -k_0 z \frac{\partial}{\partial t} [\Delta n_K(z, t) + \Delta n_p(z, t)], \quad (2)$$

где  $\Delta n_K$  и  $\Delta n_p$  — вклады в изменение показателя преломления среды за счет эффекта Керра и генерации плазмы соответственно, которые даются выражениями:

$$\Delta n_K(z, t) = \frac{8\pi n_2}{cn_0} \left[ (1-\mu) I(z, t) + \mu \int_{-\infty}^t I(z, t') \Lambda(t-t') dt' \right], \quad (3)$$

$$\Delta n_p(z, t) = -\frac{\eta_{cas} l_c \rho_e(z, t)}{2}. \quad (4)$$

Здесь  $I$  — интенсивность излучения;  $l_c$  — длина свободного пробега электрона.

Будем считать, что рост концентрации свободных электронов в канале пучка обусловлен преимущественно процессом многофотонной ионизации

также, т.е.  $\rho_e(t) = \rho_0 \eta_{MPA}^{(m)} \int_{-\infty}^t I^m(t') dt'$ , где  $\rho_0$  — концентрация молекул газа.

Тогда, подставляя (3), (4) в (2), получим

$$\delta\omega(z, t) \propto -k_0 z \left[ (1-\mu) A \frac{\partial I(z, t)}{\partial t} + \mu B I(z, t) - C I^m(z, t) \right]. \quad (5)$$

Здесь  $A = 8\pi n_2/cn_0$ ,  $B = A\Omega$ ,  $C = 1/2\eta_{cas} l_c N_0 \eta_{MPA}^{(m)}$  — независящие от времени постоянные;  $N_0$  — концентрация нейтральных молекул газа.

Из структуры выражения (5) следует, что на начальном этапе самофокусировки пучка на симметричное спектральное уширение импульса, задаваемое первым слагаемым, накладывается знакопо-

стоянная добавка от инерционной керровской нелинейности, в результате чего спектр излучения сдвигается в область низких частот. С увеличением пиковой интенсивности в зоне нелинейного фокуса пучка и соответствующим ростом концентрации свободных электронов  $\rho_e$  в (5) начинает преобладать «плазменная» составляющая, которая смещает центр тяжести спектра в УФ-область.

Световой филамент характеризуется квазистационарным значением пиковой интенсивности излучения  $I_f$  (в воздухе  $I_f \sim 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> при  $\lambda_0 = 800$  нм) и значением поперечного размера в интервале  $\sim 70 \div 150$  мкм, которые определяются характеристиками среды распространения  $n_2$  и  $\eta_{MPA}^{(m)}$ . Следовательно, спектральное уширение импульса в зоне филаментации пучка, следуя (5), будет пропорционально эффективной длине существования филамента  $L_f$ :

$$\Delta_\omega(z = L_f) \sim k_0 L_f K(I_f),$$

где  $K$  – некоторый коэффициент, задаваемый выражением в квадратных скобках в правой части (5). Такой близкий к линейному рост параметра  $\Delta_\omega$  на этапе филаментации пучка виден на рис. 1 для всех приведенных уровней начальной мощности излучения.

После разрушения филамента вследствие резкого падения интенсивности заканчивается и спектральная трансформация излучения, а его спектральная ширина, как следует из рис. 1, стабилизируется и выходит на некоторый уровень  $\Delta_{\omega_{\max}}$ . Величина данного уровня, как показывают расчеты, также пропорциональна длине филаментации пучка  $L_f$  (рис. 3).

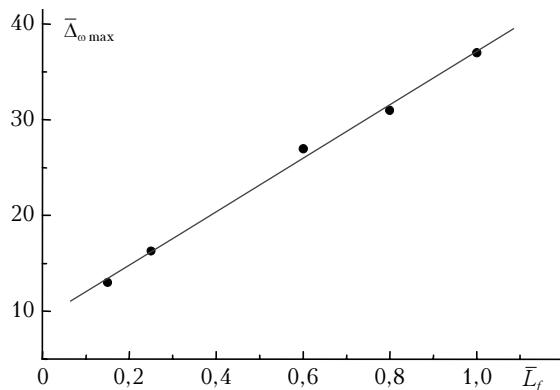


Рис. 3. Нормированная максимальная средняя ширина частотного спектра импульса  $\bar{\Delta}_{\omega_{\max}}$  в зависимости от длины светового филамента  $\bar{L}_f = L_f / L_R$ : точки – расчетные данные; сплошная линия – линейная регрессия

Важно отметить, что параметр  $L_f$  был определен как расстояние между первым и последним минимумами в показанной на рис. 1 зависимости  $R_{-1}(z)$ , т.е. при вариации начальной мощности импульса излучения  $P_0$ . При этом похожий результат получается и в случае изменения фокусного расстояния пучка при фиксированном уровне  $P_0$ , по-

скольку известно, что длина филаментов сокращается с увеличением остроты фокусировки [10]. Следовательно, зависимость (5) достаточно универсальна и верно отражает тот факт, что преумущественный рост спектральной ширины импульса происходит именно в зоне филаментации пучка, где максимальна его интенсивность, а сама величина  $\Delta_{\omega_{\max}}$  пропорциональна протяженности этой зоны.

## Энергия суперконтигуума

Знание законов эволюции эффективных величин  $\Delta_\omega$ ,  $\omega_{gr}$  при распространении лазерного импульса в среде позволяет рассчитать долю световой энергии, заключенную в высокочастотном и низкочастотном крыльях спектра, формирующихся в результате нелинейной фазовой самодуляции исходного излучения, или, другими словами, – энергию суперконтигуума  $E_{SC}$ . Действительно, исходя из гауссовой формы усредненного спектра импульса и задавая частоты границ суперконтигуума в «красном»  $\omega_- < \omega_{gr}$  и «синем» его крыльях  $\omega_+ > \omega_{gr}$ , получим следующее выражение для  $E_{SC}(z)$ :

$$E_{SC}(z) = 2T_e(z)E_0 \times \\ \times \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{\omega_+ - \omega_{gr}(z)}{\Delta_\omega(z)} \right) + \operatorname{erf} \left( \frac{-\omega_- + \omega_{gr}(z)}{\Delta_\omega(z)} \right) \right] \right\}, \\ \omega \in (-\infty; \omega_-] \cup [\omega_+; \infty), \quad (6)$$

где  $T_e(z) = E(z)/E_0$  – коэффициент передачи энергии излучения;  $\omega_+, \omega_-$  – граничные частоты суперконтигуума;  $\operatorname{erf}(x)$  – интеграл ошибок.

Значения нормированной энергии суперконтигуума  $\bar{E}_{SC} = E_{SC}/E_0$  в зависимости от длины светового филамента показаны на рис. 4.

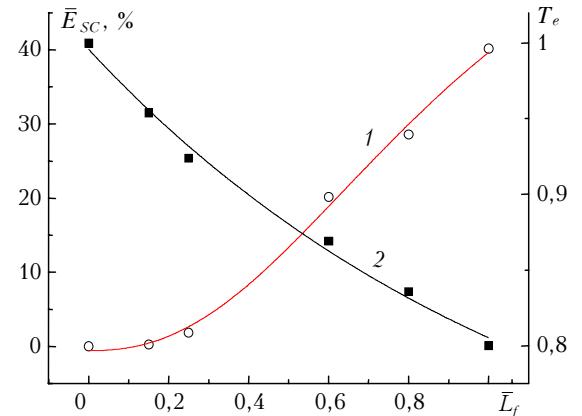


Рис. 4. Относительная энергия суперконтигуума  $\bar{E}_{SC}$  (1) и коэффициент передачи энергии пучка  $T_e$  (2) в зависимости от нормированной длины светового филамента  $\bar{L}_f$ : значки – расчетные данные; сплошные линии – спайлин-аппроксимация

При расчетах граничные частоты  $\omega_-$  и  $\omega_+$  задавались значениями, соответствующими длинам волн 850 и 750 нм, т.е. на границах спектра исходного

импульса, а значения  $T_e$  вычислялись в конце трассы  $z = 3$  для различной начальной мощности импульса. Из рис. 4 видно, что с увеличением длины светового филамента растут и значения  $\bar{E}_{SC}$ . В протяженных филаментах ( $\bar{L}_F > 0,4$ ) может происходить значительное преобразование энергии исходного излучения в энергию суперконтинуума. Очевидно, что в дальнейшем рост уровня этого преобразования будет сдерживаться увеличивающимися потерями энергии излучения на ионизацию среды.

### Спектральная угловая расходимость фемтосекундного лазерного излучения

При распространении мощного лазерного импульса в среде в режиме нестационарной самофокусировки наряду с изменением его спектральных и энергетических характеристик происходит трансформация и его углового спектра. Введем в рассмотрение спектральную угловую расходимость лазерного пучка  $\theta_\omega(z)$ , которая определяется через эффективную ширину пространственного спектра излучения в соответствующей спектральной области:

$$\theta_\omega^2(z) = \frac{\lambda_0}{2\pi} \left[ \frac{1}{E_\omega(z)} \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 k_\perp |S_\omega(k_\perp, z; \omega)|^2 |(k_\perp - k_g^\omega)|^2 \right]. \quad (7)$$

Здесь

$$S_\omega = \int_{-\infty}^{\infty} dt S(k_\perp, z, t) \exp(i\omega t),$$

$$S(k_\perp, z, t) = \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 r_\perp U(r_\perp, z, t) \exp(i k_\perp r_\perp)$$

— угловой спектр излучения;  $k_\perp = (k_x, k_y)$  — пространственные частоты;

$$E_\omega(z) = \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 k_\perp |S_\omega(k_\perp, z; \omega)|^2 = \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 r_\perp |F_\omega(r_\perp, z; \omega)|^2$$

— спектральная плотность энергии излучения;

$$k_g^\omega(z; \omega) = 1/E_\omega(z) \iint_{-\infty}^{\infty} d^2 k_\perp |S_\omega(k_\perp, z; \omega)|^2 k_\perp$$

— угловое положение центра тяжести пространственного спектра; полная энергия излучения

$$E(z) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega E_\omega(z). \quad \text{Запись (7) показывает, что бла-}$$

годаря нестационарности процесса самовоздействия (наведенные полем световой волны нелинейные изменения показателя преломления среды имеют временной масштаб, сравнимый с длительностью лазерного импульса) каждая спектральная составляющая светового импульса с частотой  $\omega$  имеет свою угловую расходимость  $\theta_\omega(z)$ .

Рассмотрим более детально угловое поведение спектральных компонент излучения СК, формирующееся при филаментации фемтосекундного светового пучка. Здесь следует выделить эффект так называемой конической эмиссии (КЭ) излучения в антистоксовом диапазоне спектра, сопровождающей филамент в воздухе. Визуально коническая эмиссия наблюдается в виде концентрических относительно оси пучка колец, окрашенных в цвета радуги от красного до зеленого [11–14]. Качественное и количественное объяснение данного эффекта наиболее полно было дано в [13] на основе механизма фазовой самодуляции излучения в образующейся на переднем фронте импульса плазме. В оптически плотных средах, таких как плавленый кварц [15] или вода [16], в качестве основной причины, приводящей к КЭ фемтосекундного излучения, выступает частотная дисперсия среды, которая и определяет угловое положение колец в зависимости от длины волны спектральной компоненты излучения СК.

На рис. 5 для примера показано характерное 2D-распределение в области пространственных  $|k_\perp|/k_0$  и временных  $\omega$  частот спектральной интенсивности фемтосекундного импульса  $|S_\omega(k_\perp; \omega)|^2$ , распространяющегося в воздухе.

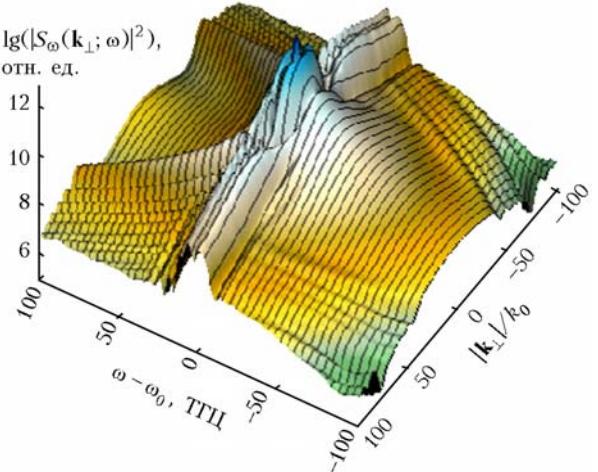


Рис. 5. Распределение спектральной интенсивности фемтосекундного импульса в области пространственных и временных частот при  $\eta = 5$  и  $z = 1,1$

Показанное распределение соответствует точке трассы, где существует филамент. Отчетливо видна различная форма поверхностей  $|S_\omega(k_\perp; \omega)|^2$  в стоксовой и антистоксовой областях спектра.

В «синем» крыле, образованном преимущественно плазменной нелинейностью среды, наблюдается линейная зависимость угловой координаты максимума спектральной интенсивности от частоты, что как раз и характерно для КЭ. В то же время угловое положение максимума функции  $|S_\omega(k_\perp; \omega)|^2$  для частот с «красным» смещением относительно  $\omega_0$

соответствует приосевому распространению стоксона излучения.

Однако, несмотря на отмеченные различия, поведение спектральной угловой расходимости излучения  $\theta_\omega(z)$ , определенной выражением (7), в обеих спектральных областях, как следует из рис. 6, оказывается подобным.

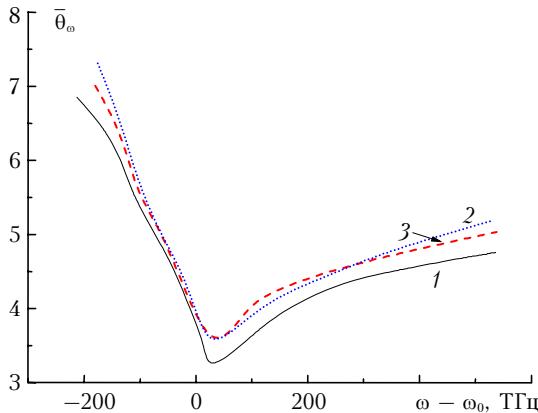


Рис. 6. Спектральная зависимость нормированной угловой расходимости излучения СК  $\bar{\theta}_\omega = \theta_\omega / \theta_D$  при фильтрации фемтосекундного импульса ( $\eta = 5$ ) в воздухе на различной дистанции  $z = 1,2$  (1);  $1,5$  (2);  $2,0$  (3).  $\theta_D$  – дифракционная расходимость пучка

Приведенные зависимости имеют  $V$ -образную форму с минимумом вблизи центральной частоты волнового пакета и более пологим «синим» крылом, обусловленным влиянием плазменной нелинейности.

Следует еще раз подчеркнуть, что спектральные составляющие с одним и тем же значением параметра  $|\omega - \omega_0|$  имеют близкую по порядку величины угловую расходимость, но интенсивности этих компонент локализованы в пространстве различным образом: антостоксова составляющая распространяется в виде концентрического кольца с максимумом интенсивности при  $|\mathbf{k}_\perp|/k_0 = \theta_\omega(\omega)$ , в то время как стоксова компонента СК за счет самонаведенной керровской линзы образует круг с центром на оси пучка. Именно по этой причине в экспериментах явление КЭ в ИК-крыле спектра фемтосекундного излучения, распространяющегося в воздухе, не фиксируется [12].

На рис. 6 видна еще одна особенность КЭ, впервые отмеченная в [12], а именно слабая зависимость углового положения колец вдоль филамента. Так, на представленном графике это изменение составляет меньше 10% при движении от начала к концу области фильтрации (кривые 1 и 2 на рис. 6), что указывает на относительную стабильность энергетических и размерных параметров филамента.

## Глобальная угловая расходимость фемтосекундной длительности лазерного пучка

Поведение расходимости в целом (глобальной угловой расходимости)  $\theta(z)$  описывается соотно-

шением, полученным путем усреднения по спектральной энергии излучения  $E_\omega(z)$  выражения (7). Таким образом, для квадрата параметра  $\theta(z)$  имеем

$$\theta^2(z) = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} E_\omega(z) d\omega \right]^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} E_\omega(z) \theta_\omega^2(z; \omega) d\omega. \quad (8)$$

В теории стационарной керровской самофокусировки лазерного излучения угловая расходимость пучка вплоть до его нелинейного фокуса определяется выражением [17]:

$$\theta^2(z) = \theta_D^2 + \frac{4\pi n_2}{P_0 c n_0} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \int d^2 r_\perp \mathbf{r}_\perp (\nabla I^2(\mathbf{r}_\perp, z=0) - \nabla I^2(\mathbf{r}_\perp, z)) \right],$$

где

$$\theta_D = 1/kR_0 \sqrt{(1 + 4L_R^2/F^2)}$$

– угловая расходимость пучка, обусловленная его дифракцией в линейной среде;  $I$  – интенсивность излучения.

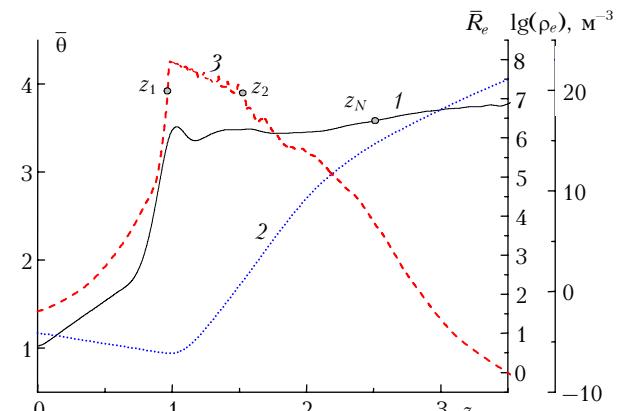


Рис. 7. Эволюция вдоль оптической трассы нормированной глобальной угловой расходимости пучка  $\bar{\theta} = \theta(z) / \theta_D$  (1), эффективного радиуса  $\bar{R}_e = R_e(z) / R_0$  (2) и пикивой плотности свободных электронов  $\rho_e$  (3) при распространении фемтосекундного импульса с  $\eta = 2$ . Точки на кривой (3) соответствуют условным границам существования светового филамента:  $z_1$  – координата начала филамента,  $z_2$  – его окончания;  $z_N$  – граница слоя нелинейности среды

На рис. 7 кривой 1 показана функция глобальной угловой расходимости пучка  $\theta(z)$  в зависимости от эволюционной переменной при фильтрации фемтосекундного лазерного излучения в воздухе. Керровская самофокусировка излучения сопровождается резким увеличением плотности энергии на оси пучка и лавинообразным ростом концентрации свободных электронов при фотоионизации среды с образованием плазмы (кривая 3). В нелинейном фокусе пучка (точка  $z_1$  на кривой 3 рис. 7) формируется световой филамент, и здесь же угловая расходимость достигает своего локального максимума. В качестве порога фильтрации

в расчетах был выбран уровень пиковой плотности электронов  $\rho_e = 10^{21} \text{ м}^{-3}$  [7].

Последующее за максимумом снижение глобальной расходимости пучка  $\bar{\theta}(z)$  соответствует этапу стабилизации филамента, когда плазменная нелинейность препятствует дальнейшему поперечному сжатию пучка, а его размер  $R_{\perp 1}$  колеблется около некоторого среднего уровня  $\sim 80 \text{ мкм}$  (см. рис. 1). Расчеты показывают, что в этой зоне пространственный профиль пучка имеет вид центрального пика, окруженного системой концентрических колец, образованных интерференцией полей периферии пучка и его центральной части при последовательных рефокусировках временных «срезов» импульса. Расходимость такого пучка выше начальной, среднее значение параметра  $\bar{\theta}$  составляет  $\sim 3,5$  (для начальной мощности  $\eta = 2$ ). Если сравнивать между собой абсолютные значения глобальной и спектральной расходимостей излучения в данной зоне, то видно, что угловой размер спектральных компонент излучения СК может быть в несколько раз выше, чем расходимость пучка в целом.

В дальнейшем по мере распространения лазерного импульса в среде модуляционная неустойчивость пучка совместно с дисперсионным распыливанием и энергетическими потерями на плазмообразование нарушают условия самоканализации поля вблизи оси и световой филамент прекращает свое существование (точка  $z_2$  на рис. 7).

Начиная с данной отметки, дифракционное расширение пучка превалирует над керровской фокусировкой, что приводит к постепенному исчезновению колец в поперечном профиле плотности энергии  $w(\mathbf{r}_{\perp})$ , к преобразованию его в унимодальное распределение и постепенному увеличению параметра  $\bar{\theta}$ .

После распада филамента происходят плавный рост параметра  $\bar{\theta}$  к концу трассы распространения и дальнейший выход, начиная с некоторой дистанции  $z_N$  (длины зоны нелинейности), на асимптотический уровень, что указывает на прекращение самовоздействия излучения в среде и формирование предельной расходимости пучка  $\bar{\theta}_{\infty}$ .

На рис. 7 также приведена зависимость эффективного радиуса пучка

$$R_e^2 = 1/E(z) \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \mathbf{r}_{\perp} I(\mathbf{r}_{\perp}, z; t') (\mathbf{r}_{\perp} - \mathbf{r}_{gr})^2$$

от нормированной дистанции распространения ( $\mathbf{r}_{gr}$  – радиус-вектор центра тяжести пучка).

Увеличение начальной мощности светового пучка сказывается и на его глобальной угловой расходимости  $\bar{\theta}$ . Так, на рис. 8 приведены характерные значения данного параметра в двух пространственных зонах: в начале области филаментации ( $z = 1$ ) и в конце трассы ( $z = 4$ ). Для обоих представленных участков наблюдается рост глобальной угловой расходимости  $\bar{\theta}$  с повышением

мощности излучения, что соответствует увеличению оптической силы формирующейся в среде нелинейной линзы.

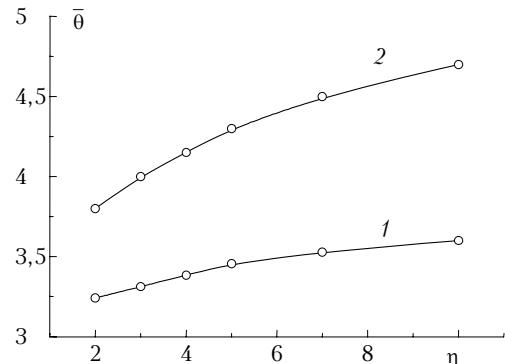


Рис. 8. Нормированная угловая расходимость пучка  $\bar{\theta}$  в зависимости от параметра начальной мощности  $\eta$ . Точки – расчетные данные; сплошные линии – сплайн-аппроксимация;  $z = 1$  (кривая 1),  $4$  (2)

## Заключение

Таким образом, на языке обобщенных параметров волнового пучка, численным путем было изучено поведение спектральных, энергетических и угловых характеристик суперконтинуума, формируемого лазерным фемтосекундным импульсом в воздухе. Установлено, что степень нелинейной трансформации частотного спектра ультракороткого лазерного импульса в результате его нестационарной самофокусировки после прохождения глобального нелинейного фокуса определяется длиной участка филаментации. В протяженных филаментах может происходить значительное преобразование энергии исходного излучения в энергию суперконтинуума, которое сдерживается только нелинейными потерями излучения на плазмообразование в среде. Угловое поведение фемтосекундного светового пучка при самовоздействии в воздухе характеризуется резким изменением его глобальной расходимости в области нелинейного фокуса, которое затем сменяется плавным увеличением углового размера пучка в зоне филаментации и формированием предельного угла расходимости. Эта предельная расходимость превышает начальную и возрастает с увеличением мощности излучения. Угловой размер спектральных компонент видимого и ИК-крыльев излучения суперконтинуума выше, чем усредненная по спектру расходимость пучка в целом.

Работа выполнена при финансовой поддержке комплексного интеграционного проекта 3.13 Президиума СО РАН, гранта РФФИ № 06-05-64799.

1. Кандидов В.П., Косарева О.Г., Можаев Е.И., Тамаров М.П. Фемтосекундная нелинейная оптика атмосферы // Оптика атмосф. и океана. 2000. Т. 13. № 5. С. 429–436.
2. Aközbek N., Scalora M., Bowden C.M., Chin S.L. White-light continuum generation and filamentation of ultra-short laser pulses in air // Opt. Commun. 2001. V. 191. N 3–6. P. 353–362.
3. Mejean G., Kasparian J., Yu J., Frey S., Salmon E., Wolf J.-P. Remote detection and identification of bio-

- logical aerosol using a femtosecond terawatt lidar system // Appl. Phys. B. 2004. V. 78. N 5. P. 535–537.
4. Гейнц Ю.Э., Землянов А.А., Креков Г.М., Крекова М.М., Матвиенко Г.Г. Распространение фемтосекундного лазерного излучения в облачном аэрозоле: моделирование методом Монте-Карло // Оптика атмосф. и океана. 2006. Т. 19. № 10. С. 827–834.
5. Землянов А.А., Гейнц Ю.Э. Филаментация мощного частотно-модулированного фемтосекундного лазерного импульса в атмосфере на вертикальной трассе // Оптика атмосф. и океана. 2005. Т. 18. № 10. С. 868–872.
6. Kasparian J., Sauerbrey R., Mondelain D., Niedermeier S., Yu J., Wolf J.-P., Andre J.-B., Franco M., Prade B., Tzortzakis S., Mysyrowicz A., Rodriguez M., Wille H., Woste L. Infrared extension of the supercontinuum generated by femtosecond terawatt laser pulses propagating in the atmosphere // Opt. Lett. 2000. V. 25. N 18. P. 1397–1399.
7. Землянов А.А., Гейнц Ю.Э. Интегральные параметры мощного фемтосекундного лазерного излучения при филаментации в воздухе // Оптика атмосф. и океана. 2005. Т. 18. № 7. С. 574–579.
8. Talebpour A., Petit S., Chin S.L. Re-focusing during the propagation of a focused femtosecond Ti:Sapphire laser pulse in air // Opt. Commun. 1999. V. 171. N 4–6. P. 285–290.
9. Nibbering E.T.J., Grillon G., Franco M.A., Prade B.S., Mysyrowicz A. Observation of the inertial contribution to the nonlinear refractive index of air, N<sub>2</sub>, and O<sub>2</sub> using nonfocused high-intensity femtosecond laser pulses // J. Opt. Soc. Amer. B. 1997. V. 14. N 3. P. 650–655.
10. Ахманов С.А., Выслух Б.А., Чиркин А.С. Оптика фемтосекундных импульсов. М.: Наука, 1988. 312 с.
11. Nibbering E.T.J., Curley P.F., Grillon G., Prade B.S., Franco M.A., Salin F., and Mysyrowicz A. Conical emission from self-guided femtosecond pulses in air // Opt. Lett. 1996. V. 21. N 1. P. 62–64.
12. Kandidov V.P., Kosareva O.G., Brodeur A., Chien C.Y., Chin S.L. Conical emission from laser-plasma interactions in the filamentation of powerful ultrashort laser pulses in air // Opt. Lett. 1997. V. 22. N 17. P. 1332–1334.
13. Голубцов И.С., Кандидов В.П., Косарева О.Г. Коническая эмиссия мощного фемтосекундного лазерного импульса в атмосфере // Оптика атмосф. и океана. 2001. Т. 14. № 5. С. 335–348.
14. Kandidov V.P., Kosareva O.G., Golubtsov I.S., Liu W., Becker A., Aközbek N., Bowden C.M., Chin S.L. Self-transformation of a powerful femtosecond laser pulse into a white-light laser pulse in bulk optical media // Appl. Phys. B. 2003. V. 77. N 2–3. P. 149–165.
15. Wasylczyk P., Wasilewski W., Trippenbach M., Radzewicz C. Observation of critical self focusing during propagation of femtosecond light pulses in bulk media // Proc. SPIE. 2005. V. 5949. P. 321–325.
16. Faccio D., Trapani P.D., Minardi S., Bramati A., Bragheri F., Liberale C., Degiorgio V., Dubietis A., Matijosius A. Far-field spectral characterization of conical emission and filamentation in Kerr media // J. Opt. Soc. Amer. B. 2005. V. 22. N 4. P. 862–869.
17. Зуев Б.Е., Землянов А.А., Копытин Ю.Д. Нелинейная оптика атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1989. 256 с.

**A.A. Zemlyanov, Yu.E. Geints. Spectral, energetic, and angular characteristics of the supercontinuum generated by femtosecond laser radiation in air.**

Transformation of spectral, energetic, and angular characteristics of a femtosecond light pulse in air was studied numerically under conditions of supercontinuum radiation generation. It is shown that the degree of the frequency spectrum transformation of an ultrashort laser pulse after its self-focusing, as well as a portion of the pulse energy transformed into the supercontinuum radiation are mainly determined by filament length. The angular size of a high-power femtosecond laser beam was found to increase sharply after crossing the range of the global nonlinear focus and then to increase smoothly in the filamentation zone, tending to the beam limiting angular divergence. The increase of the initial radiation power leads to a growing angular divergence. The angular divergence of spectral components of the supercontinuum visible and infrared radiation wings are higher than the spectrally averaged beam divergence as a whole. This excess is most expressed in the infrared spectral range, where it can reach two times.