

УДК 535.3

Положение плоскости максимального углового разрешения источников света в турбулентной атмосфере

Г.А. Филимонов, В.В. Дудоров, В.В. Колосов*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634021, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 20.12.2010 г.

Проведено численное моделирование распространения лазерного излучения через турбулентную атмосферу и фокусировки приемной апертурой. Выполнен поиск плоскости резкого изображения, в которой изображение имеет минимальную угловую ширину. Получена зависимость положения плоскости резкого изображения от силы атмосферной турбулентности. Для гауссовых пучков различной ширины проведено сравнение результатов расчетов с приближенными аналитическими и эмпирическими выражениями. Показано, что положение плоскости резкого изображения гауссовых пучков не зависит от силы турбулентности в режиме сильных флуктуаций показателя преломления.

Ключевые слова: оптика атмосферы, распространение лазерного излучения, плоскость резкого изображения, турбулентность, лазерный пучок, оптическое изображение; atmospheric optics, propagation of laser radiation, sharp image plane, turbulence, laser beam, optical imaging.

Введение

Исследования влияния атмосферной турбулентности на качество оптического изображения источников света не теряют актуальности более 40 лет. При наблюдении астрономических объектов через атмосферу, лазерном сопровождении объектов, передвижающихся в атмосфере, в задачах распознавания целей и др. основные свойства и характеристики объектов определяют непосредственно по их оптическому изображению. Искажения, вносимые атмосферной турбулентностью, приводят к ухудшению разрешения изображения и соответственно к ошибкам при определении характеристик наблюдаемого объекта [1–6]. Определение возможностей уменьшения искажающего влияния турбулентности позволяет повысить эффективность работающих в атмосфере оптических систем. В настоящей статье рассматривается вопрос определения положения плоскости максимального углового разрешения оптического изображения, где наблюдаемый источник света имеет минимальный угловой размер.

Положение плоскости минимального линейного размера изображения исследовалось в работах [7, 8]. Однако положения плоскостей минимального линейного и минимального углового размера изображения в общем случае не совпадают. Наша задача — исследование зависимости положения плоскости минимального углового размера изображения от силы турбулентных флуктуаций показателя пре-

ломления. Исследования проведены с помощью аналитических оценок и численного моделирования для плоской волны, точечного источника и гауссовых пучков различного радиуса.

1. Аналитические оценки для положения плоскости максимального углового разрешения

Пусть гауссов пучок с начальным распределением поля

$$E(\mathbf{r}) = E_0 \exp \left\{ -\frac{r^2}{2a^2} - ik \frac{r^2}{2F} \right\} \quad (1)$$

($r = \{x, y\}$ — радиус-вектор в плоскости, перпендикулярной оси распространения; a — радиус пучка; F — начальный радиус кривизны волнового фронта; $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число) распространяется через однородную турбулентную атмосферу, проходит через апертуру приемного телескопа радиусом $2a_t$ с функцией пропускания

$$A(\mathbf{r}) = \exp \left\{ -r^2 / (2a_t^2) \right\} \quad (2)$$

и фокусируется линзой с фокусным расстоянием F_t .

Определим эффективный радиус и кривизну волнового фронта пучка в плоскости приемной апертуры. Эти характеристики необходимы для того, чтобы оценить положение плоскости резкого изображения пучка (1) за фокусирующей линзой приемного телескопа.

Чтобы определить радиус пучка и кривизну волнового фронта на дистанции z , где располагает-

* Григорий Алексеевич Филимонов (fga@iao.ru); Вадим Витальевич Дудоров (dvv@iao.ru); Валерий Викторович Колосов (kvv@iao.ru).

ся приемная апертура, необходимо решить уравнение для функции когерентности поля $\Gamma_2(z, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle E(z, \mathbf{r}_1)E^*(z, \mathbf{r}_2) \rangle$:

$$2ik \frac{\partial \Gamma_2}{\partial z} + (\Delta_{\mathbf{r}_1} - \Delta_{\mathbf{r}_2})\Gamma_2 + i \frac{\pi k^3}{2} H(z, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)\Gamma_2 = 0, \quad (3)$$

где

$$H(z, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = 2 \int \Phi_{\varepsilon}(z, |\mathbf{k}|) [1 - \cos \mathbf{k}\boldsymbol{\rho}] d\mathbf{k};$$

$\Phi_{\varepsilon}(z, |\mathbf{k}|)$ – трехмерный спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости; $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$.

В монографии [9] получено решение (3) для средней интенсивности поля $I_0(z=L) = \Gamma_2(L, 0, 0)$ на оси пучка, прошедшего через слой однородной турбулентности. Предполагая, что излучение на приемной апертуре имеет гауссову форму, для случая, когда турбулентное уширение пучка превосходит дифракционное (асимптотика Рытова), можно записать его эффективный радиус в виде

$$a_{ef1}^2(z=L) = a^2 \left[\left(1 - \frac{L}{F}\right)^2 + \frac{L^2}{k^2 a^4} \left(1 + 1,1 \frac{a^2}{\rho_f^2}\right) \right], \quad (4)$$

где $\rho_f = (1,45 C_n^2 k^2 L)^{-3/5}$ – радиус когерентности плоской волны.

Если также предположить, что гауссова форма пучка сохраняется вдоль всей дистанции распространения, то можно воспользоваться соотношением между эффективным радиусом пучка и эффективной кривизной волнового фронта, полученным в безабберационном приближении [10]:

$$F_{ef1} = a_{ef1} \left(\frac{\partial a_{ef1}}{\partial L} \right)^{-1} = 2a_{ef1}^2 \left(\frac{\partial a_{ef1}^2}{\partial L} \right)^{-1}. \quad (5)$$

Подставляя (4) в (5), получаем

$$F_{ef1} = \frac{ka_{ef1}^2}{\frac{L}{ka^2} \left(1 + 1,8 \frac{a^2}{\rho_f^2}\right) - \frac{ka^2}{F} \left(1 - \frac{L}{F}\right)}. \quad (6)$$

Другой подход к нахождению эффективной кривизны волнового фронта излучения на приемной апертуре приведен в [11], где при интегрировании (3) используется следующая параболическая аппроксимация функции H :

$$\begin{aligned} & \exp \left\{ -\rho_f^{-5/3} \int_0^1 \frac{C_n^2(\xi L)}{C_n^2} |\xi \boldsymbol{\rho} + (1-\xi)\boldsymbol{\rho}|^{5/3} d\xi \right\} = \\ & = \exp \left\{ -\rho_f^{-2} \int_0^1 \left[\frac{C_n^2(\xi L)}{C_n^2} \right]^{6/5} |\xi \boldsymbol{\rho} + (1-\xi)\boldsymbol{\rho}|^2 d\xi \right\}. \end{aligned}$$

Это позволяет получить решение (3) в виде

$$\Gamma_2(L, \mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = |E_0^2| \left(\frac{a}{a_{ef2}} \right)^2 \exp \left\{ -\frac{\rho^2}{4\rho_{ef}^2} - \frac{R^2}{a_{ef2}^2} + ik \frac{\mathbf{R}\boldsymbol{\rho}}{F_{ef2}} \right\}, \quad (7)$$

где $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$; ρ_{ef} – эффективный радиус когерентности излучения; a_{ef2} – эффективный радиус усредненного пучка; F_{ef2} – эффективная кривизна волнового фронта:

$$a_{ef2}^2 = a^2 \left[\left(1 - \frac{L}{F}\right)^2 + \frac{L^2}{k^2 a^4} \left(1 + \frac{4}{3} \frac{a^2}{\rho_f^2}\right) \right]; \quad (8)$$

$$F_{ef2} = \frac{ka_{ef2}^2}{\frac{L}{ka^2} \left(1 + 2 \frac{a^2}{\rho_f^2}\right) - \frac{ka^2}{F} \left(1 - \frac{L}{F}\right)}. \quad (9)$$

Отметим, что a_{ef2} и F_{ef2} отличаются от выражений (4) и (6), полученных в первом подходе, лишь коэффициентами перед турбулентными слагаемыми.

Зная эффективную кривизну волнового фронта, падающего на приемную апертуру, положение плоскости максимального углового разрешения гауссова пучка за линзой приемного телескопа $l_{\min\theta} = \min_l(a_{ef}(l)/l)$ найти достаточно просто:

$$1/l_{\min\theta} = 1/F_t - 1/F_{ef}. \quad (10)$$

Если для определения положения плоскости максимального углового разрешения по аналогии с [10] использовать не абсолютную l (расстояние от линзы), а относительную координату $X = L/l(1/F_t - 1)$, то выражение (10) преобразуется к более простому виду

$$X_{\min\theta} = L/F_{ef}. \quad (11)$$

В случаях плоской и сферической волн турбулентность не меняет кривизну среднего волнового фронта излучения. Следовательно, получаем для плоской волны $F_{ef} = \infty$, $X_{\min\theta} = 0$, для сферической волны $F_{ef} = L$, $X_{\min\theta} = 1$ независимо от силы турбулентности, длины трассы и длины волны излучения.

Для ограниченных пучков формула (11) определяет зависимость положения плоскости максимального углового разрешения от параметров пучка, длины трассы и силы турбулентности. На рис. 1 представлены аналитические зависимости $X_{\min\theta}$ от параметра Рытова $\beta_0^2 = 2,9(L/kr_0^2)^{5/6}$, где

$$r_0 = \left(\int_0^L C_n^2(z) dz \right)^{-3/5} - \text{радиус Фрида. Представлены}$$

зависимости для трех ограниченных пучков различного радиуса. Видно, что при увеличении β_0^2 плоскость максимального углового разрешения удаляется от приемной апертуры. При этом оба представленных выше приближенных подхода определяют насыщение $X_{\min\theta}$ в области сильной турбулентности, однако различные приближения, используемые в них, приводят к различным значениям уровня насыщения.

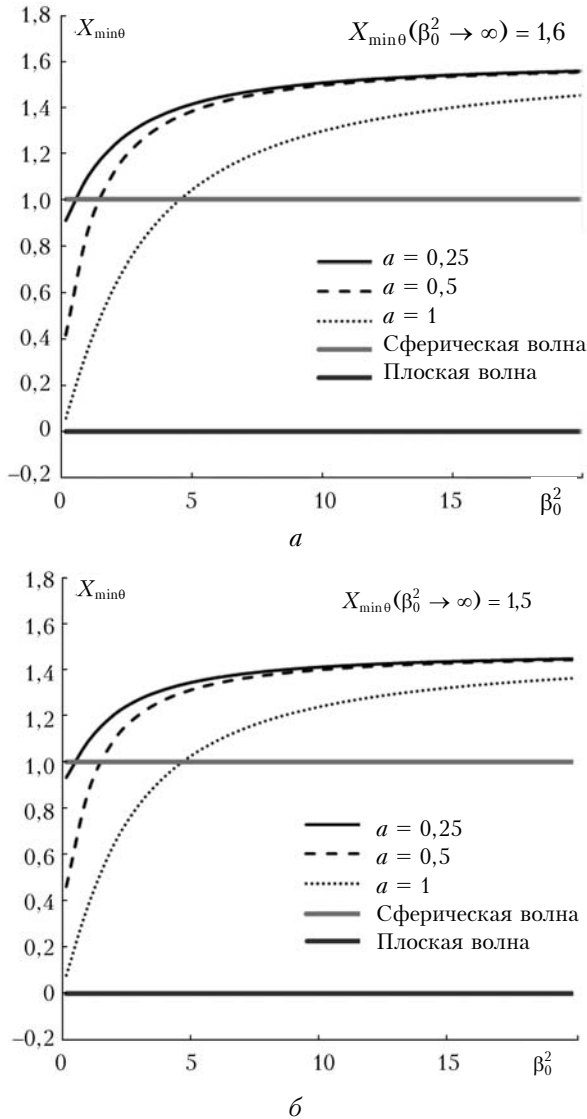


Рис. 1. Позиция плоскости резкого изображения в зависимости от параметра Рytова β_0^2 в рамках подходов (4)–(6) (а) и (8), (9) (б) для пучков радиусами $a = 0,25; 0,5; 1a$, а также для точечного источника и плоской волны; $ka_t^2/L = 5$

Если в выражениях (4)–(6) и (8), (9) устремить ρ_f^2 к нулю (случай сильных флуктуаций), то после подстановки в (11) получим, что для ограниченных пучков $X_{\min\theta}$ будет стремиться к 1,6 в первом подходе (4)–(6) или к 1,5 во втором подходе (8), (9).

Насыщение $X_{\min\theta}$ на уровне 1,5 фактически означает, что максимальная кривизна среднего волнового фронта для наблюдаемых ограниченных пучков любого радиуса будет соответствовать сферическому волновому фронту от точечного источника, расположенного в 1,5 раза ближе наблюдаемого пучка.

Таким образом, аналитические подходы предсказывают, что для плоской и сферической волн

положение плоскости максимального углового разрешения является постоянным. Для ограниченных лазерных пучков в отсутствие турбулентности положение плоскости максимального углового разрешения $X_{\min\theta}$ может принимать значения в интервале (0; 1). При увеличении силы турбулентности плоскость максимального углового разрешения удаляется от приемной апертуры и в области сильных флуктуаций ($\beta_0^2 \gg 1$) $X_{\min\theta}$ испытывает насыщение на уровне 1,5–1,6.

2. Сравнение результатов численных расчетов и аналитических оценок

В разд. 1 представлены аналитические подходы, позволяющие оценить положение плоскости максимального углового разрешения для различных источников света. Поскольку аналитические оценки были сделаны с использованием различных приближений, то для проверки их точности был выполнен ряд численных экспериментов.

В численных экспериментах моделировалось распространение лазерного пучка через турбулентную атмосферу, прохождение через приемную апертуру и свободное распространение на дистанцию l . Угловой размер изображения вычислялся как

$$\theta = \frac{\langle a_{ef} \rangle}{l},$$

где

$$a_{ef} = \left(\frac{2\langle P \rangle}{\pi\langle I_0 \rangle} \right)^{1/2};$$

$\langle P \rangle$ – средняя мощность излучения, проходящего через приемную апертуру; $\langle I_0 \rangle$ – средняя интенсивность излучения на оси на расстоянии l от приемной апертуры. Усреднение проводилось по ансамблю 1000–2000 реализаций турбулентной атмосферы для пучков радиуса a от 0,25 до 0,8 a_t и значений параметра Рytова β_0^2 от 0 до 20. Атмосферная турбулентность моделировалась набором из 20 случайных фазовых экранов размерностью 256 × 256 точек. Для наиболее адекватного моделирования турбулентности создавались турбулентные экраны с большим внешним масштабом турбулентности $L_0 = 60a_t$. Для ускорения времени расчетов применялись технология распараллеливания вычислений OpenMP и библиотека Intel MKL.

На рис. 2 представлено сравнение аналитических зависимостей положения плоскости максимального углового разрешения от параметра Рytова с результатами численного моделирования для пучков различного радиуса.

Численные эксперименты подтвердили характер зависимости, предсказанный аналитическими оценками, а также насыщение $X_{\min\theta}$ в области сильной турбулентности на уровне, близком к 1,5.

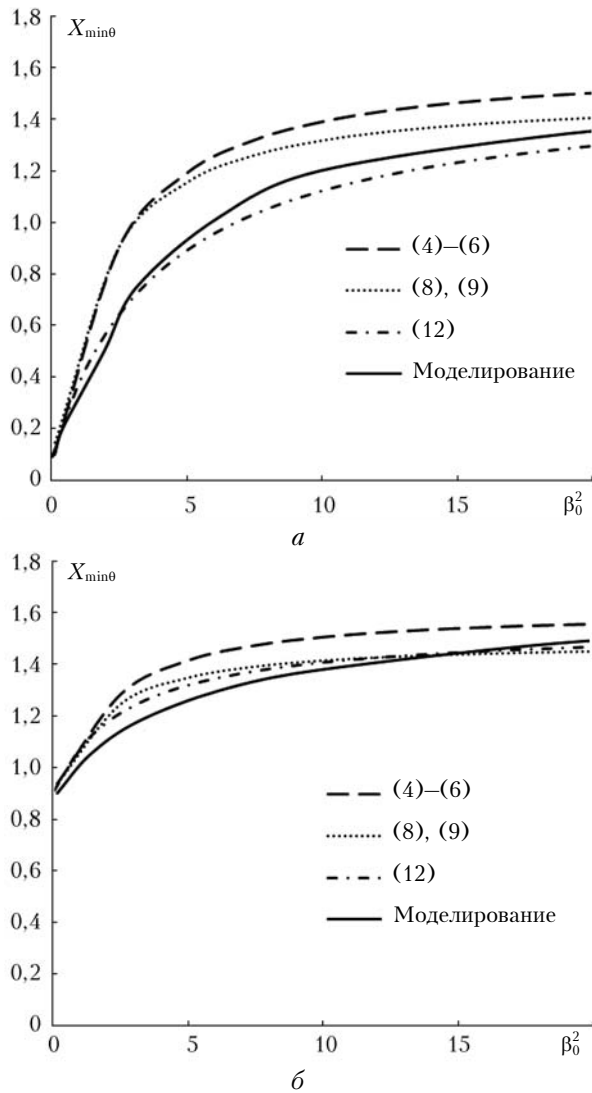


Рис. 2. Численные расчеты позиции плоскости резкого изображения в зависимости от параметра Рытова для пучков с радиусами $a = 0,8a_t$ (а) и $0,25a_t$ (б)

Однако стоит отметить, что в области $\beta_0^2 \leq 10$ наблюдается существенное (более 25%) расхождение результатов численного моделирования с аналитическими оценками, основанными на обоих приближенных подходах (4)–(6) и (8), (9). Чтобы уменьшить это расхождение, при оценке положения плоскости максимального углового разрешения ограниченных пучков в однородной турбулентной среде предлагаем использовать следующую эмпирическую формулу:

$$X_{\min\theta} = \frac{L \left[\frac{L}{ka^2} \left(1 + 0,77 \frac{a^{5/3}}{\rho_f^{5/3}} \right) - \frac{ka^2}{F} \left(1 - \frac{L}{F} \right) \right]}{ka^2 \left[\left(1 - \frac{L}{F} \right)^2 + \frac{L^2}{k^2 a^4} \left(1 + 0,5 \frac{a^{5/3}}{\rho_f^{5/3}} \right) \right]}. \quad (12)$$

Зависимость, вычисленная с помощью (12), также приведена на рис. 2. Видно, что отличие ре-

зультатов расчетов по формуле (12) от результатов моделирования не превышает 10% в области $\beta_0^2 \leq 20$.

Заключение

Рассмотрен вопрос о положении плоскости максимального углового разрешения изображения различных источников света при наблюдениях через турбулентную атмосферу. Информация о положении этой плоскости позволит определить оптимальное расположение матрицы фотодетекторов за линзой телескопа приемной оптической системы.

С использованием аналитических оценок (6) и (9) установлено, что в случае пространственно-ограниченных пучков при усилении турбулентных флуктуаций плоскость максимального углового разрешения смещается по направлению от приемной апертуры. В области сильных флуктуаций показателя преломления ($\beta_0^2 \gg 1$) положение плоскости максимального углового разрешения испытывает насыщение на уровне $X_{\min\theta} = 1,5 \div 1,6$. Для плоской волны и точечного источника положение плоскости максимального углового разрешения фиксировано и не зависит от β_0^2 .

Средствами численного моделирования произведена проверка точности аналитических подходов к вычислению положения плоскости максимального углового разрешения. Установлено, что в области $\beta_0^2 \leq 10$ наблюдается существенное (более 25%) расхождение результатов численного моделирования с аналитическими оценками. Предложена новая эмпирическая формула (12) для расчета положения плоскости максимального углового разрешения.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (Госконтракт № 14.740.11.0899).

1. Harvey J.E., Reddy S.P., Phillips R.L. Precision pointing and tracking through random media by exploitation of the enhanced backscatter phenomenon // Appl. Opt. 1996. V. 35, N 21. P. 4220–4228.
2. Higgs Ch., Barclay H.T., Murphy D.V., Primmerman Ch.A. Atmospheric Compensation and Tracking Using Active Illumination // Lincoln Laboratory Journal. 1998. V. 11, N 1. P. 5–26.
3. Haker S., Sapiro G., Tannenbaum A., Washburn D. Missile tracking using knowledge-based adaptive thresholding: Tracking of high speed projectiles // Proc. Int. Conf. Image Process. 2001. V. 1. P. 786–789.
4. Teare S.W., Restaino S.R. Introduction to image stabilization // SPIE Press, 2006. 98 p.
5. Steinval O. Performance of laser tracking of small targets during turbulence and beam jitter // Opt. Eng. 2004. V. 43, N 7. P. 1609–1621.
6. Andrews L., Philips R. Laser beam propagation through random media. SPIE Press, 2005. 782 p.
7. Бельский М.С., Лукин В.П., Миронов В.Л., Покасов В.В. Когерентность лазерного излучения в атмосфере. Новосибирск: Наука, 1985. 175 с.

8. Зув В.Е., Банах В.А., Покасов В.В. Оптика турбулентной атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1988. 270 с.
9. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 464 с.
10. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1979. 384 с.
11. Миронов В.Л. Распространение лазерного излучения в турбулентной атмосфере. Новосибирск: Наука, 1981. 248 с.

G.A. Filimonov, V.V. Dudorov, V.V. Kolosov. **Position of the sharp-image plane for light sources in the turbulent atmosphere.**

The propagation of laser radiation through the turbulent atmosphere and its focusing by a receiving optics has been simulated numerically. The sharp-image plane, where the image of a light source has the minimum angular size, is searched. The dependence of the sharp-image plane position on the atmospheric turbulence strength is studied. The results of numerical simulation are compared with approximate analytical and empiric estimates. It is shown that the position of the sharp-image plane is determined by a constant for a plane wave, point source, and all limited laser beams within the region of strong turbulent fluctuations.