

Оптимизация волновой расстройки при эффективной генерации второй гармоники

В.О. Троицкий*

*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1*

Поступила в редакцию 31.07.2019 г.

Теоретически исследуется задача о генерации второй гармоники (ГВГ) в одноосном нелинейном кристалле. Основное внимание уделено оценкам влияния величины волновой расстройки на эффективность ГВГ. Представленные результаты показывают, что оптимальное значение волновой расстройки существенным образом зависит и от мощности, и от выбранного способа фокусировки лазерного излучения в нелинейный кристалл. Предложен достаточно быстро реализуемый алгоритм численного решения задачи оптимизации волновой расстройки. Продемонстрирована возможность использования указанного алгоритма для анализа высокоэффективной ГВГ, включая ситуации, когда КПД нелинейного преобразования достигает своего максимального значения.

Ключевые слова: генерация второй гармоники, высокая плотность мощности лазерного излучения, численные методы, оптимизация волновой расстройки; second harmonic generation, high density of laser radiation power, numerical methods, optimization of wave detuning.

Введение

Теоретическое исследование процессов генерации оптических гармоник в нелинейных кристаллах сводится, как известно [1, 2], к решению соответствующих систем нелинейных волновых уравнений, что возможно только при наличии определенной априорной информации. К ней в первую очередь относятся сведения о характеристиках нелинейной среды и параметрах взаимодействующих волн (например, на входе в кристалл – граничные условия). В общем случае, когда решение указанной системы уравнений предполагает использование численных методов, необходимо предварительно задать еще один параметр, который обычно [1] называют волновой расстройкой и обозначают символом Δ_k .

В частном случае, который и будет рассматриваться в настоящей работе, – генерация второй гармоники (ГВГ) в отрицательном одноосном кристалле – величина волновой расстройки определяется следующим образом [1]:

$$\Delta_k = 2k(n_2^e - n_{1o}), \quad (1)$$

где $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$, $n_{1o} = n_o(\omega)$, $n_2^e = n_o(2\omega)n_e(2\omega) / \sqrt{n_e^2(2\omega)\cos^2\theta + n_o^2(2\omega)\sin^2\theta}$, n_o и n_e – главные показатели преломления одноосной среды, зависящие от частоты ω основного излучения, которое распространяется под углом θ к оптической оси кристалла.

Если процесс ГВГ происходит в условиях, когда дифракцией взаимодействующих волн на длине нелинейного кристалла можно пренебречь, то величина

Δ_k (1) обычно выбирают равной нулю. Именно в этом случае (ГВГ при точном выполнении условия синхронизма) фазовые скорости взаимодействующих волн оказываются одинаковыми и эффективность ГВГ достигает своего максимального значения. Если поперечные размеры лазерного пучка в кристалле становятся достаточно малыми и влияние дифракции возрастает, то максимум эффективности ГВГ достигается уже не при точном выполнении условия синхронизма, а при некоторой оптимальной волновой расстройке ($\Delta_k = \Delta_{k\text{opt}} < 0$). При этом понятно, что $\Delta_{k\text{opt}}$ зависит от способа фокусировки лазерного пучка в кристалл. Впервые это обстоятельство было отмечено в [3]. Достаточно детально влияние величины волновой расстройки на эффективность ГВГ исследовалось в [4].

Основной вывод [3, 4] сводится к тому, что в общем случае выбор величины Δ_k подразумевает решение некоей задачи оптимизации, конечно, если речь идет о реализации максимальной эффективности ГВГ. В ситуациях, когда мощность основного излучения мала и для решения нелинейной задачи можно использовать приближение заданного поля (ПЗП) [1, 2], процесс оптимизации волновой расстройки легко алгоритмируется и реализуется достаточно быстро. Именно в указанном приближении и проводились исследования в [3, 4]. Некоторые результаты, полученные в ПЗП, обсуждаются в разд. 2 настоящей работы.

Определенные сложности решения задачи оптимизации параметра (1) возникают тогда, когда для получения высоких эффективностей ГВГ (десять процентов) лазерное излучение необходимо достаточно жестко фокусировать в объем нелинейного кристалла. В таких ситуациях уже нельзя пренебречь

* Владимир Олегович Троицкий (qel@iao.ru).

дифракцией, полагая, что $\Delta_k \text{opt} \rightarrow 0$ и, кроме того, уже нельзя использовать ПЗП, т.е. привлекать достаточно простые решения, приведенные, например, в [5]. В принципиальном плане задача оптимизации сложнее не становится, но ее реализация может потребовать слишком много времени, так как процесс численного решения (с достаточно хорошей точностью) исходной системы нелинейных уравнений (для каждого произвольно заданного значения Δ_k) оказывается весьма продолжительным. Ситуация усугубляется еще и тем, что для определения величины $\Delta_k \text{opt}$ вышеуказанный процесс необходимо реализовать несколько десятков раз (тем больше, чем выше желаемая точность оптимизации).

Попытка обойти указанную проблему была предпринята в работе [6], где исследовалась высокоэффективная ГВГ (т.е. ПЗП заведомо непригодно) при цилиндрической фокусировке лазерного пучка в кристалл. Использование такого способа фокусировки позволяет больше чем на порядок ускорить процесс численного решения нелинейной задачи и, следовательно, уменьшить время, необходимое для определения величины $\Delta_k \text{opt}$, до приемлемого уровня. К сожалению, цилиндрическая фокусировка является хотя и интересным для практики, но не исчерпывающим случаем. Поэтому и обозначенную проблему в общем случае следует по-прежнему считать нерешенной. Тем не менее результаты, представленные в [6], позволили сделать принципиальный для настоящих исследований вывод: величина $\Delta_k \text{opt}$ зависит не только от способа фокусировки лазерного излучения в нелинейную среду, но и от его мощности. Другими словами, задача оптимизации волновой расстройки должна решаться каждый раз заново при изменении любого из параметров основного излучения, будь то способ фокусировки лазерного пучка или его мощность.

Из вышесказанного следует, что для успешного проведения исследований процессов высокоэффективной генерации гармоник первым и обязательным условием представляется решение следующей задачи. Необходимо разработать методику, позволяющую с требуемой точностью и достаточно быстро проводить оценку величины оптимальной волновой расстройки для максимально широкого диапазона комбинаций исходных условий. На решение этой задачи и нацелена настоящая работа, разумеется, применительно к конкретной, но весьма распространенной на практике ситуации. Постановка задачи подробно обсуждается в разд. 1. Понятно, что разработка требуемой методики возможна только на основе результатов исследования зависимостей величины $\Delta_k \text{opt}$ от параметров фокусировки и мощности основного излучения, что стало еще одной целью работы. Некоторые наиболее важные в практическом плане результаты приведены в разд. 3.

1. Постановка задачи и методика расчетов

Запланированные исследования проводились для наиболее типичной задачи теории генерации гармоник лазерного излучения. Рассматривался ква-

зистатический [1] режим ГВГ импульсами прямоугольной формы в квадратично нелинейном одноосном однородном отрицательном кристалле без поглощения при скалярном «оое»-взаимодействии. Поле ВГ на входе в кристалл считалось отсутствующим. Предполагалось, что лазерное излучение, распространяющееся вдоль оси Z декартовой системы координат, является параксиальным пространственно когерентным и монохроматическим пучком.

Лазерное излучение (с длиной волны $\lambda = 510,6$ нм), которое для упрощения расчетов считалось имеющим гауссово распределение амплитуды и плоский волновой фронт, фокусировалось в кристалл оптической системой, состоящей из двух скрещенных цилиндрических линз (L_x и L_y). L_x имеет фокусное расстояние f_x и фокусирует пучок в плоскости XZ (в этой же плоскости располагалась и оптическая ось среды). L_y с фокусным расстоянием f_y фокусирует пучок в плоскости YZ . Именно такой способ фокусировки обеспечивает максимальную эффективность ГВГ, по крайней мере, в том случае, когда речь идет о приближении заданного поля [7]. «Жесткость» фокусировки определялась с помощью параметров [1]:

$$\xi_x = L / (kn_{10}\rho_x^2), \quad \xi_y = L / (kn_{10}\rho_y^2), \quad (2)$$

где $k = \omega/c$ — волновое число в вакууме; L — длина кристалла; ρ_x и ρ_y — радиусы перетяжек, создаваемые линзами L_x и L_y . Последние располагались на таких различных расстояниях до кристалла, чтобы положение перетяжек от обеих линз совпадало с его центром (плоскость $z = L/2$). Чем больше величины (2), тем сильнее фокусируется лазерный пучок. В настоящей работе считалось, что параметры фокусировки могут варьироваться в диапазонах $0,0001 \leq \xi_x \leq 0,3$; $0,0001 \leq \xi_y \leq 4$. Более сильная фокусировка вряд ли позволит добиться максимальной эффективности линейного преобразования.

В качестве нелинейной среды был выбран кристалл ВВО длиной 1 см. Кристалл считался помещенным в вакуум. Преломление основного излучения и ВГ на входной и выходной гранях кристалла учитывалось [8]. Влияние отраженных волн на процесс ГВГ считалось пренебрежимо малым. Необходимые характеристики нелинейной среды рассчитывались с помощью дисперсионных уравнений, представленных в [9].

Суть расчетов, результаты которых будут представлены далее, состояла в следующем. При заданных значениях параметров фокусировки (2) и мощности лазерного излучения (импульсной или средней) простым перебором (с шагом $D\Delta_k$) находилась такая величина волновой расстройки ($\Delta_k = \Delta_k \text{opt} < 0$), при которой эффективность ГВГ ($\eta(\Delta_k) = 100\% \times P_2(\Delta_k) / P_0$, где P_2 — мощность ВГ после кристалла; P_0 — мощность основного излучения до кристалла) достигала своего максимального значения. Точность оптимизации считалась достаточной, если эффективность $\eta[\Delta_k \text{opt} \pm D\Delta_k]$ отличалась от максимального значения $\eta[\Delta_k \text{opt}]$ меньше чем на 1%. Понятно, что при таком подходе решение задачи оптимизации будет приближенным с точностью, сильно

зависящей (как будет показано ниже) от выбранных исходных условий — мощности лазерного излучения и «жесткости» фокусировки. Максимальная величина шага $D\Delta_k$, которая еще обеспечивала выполнение выбранного критерия и, следовательно, определяла точность решения, варьировалась в проведенных численных экспериментах пределах от $\sim 0,6$ до $\sim 0,02 \text{ см}^{-1}$.

Далее величину волновой расстройки Δ_k будем определять с помощью безразмерного параметра (приведенная волновая расстройка)

$$\Delta_{k0} = \Delta_k L / 2. \quad (3)$$

Мощность лазерного излучения будем задавать с помощью еще одного безразмерного параметра

$$u \equiv |L\sigma A_{0m}|, \quad (4)$$

где σ — коэффициент нелинейной связи [1]; A_{0m} — амплитуда преломленного «линейного» поля в плоскости $z = L/2$ (внутри кристалла).

Из вышесказанного следует, что выполнение запланированных исследований сводится к отысканию только эффективности ГВГ при различных комбинациях исходных условий указанной нелинейной задачи. В этом случае, как было показано в [10], для проведения необходимых вычислений можно использовать упрощенную численную схему, позволяющую найти КПД нелинейного преобразования с достаточно хорошей точностью и достаточно быстро. Последнее обстоятельство стало решающим аргументом в пользу проведения обсуждаемых исследований. Использование других возможных вариантов решения этой нелинейной задачи привело бы, скорее всего, либо к неразумному увеличению времени проведения необходимого, достаточно большого, объема расчетов, либо к недопустимому возрастанию ошибки.

Упомянутая выше численная схема (схема 1), с помощью которой были получены все представленные в настоящей работе результаты, позволяет оценить искомые величины мощностей основного излучения $P_{1t}(N_1, N_2)$ и ВГ $P_{2t}(N_1, N_2)$ на произвольной плоскости после кристалла следующим образом [10]:

$$P_{1t}(N_1, N_2) = \frac{O_E(N_1)P_1(N_2) - O_E(N_2)P_1(N_1)}{O_E(N_1) - O_E(N_2)}, \quad (5)$$

$$P_{2t}(N_1, N_2) = \frac{O_E(N_1)P_2(N_2) - O_E(N_2)P_2(N_1)}{O_E(N_1) - O_E(N_2)}. \quad (6)$$

Здесь $P_{1,2}(N_1)$ и $P_{1,2}(N_2)$ также определяют мощности взаимодействующих волн после кристалла, но полученные в результате использования другой, методологически более строгой, численной схемы (схема 2), которая сводится [11] к реализации рекуррентного процесса сначала с числом шагов N_1 (в результате находятся мощности $P_{1,2}(N_1)$), а затем — с числом шагов N_2 (что позволяет определить мощности $P_{1,2}(N_2)$). Отметим, что в настоящей работе всегда считалось выполненным условие $N_2 = 2N_1$.

Легко показать (это отмечалось в [10]), что численная схема 1 является консервативной. Это означает, что для любого суммарного числа шагов $N_S = N_1 + N_2$ будет выполняться равенство

$$P_{1t}(N_1, N_2) + P_{2t}(N_1, N_2) = P = (T_1 T_2)^2 P_0, \quad (7)$$

где P — мощность «линейного» поля на основной частоте после кристалла; $T_1 = 2 / (1 + n)$, $T_2 = 2n / (1 + n)$ — коэффициенты преломления на входной выходной грани кристалла [8] в ситуациях, когда $n_2^e \approx n_{1o} \equiv n$ (нелинейное взаимодействие осуществляется при малых волновых расстройках). В то же время рекуррентный процесс схемы 2, в результате которого находятся мощности $P_{1,2}(N_1)$ и $P_{1,2}(N_2)$, консервативным не является. Поэтому закон сохранения энергии при использовании такого способа решения задачи будет выполняться с ошибкой $O_E(N)$, величина которой зависит от выбранного числа шагов приблизительно как $1/N$ [11]:

$$O_E(N) = 100\% \cdot (P - P_1(N) - P_2(N)) / P. \quad (8)$$

Именно ошибки (8) и входят в (5), (6). В [10, 11] было показано, что точность решения нелинейной задачи с использованием и схемы 1 и 2 возрастает при увеличении числа шагов итераций, но с разной скоростью. В частности, результат использования (5), (6) сходится к условно точному решению нелинейной задачи (точные аналитические представления для мощностей взаимодействующих полей известны только для ГВГ плоской волны) в отдельных, практически интересных случаях почти на порядок быстрее. Другими словами, мощности $P_{1,2}(N = 1000)$ и $P_{1t,2t}(N_S = N_1 + N_2 = 100)$ будут с приблизительно одинаковыми ошибками отличаться от «условно точных» значений мощностей взаимодействующих полей. Причем в обоих случаях величина этих ошибок будет увеличиваться при возрастании параметра (4).

Специфика проводимых исследований состояла в том, что схема (5), (6) использовалась для описания процессов ГВГ в условиях, когда мощность основного излучения изменялась в очень широких пределах. Следовательно, в достаточно широких пределах изменялась и точность оценок. Чтобы сохранить величину ошибок на приблизительно постоянном уровне, в ходе проведения расчетов по мере увеличения мощности при необходимости увеличивалось суммарное число шагов (N_S) численной схемы 1. При этом использовался следующий критерий. Выбранное число шагов считалось достаточно большим (точность решения считалась удовлетворительной), если при его удвоении результат расчета эффективности ГВГ изменялся меньше чем на 1%. Если изменения оказывались больше 1%, то число N_S удваивалось и вновь проводилась проверка на выполнение критерия, и так до тех пор, пока требуемая точность не будет достигнута. Все расчеты начинались с $N_S = 60$.

2. Приближение заданного поля

Особое место в теории генерации гармоник занимают задачи, по условиям которых эффективность

ГВГ является настолько незначительной, что исходное лазерное излучение в процессе нелинейного преобразования практически не теряет свою энергию. Другими словами, поле на основной частоте можно с большой точностью считать невозмущенным или заданным. В силу этого исходная система двух нелинейных волновых уравнений, если речь идет о ГВГ, превращается в два отдельных уравнения: однородное («линейное») уравнение для основного излучения, решаемое стандартным образом при заданных до кристалла граничных условиях, и неоднородное (теперь с известной правой частью), определяющее поле ВГ [7]. Благодаря этому такие нелинейной задачи всегда имеют точные аналитические решения (разумеется, в квадратурах), которые в отдельных случаях можно привести к достаточно простому виду.

Наиболее простой вид решение задачи о ГВГ в ПЗП принимает в том случае, когда основное излучение является гауссовым пучком. При этом «линейное» поле на основной частоте в любой точке внутри кристалла описывается хорошо известным соотношением [2], а поле ВГ определяется интегралом по продольной координате в пределах от нуля до L . После определенных предположений указанный интеграл превращается в так называемую формулу Бойда–Клейнмана [3]. Если лазерное излучение не является гауссовым, то «линейное» поле на основной частоте внутри кристалла определяется двукратным интегралом от заданных (до кристалла) граничных условий, а поле ВГ — пятикратным интегралом.

Для негауссовых пучков объем необходимых вычислений многократно уменьшается, если решение «линейной» задачи (поле на основной частоте) сначала найти для плоскости наблюдения, расположенной на произвольном расстоянии позади кристалла, а затем использовать полученное решение (т.е. функцию $A_{1Л}(x, y, L_0)$) в качестве нового граничного условия, с которым необходимо решать систему нелинейных уравнений. При таком подходе [5] поле ВГ (на той же плоскости наблюдения позади кристалла) будет определяться только трехкратным интегралом. Конечный результат можно сделать еще проще, если потребовать, чтобы плоскость наблюдения располагалась на бесконечно большом расстоянии после кристалла. В последнем случае для амплитуды поля ВГ на плоскости наблюдения $L_0 = L + z_0$ находим [5]:

$$A_2(x_0, y_0, L) = \sigma L(k / \pi z_0 T_2) \exp[-i(\pi + Q_0)] \times \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A_{1Л}(x - x_0, y - y_0, L_0) \times \\ \times A_{1Л}(x + x_0, y + y_0, L_0) \operatorname{sinc}(Q) dx dy, \quad (9)$$

$$\text{где } \operatorname{sinc}(Q) \equiv \frac{\sin Q}{Q}; \quad Q = C1 + C2 + C3 = \Delta_{k0} - \frac{2kx_0 p L}{R_x} +$$

$$+ 2 \left[\xi_x \left(\frac{x}{a_x} \right)^2 + \xi_y \left(\frac{y}{a_y} \right)^2 \right]; \quad Q_0 = C1 + C2.$$

Для проводимых исследований основная ценность решения (9) состоит в том, что оно в принципе показывает, в каких ситуациях оптимизация приведенной волновой расстройки (слагаемое $C1$ в (9)) может оказать заметное влияние на эффективность процесса ГВГ. Эти моменты обсуждаются в [4] и сводятся к следующему. Слагаемые $C1$, $C2$ и $C3$, входящие в (9), определяют, соответственно, влияние следующих основных эффектов, ограничивающих эффективность ГВГ: волновая расстройка на осевой части пучка, диафрагменный апертурный эффект (ДАЭ) [1] и фазовое рассогласование взаимодействующих волн, обусловленное дифракцией (или сдвиг фазы (СФ) [2]). Обратившись к (9), легко увидеть, что при прочих равных условиях эффективность ГВГ будет тем больше, чем меньше окажется сумма $C_S = C1 + C2 + C3$. Поскольку слагаемое $C3$ всегда остается положительным, минимизация C_S возможна за счет выбора оптимальной приведенной волновой расстройки, которая, очевидно, должна быть отрицательной.

Не составляет труда показать, что чем больше сумма параметров фокусировки $\xi_x + \xi_y$ (чем сильнее влияние СФ), тем выше практическая значимость оптимизации волновой расстройки. В [4] рассмотрены ситуации, когда оптимизация Δ_{k0} позволяет увеличить эффективность ГВГ на ~70%. Наоборот, если $\xi_x + \xi_y$ уменьшается, то значимость процесса оптимизации волновой расстройки уменьшается. Например, для случаев $(\xi_x + \xi_y) < 0,1$ величину $\Delta_{k0 \text{ opt}}$ можно с хорошей точностью считать равной нулю. В этих ситуациях выигрыш

$$V = 100\% \cdot \frac{\eta(\Delta_{k0} = 0) - \eta[\Delta_{k0} = \Delta_{k0 \text{ opt}}]}{\eta(\Delta_{k0} = 0)} \quad (10)$$

не будет превышать ~0,1%.

Используя (9), можно строго показать, что оптимальная волновая расстройка практически не зависит от слагаемого $C2$. В то же время величина последнего сильно влияет на выигрыш (10). Чем сильнее влияние диафрагменного апертурного эффекта (чем больше слагаемое $C2$), тем слабее зависимость эффективности ГВГ от Δ_{k0} . Это связано с тем, что знак слагаемого $C2$ в пределах апертуры пучка ВГ на плоскости наблюдения L_0 меняется в зависимости от знака x_0 . Потому скомпенсировать совместный эффект, обусловленный влиянием и ДАЭ, и СФ (т.е. сумму $C2 + C3$), за счет подбора подходящей волновой расстройки можно только для одной конкретной точки наблюдения с фиксированной координатой x_0 .

Все качественные рассуждения, приведенные выше, можно легко подтвердить результатами прямых расчетов с использованием (9), но это уже будет выходить за рамки исследований, которым посвящена настоящая работа. В плане же обсуждаемых вопросов наибольший интерес представляют результаты, приведенные на рис. 1, которые показывают, как в ПЗП величина оптимальной волновой расстройки зависит от исходных условий задачи, т.е. от значений параметров фокусировки (2).

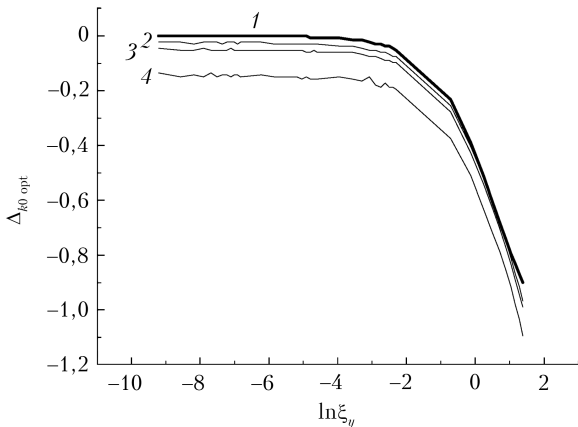


Рис. 1. Зависимость оптимальной приведенной волновой расстройки от ξ_y в ПЗП для четырех значений ξ_x : 0,0001 (1); 0,05 (2); 0,1 (3); 0,3 (4)

Расчеты проводились по методике, обсуждавшейся в разд. 1, в предположении (исключительно для уменьшения времени работы программы), что основное излучение является гауссовым пучком. В силу этого для поля ВГ использовалось не общее выражение (9), а аналогичное, но более простое решение, приводимое в [11]. Диапазоны изменения параметров ξ_x и ξ_y определены ранее. Показанные зависимости хорошо иллюстрируют вышесказанное и дополнительные комментарии, по-видимому, не требуют.

Проведенные расчеты реализуют цели запланированных исследований, сформулированную во введении к настоящей работе, но только касательно низкоэффективной ГВГ, т.е. в ситуациях, когда применимо ПЗП и функции распределения амплитуды и фазы поля ВГ не зависят от мощности основного излучения. Следовательно, от величины последней не зависят и результаты, представленные на рис. 1, что, разумеется, справедливо с точностью до некоторой ошибки, которая будет возрастать по мере увеличения мощности основного излучения. Для проведения строгих оценок необходимо отказаться от ПЗП и искать решение теперь уже системы нелинейных волновых уравнений, что позволит корректно учесть возмущения обоих взаимодействующих полей и посмотреть, как это отразится на величине оптимальной волновой расстройки. Результаты исследований в этом направлении представлены далее.

3. Общий случай

На рис. 2 представлены зависимости оптимальной величины приведенной волновой расстройки от параметра (4) (т.е. от мощности лазерного излучения, падающего на нелинейный кристалл). Результаты расчетов приведены для нескольких комбинаций параметров фокусировки (2). В ходе исследований величина параметра (4) увеличивалась до тех пор, пока эффективность ГВГ не достигала значений, близких к максимальным ($u \rightarrow u_{opt}$). В ситуациях, рассмотренных на рис. 2, эти максимальные значения КПД варьировались в диапазоне от ~70% до ~80%. Обсуждение вопросов, связанных с зависимостью эффективности ГВГ от параметров фокусировки, выходит за рамки настоящей работы.

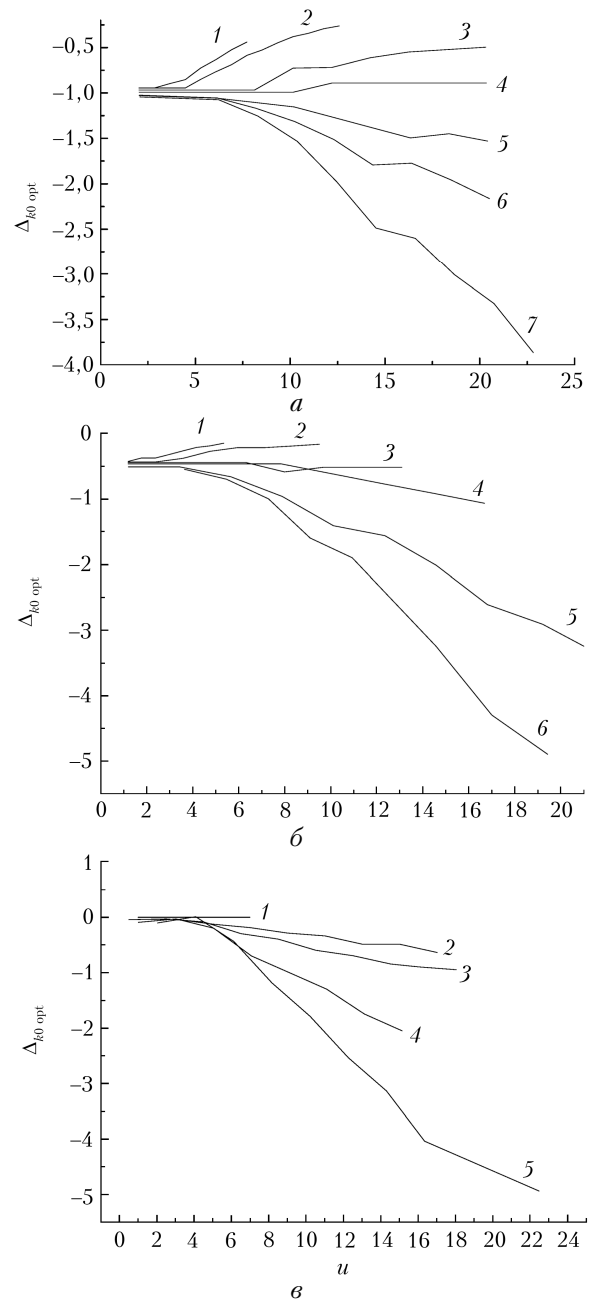


Рис. 2. Зависимость оптимальной приведенной волновой расстройки от u для нескольких комбинаций параметров ξ_x и ξ_y : a — $\xi_y = 4$, $\xi_x = 0,0001$ (1), 0,01 (2), 0,05 (3), 0,09 (4), 0,15 (5), 0,2 (6), 0,3 (7); $б$ — $\xi_y = 1$, $\xi_x = 0,0001$ (1), 0,01 (2), 0,06 (3), 0,1 (4), 0,2 (5), 0,3 (6); $в$ — $\xi_y = 0,0001$, $\xi_x = 0,0001$ (1), 0,07 (2), 0,1 (3), 0,2 (4), 0,3 (5)

Все расчеты проводились по методике, рассмотренной в разд. 1, т.е. использовалась численная схема 1, опирающаяся на выражения (5), (6). Для того чтобы обеспечить выполнение критерия применимости схемы 1, предложенного в разд. 1 (при удвоении числа шагов КПД изменяется меньше чем на 1%), суммарное число шагов $N_S = N_1 + N_2$ из (5), (6) приходилось, в зависимости от рассматриваемых ситуаций, варьировать в пределах от 60 до 540. Как и следовало ожидать [10], наиболее сложными для расчетов (N_S должно быть достаточно большим)

оказываются случаи, когда ξ_x , ξ_y и u стремятся к своим максимальным значениям.

Результаты, приведенные на рис. 2, подтверждают ожидаемый [6] вывод: величина оптимальной волновой расстройки сильно зависит от мощности основного излучения. Однако это справедливо с точностью до одного исключения: для каждого значения параметра $0,0001 \leq \xi_y \leq 4$ можно указать такое значение параметра $\xi_x = \xi_0(\xi_y)$, при котором величина $\Delta_{k0 \text{ opt}}$ от мощности практически не зависит. Из приведенных на рис. 2 результатов, в частности, следует, что $\xi_0(\xi_y = 4) \approx 0,09$; $\xi_0(1) \approx 0,04$; $\xi_0(0,0001) \approx 0$. Используя это обстоятельство (существование некоего особого, или «пограничного», значения параметра фокусировки $\xi_0(\xi_y)$), в представленных на рис. 2 зависимостях можно увидеть некую систему. Получается, что во всех случаях, когда $\xi_x > \xi_0$, параметр $\Delta_{k0 \text{ opt}}$ возрастает при увеличении мощности основного излучения. Если же $\xi_x < \xi_0$, то, наоборот, оптимальная расстройка становится тем меньше, чем меньше величина параметра (4). Последнее заключение качественно согласуется с результатами, полученными в [6]. Отклонение $\Delta_{k0 \text{ opt}}$ от ее значения при $u \rightarrow 0$ оказывается тем больше, чем больше u и чем сильнее ξ_x отличается от ξ_0 в ту или иную сторону.

Понятно, что по мере уменьшения мощности лазерного излучения величины $\Delta_{k0 \text{ opt}}$ должны стремиться к тем значениям, которые получены в ПЗП (см. рис. 1), и результаты, приведенные на рис. 2, это строго подтверждают. Если речь идет об оценках эффективности ГВГ, то условно считается [1], что ПЗП можно использовать до тех пор, пока КПД не будет превышать 1%. При этом и ошибка такой оценки (по сравнению со строгим решением, например, по схеме 1 или схеме 2) также будет, что легко показать, меньше или порядка 1%. Применительно к рассматриваемой задаче ситуация оказывается принципиально иной: область применимости ПЗП существенно расширяется. Исследования (см. рис. 2), показали, что величина оптимальной волновой расстройки остается неизменной (в пределах выбранной точности расчетов) до значений эффективности ГВГ $\sim 40\%$. Из сказанного следует, что простая методика, с помощью которой были получены зависимости на рис. 1, может с успехом использоваться и для исследований достаточно эффективной ГВГ, что уже представляет значительный практический интерес.

Отмеченное выше значение КПД $\sim 40\%$, которое определяет «границу применимости ПЗП» для оценок $\Delta_{k0 \text{ opt}}$, соответствует случаю, когда ξ_x стремится к максимальной (в рамках проведенных исследований) величине $\sim 0,3$. Для случаев $\xi_x \rightarrow 0,0001$ «граничное значение КПД» возрастает до $\sim 60\%$. Здесь эти результаты в явном виде не приводятся по той причине, что объяснить их пока не представляется возможным. Как, впрочем, не поддается объяснению и поведение зависимостей на рис. 2. Можно предположить, что изменение величины оптимальной волновой расстройки связано с возмущениями амплитуд и фаз волн на основной частоте и частоте ВГ, которые, очевидно, тем существеннее, чем выше

эффективность нелинейного процесса. К сожалению, попытки установить какую-то уверенную корреляцию между характером указанных возмущений и характером поведения зависимостей на рис. 2 пока оказались безуспешными.

В силу вышеуказанных причин было решено в рамках настоящей работы ограничиться констатацией наблюдаемых закономерностей поведения величины оптимальной волновой расстройки. Детальный анализ характера установленных зависимостей станет предметом уже следующей работы.

Основное практическое значение проведенных исследований состоит, по-видимому, в разработке алгоритма, позволяющего достаточно оперативно оценить величину $\Delta_{k0 \text{ opt}}$ для любой комбинации исходных параметров (2) и (4) из оговоренных выше диапазонов. Суть указанного алгоритма сводится к тому, что задача оптимизации решается в два этапа. На первом определяется диапазон значений волновой расстройки (подходящей ширины), в котором должна располагаться искомая величина $\Delta_{k0 \text{ opt}}$. При этом используется та же самая схема 1, но с меньшим числом шагов $N_S = N_1 + N_2$ и, что самое главное, с более редкой сеткой поперечных координат. За счет этого скорость вычислений возрастает приблизительно на порядок, но и ошибки вычислений становятся недопустимо большими. Именно поэтому на первом этапе определяется не сама величина $\Delta_{k0 \text{ opt}}$, а только начальный диапазон, в котором по методике, изложенной в разд. 1, на втором этапе находится оптимальная величина волновой расстройки. На настоящий момент такой алгоритм представляется наиболее удачным с точки зрения реализации компромисса между скоростью и точностью расчетов; именно таким образом были получены результаты, представленные на рис. 2.

На рис. 3 показаны зависимости нормированной на максимум эффективности ГВГ от волновой расстройки Δ_{k0} (так называемые кривые синхронизма [1]). Для большего удобства на этих графиках величина Δ_{k0} определялась следующим образом:

$$\Delta_{k0} = \Delta_{k0 \text{ opt}} + S \cdot D, \quad (11)$$

где $\Delta_{k0 \text{ opt}}$ определялась так же, как и на рис. 2, $-0,1 \leq D \leq 0,1$; величины коэффициента S (приведены на рис. 3) варьировались в диапазоне от 1 до 12.

Зависимости на рис. 3 позволяют сформулировать несколько практически важных выводов.

Зависимость эффективности ГВГ от величины волновой расстройки становится тем более сильной, чем меньше ξ_x . Рис. 3 показывает, что справедливость сказанного не зависит от эффективности нелинейного преобразования. Что касается ПЗП, такой характер зависимостей легко объяснить, обратившись к (9).

Зависимость эффективности ГВГ от величины волновой расстройки усиливается и при увеличении мощности основного излучения. Это справедливо для любых комбинаций параметров ξ_x и ξ_y . В то же время легко увидеть, что ширина кривых синхронизма по мере увеличения мощности уменьшается тем заметнее, чем меньше ξ_x .

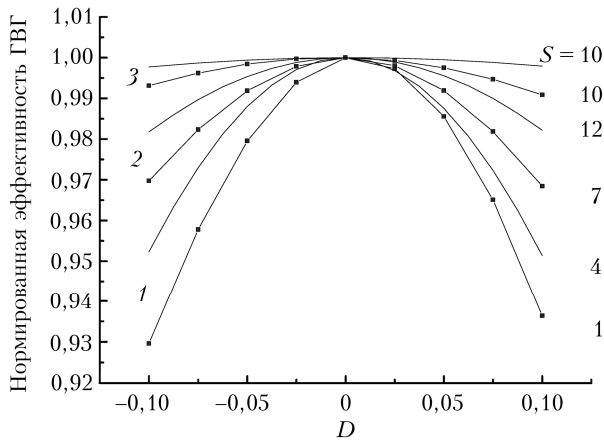


Рис. 3. Зависимость нормированной эффективности ГВГ от величины приведенной волновой расстройки (от параметра D из (11)) при $\xi_y = 1$, $\xi_x = 0,0001$ (1), 0,05 (2), 0,3 (3). Сплошные линии относятся к случаю $u \rightarrow 0$; линии с символами — $u \rightarrow u_{\text{opt}}$

Формы кривых синхронизма слабо зависят от параметра фокусировки ξ_y . По этой причине на рис. 3 показаны результаты только для случая $\xi_y = 1$. От величины ξ_y сильно зависит только само значение оптимальной волновой расстройки. В справедливости последнего заявления можно убедиться, обратившись к рис. 2.

Важно отметить, что результаты, приведенные на рис. 3, позволяют получить представление о том, с каким шагом должна работать программа оптимизации волновой расстройки. Например, легко увидеть, что самый большой шаг ($\sim 0,3$, разд. 1) можно использовать в ситуациях, когда $\xi_x \rightarrow 0,3$; $u \rightarrow 0$. Наоборот, самый маленький шаг ($\sim 0,01$) использовался в тех случаях, когда $\xi_x \rightarrow 0,0001$; $u \rightarrow u_{\text{opt}}$.

Заключение

Предложена методика, базирующаяся на численном решении системы нелинейных волновых уравнений и позволяющая с заданной точностью и достаточно оперативно определять величину оптимальной волновой расстройки при реализации процесса генерации второй гармоники лазерного излучения в одноосном нелинейном кристалле. Эта методика позволяет охватить достаточно широкий диапазон исходных условий, представляющих практический интерес. Под исходными условиями понимаются: продольный размер отрицательного кристалла, способ фокусировки лазерного пучка в кристалл, определяемый параметрами фокусировки двух скрещенных цилиндрических линз, и мощность лазерного излучения. В проведенных исследованиях предполагалось, что последняя может увеличиваться,

по крайней мере, до тех пор, пока эффективность ГВГ не достигнет своего максимального значения.

Рассматривался наиболее простой случай прямоугольного импульса лазерного излучения. Оставаясь в рамках квазистатического приближения, предложенную методику можно без каких-либо принципиальных изменений использовать и для задач о ГВГ импульсами произвольной формы.

Все результаты настоящей работы были получены в предположении, что исходное лазерное излучение является гауссовым пучком. Исследование зависимостей эффективности ГВГ и, следовательно, величины оптимальной волновой расстройки от формы поперечного профиля основного излучения планируется на ближайшее будущее. Также пока не рассматривалась и возможность обобщения предложенной методики на другие типы нелинейных процессов (генерация суммарных и разностных частот), в том числе и в положительных кристаллах.

1. Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В. Прикладная нелинейная оптика. М.: Физматлит, 2004. 512 с.
2. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1990. 432 с.
3. Boyd G.D., Kleinman D.A. Parametric interaction of focused Gaussian light beams // J. Appl. Phys. 1968. V. 39, N 8. P. 3597–3639.
4. Троцкий В.О. Особенности генерации второй гармоники лазерного излучения при углах синхронизма, близких к 90° // Оптика атмосфер. и океана. 2010. Т. 23, № 7. С. 601–607.
5. Троцкий В.О. Генерация второй гармоники лазерного излучения в одноосных кристаллах. Варианты решения задачи в приближении заданного поля // Оптика атмосфер. и океана. 2010. Т. 23, № 4. С. 281–286.
6. Троцкий В.О. Некоторые вопросы оптимальной фокусировки при генерации второй гармоники в нелинейных кристаллах. Часть 2. Результаты численных расчетов // Оптика атмосфер. и океана. 2015. Т. 28, № 10. С. 941–949.
7. Колосов В.В., Троцкий В.О. Оптимальная фокусировка пучка при генерации второй гармоники в одноосном кристалле. Приближение заданного поля // Оптика атмосфер. и океана. 2007. Т. 20, № 2. С. 106–114.
8. Колосов В.В., Троцкий В.О. Параксиальное приближение для задачи распространения пучков в плосколоистой среде // Оптика атмосфер. и океана. 2005. Т. 18, № 9. С. 754–759.
9. Kato K. Second harmonic generation to 2048 Å in β -BaB₂O₄ // IEEE J. Quant. Electron. 1986. V. QE-22, N 7, P. 1013–1014.
10. Колосов В.В., Троцкий В.О. Приближенная методика решения задачи о генерации второй гармоники в нелинейных кристаллах. Часть 2 // Оптика атмосфер. и океана. 2019. Т. 32, № 12. С. 1012–1019.
11. Колосов В.В., Троцкий В.О. Приближенная методика решения задачи о генерации второй гармоники в нелинейных кристаллах. Часть 1 // Оптика атмосфер. и океана. 2019. Т. 32, № 12. С. 1001–1011.

V.O. Troitskii. Optimization of wave detuning during effective second harmonic generation.

Second harmonic generation (SHG) in a nonlinear uniaxial crystal is theoretically studied. The main attention is paid to the estimation of the wave detuning effect on the SHG efficiency. The results presented confirm a strong dependence of the optimal value of wave detuning on the laser radiation power and a way of its focusing in a nonlinear crystal. A quite rapid algorithm is suggested for the numerical solution of the wave detuning optimization problem. The applicability of this algorithm to the analysis of highly efficient SHG is shown, including situations where the nonlinear conversion efficiency attains its maximum.