

Э.И. Наац, А.Г. Боровой, У.Г. Оппель

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК РАССЕЯНИЯ СВЕТА НЕСФЕРИЧЕСКИМИ ЧАСТИЦАМИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

Описана программа для расчета характеристик рассеяния света несферическими частицами произвольной формы в приближении геометрической оптики. Проводятся результаты расчета дифференциального сечения рассеяния и элементов матрицы рассеяния для модельных частиц сложной формы.

Проблема рассеяния света кристаллическими частицами льда, зачастую присутствующими в облаках, становится одной из актуальных проблем атмосферной оптики [1]. С одной стороны, это связано с тем, что для корректного расчета теплового баланса Земли и, следовательно, для численных моделей долгосрочного прогноза погоды требуется знать более точное значение облачных индикатрис (или матриц) рассеяния, где учитывалось бы рассеяние не только на каплях воды, но и вклад от кристаллических частиц [2]. С другой стороны, при лидарном зондировании облаков наличие кристаллических частиц существенно искажает параметры принимаемого сигнала и для корректного восстановления микрофизических параметров также требуется знать матрицу рассеяния света на кристаллических частицах облаков [3–7].

Поскольку размеры кристаллических частиц облаков много больше длины волны света, то естественно рассматривать проблему рассеяния на отдельной частице в приближении геометрической оптики. Кроме того, требуется учитывать, что формы ледяных кристаллов в облаке довольно разнообразны и могут быть достаточно сложными в результате слипания.

Для расчета характеристик рассеяния света несферическими частицами сложной формы в приближении геометрической оптики авторами разработана компьютерная программа LASPAS (Large Angle Scattering by Particle of Arbitrary Shape). Программа основана на методе трассировки лучей, который заключается в прослеживании рассеяния большого количества лучей на произвольно ориентированной в пространстве несферической частице. Падающая волна берется плоской и, в общем случае, эллиптически поляризованной. Частицы считаются слабо поглощающими, что справедливо для облачных частиц. Программа позволяет рассчитать вектор-параметр Стокса рассеянной волны, который затем используется для расчета матрицы рассеяния.

Геометрия в задаче рассеяния

Геометрия задачи представлена на рис. 1. Форма частицы задается в сферической системе координат функцией $r(\theta, \varphi)$, $0 < r \leq r_{\max}$, $0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. Кроме того, вводится декартова система

координат, начало которой находится внутри частицы и совпадает с началом сферической системы координат. Ориентация частицы задается поворотами относительно данных декартовых осей координат. Направление падения геометрических лучей совпадает с положительным направлением оси Z . Характеристики рассеяния (дифференциальное сечение рассеяния, вектор-параметры Стокса рассеянных лучей) определяются в сферической системе координат.

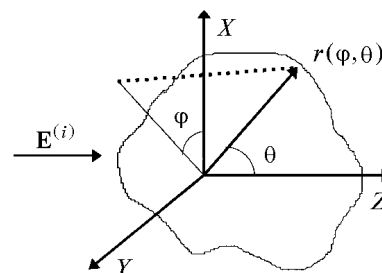


Рис. 1. Система координат, используемая в задаче рассеяния

Расчет характеристик рассеяния методом трассировки лучей

В общем случае падающая волна эллиптически поляризована. Для каждого падающего луча вектор электрического поля представляется в виде

$$\mathbf{E}^{(i)} = \mathbf{A}^{(i)} \exp(ik\mathbf{s}^{(i)} \cdot \mathbf{r}), \quad (1)$$

где вектор $\mathbf{s}^{(i)} = (0, 0, 1)$ задает направление луча; $\mathbf{A}^{(i)} = (A_x^i, A_y^i, 0)$ – комплексная амплитуда с компонентами $A_x^i = a_x \exp(i\delta_x)$, $A_y^i = a_y \exp(i\delta_y)$. Вещественные фазы δ_x , δ_y определяют состояние поляризации электрического вектора падающего луча; a_x , a_y – вещественные амплитуды, которые выбираются таким образом, чтобы энергия каждого луча была единичной. Аналогично (1) определяются векторы электрического поля, соответствующие отраженному и преломленному лучам. При этом направления преломленного и отраженного лучей определяются согласно законам отражения и преломления, а соответствующие амплитуды векторов преобразуются согласно формулам Френеля [8].

Основными рассчитываемыми характеристиками рассеяния являются дифференциальное сечение рассеяния и вектор-параметр Стокса рассеянного излучения. В программе LASPAS метод трассировки лучей реализовывался следующим образом. Для каждого падающего на частицу геометрического луча задается начальная или стартовая точка $P_1(x_1, y_1, z_1)$. Стартовая точка лежит в некоторой плоскости, перпендикулярной направлению распространения и расположенной на некотором расстоянии от частицы (рис. 2). Координаты стартовой точки берутся в области, ограниченной контуром проекции частицы на данную плоскость. При этом координаты x_1, y_1 разыгрываются по методу Монте-Карло для получения равномерного распределения стартовых точек внутри данной области. Затем для луча намечается вторая точка $P_2(x_2, y_2, z_2)$ на сфере, окружающей данную частицу. Как правило, луч не достигает данной точки, встречая на своем пути поверхность частицы, за исключением случая скользящего падения.

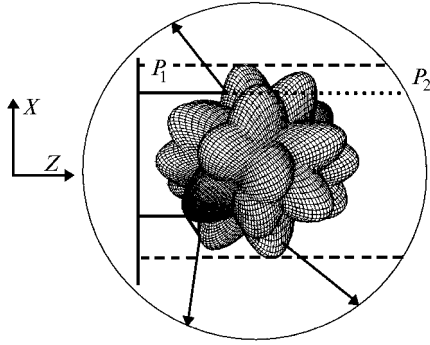


Рис. 2. Метод трассировки лучей

Расстояние между точками P_1 и P_2 делится на некоторое число шагов (типичное значение 200–300). Продвигаясь в заданном направлении на каждом шаге, программа проверяет, находится текущая точка внутри или вне частицы. При пересечении поверхности частицы численно определяются точные координаты точки пересечения. В данной точке определяется (в общем случае численно) внешняя нормаль к поверхности. Затем решается задача отражения и преломления луча с использованием законов отражения и преломления, а также формул Френеля. Аналогично для каждого луча, преломленного и отраженного, проводится такая же трассировка вдоль направления распространения до момента пересечения с поверхностью частицы или с окружающей частицу сферой. Данная процедура повторяется до тех пор, пока энергия луча не станет меньше некоторого заданного порогового значения. На некоторых траекториях, образованных многократным полным внутренним отражением, амплитуда на луче может убывать очень медленно. Для таких случаев вводится также ограничение на число отражений от поверхности час-

тицы. Таким образом, каждый падающий луч порождает каскад выходящих из частицы лучей.

Лучи, которые достигли малой сферы, окружающей частицу, используются для определения рассеянного поля. Для этого окружающее частицу пространство разбивается на телесные углы следующим образом:

$$\Delta\Omega_{kl} = \sin\theta_k \Delta\theta \Delta\varphi,$$

$$\Delta\theta = \pi/M, \Delta\varphi = \pi/M; \theta_k = \Delta\theta/2 + \Delta\theta k;$$

$$\varphi_l = \Delta\varphi/2 + \Delta\varphi l; \quad (2)$$

$$k = 0, 1, \dots, M-1; l = 0, 1, \dots, M-1,$$

где M – размер сетки по углам θ и φ (в программе изменялся от 100 до 500).

Обозначим суммарную энергию лучей, попадающих в телесный угол $\Delta\Omega_{kl}$, как $\Delta\varepsilon_{kl}$, тогда интенсивность рассеянного излучения $I_{kl}^{(s)}$ в данном телесном угле определяется следующим выражением:

$$I_{kl}^{(s)} = \frac{\Delta\varepsilon_{kl}}{\Delta S_{kl}} = \frac{\Delta\varepsilon_{kl}}{R^2 \Delta\Omega_{kl}}, \quad (3)$$

где ΔS_{kl} – площадь участка сферы, ограниченной телесным углом; R – радиус сферы в дальней волновой зоне. Интенсивность падающего излучения

$$I^{(i)} = \frac{N_0}{\sigma_0}, \quad (4)$$

где σ_0 – площадь поперечного к направлению падения сечения частицы; N_0 – число лучей, падающих на частицу. При этом энергия каждого первоначального луча выбирается единичной. Используя (3) и (4), получаем окончательное выражение для дифференциального сечения рассеяния [9]:

$$\sigma_d(\theta_k, \varphi_l) = \lim_{R \rightarrow \infty} R^2 \frac{I_{kl}^{(s)}}{I^{(i)}} \cong \sigma_0 \frac{\Delta\varepsilon_{kl}}{N_0 \Delta\Omega_{kl}} = \sigma_0 \frac{\Delta\varepsilon_{kl}}{N_0 \sin\theta_k \Delta\theta \Delta\varphi}. \quad (5)$$

Наряду с (4) мы будем также использовать следующую величину:

$$\frac{d\sigma_d}{d\theta}(\theta) = \sin\theta \int_0^{2\pi} \sigma_d(\theta, \varphi) d\varphi \cong \frac{\sigma_0}{N_0 \Delta\theta} \sum_{l=1}^M \Delta\varepsilon_{kl}. \quad (6)$$

Выражение слева представляет собой символическое обозначение, принятое в теории рассеяния.

Сечение рассеяния

$$\sigma_s = \int_{4\pi} \sigma_d(\theta, \varphi) d\Omega \cong \frac{\sigma_0}{N_0} \sum_{k, l=1}^M \Delta\varepsilon_{kl} = \sigma_0. \quad (7)$$

Следует отметить, что равенство (7) не выполняется в расчете точно по трем основным причинам: а) из-за ограничения на число отражений, б) отбрасывания лучей, энергия которых меньше пороговой, и в) ошибок округления. Данная проблема решается путем нормировки получаемого дифференциального сечения так, чтобы выполнялось равенство (7).

Для каждого луча компоненты вектор-параметра Стокса определялись в виде

$$I = E_{\parallel} E_{\parallel}^* + E_{\perp} E_{\perp}^*; Q = E_{\parallel} E_{\parallel}^* - E_{\perp} E_{\perp}^*;$$

$$U = E_{\parallel} E_{\perp}^* + E_{\perp} E_{\parallel}^*; V = i(E_{\parallel} E_{\perp}^* - E_{\perp} E_{\parallel}^*), \quad (8)$$

где E_{\parallel} и E_{\perp} – соответственно параллельная и перпендикулярная компоненты электрического вектора луча относительно плоскости рассеяния. Плоскость рассеяния определяется осью Z и вектором, задающим направление рассеянного луча. Вектор-параметр Стокса волны, рассеянной в данном направлении, определяется суммированием компонент вектор-параметров Стокса лучей, попадающих в данный телесный угол (в соответствии с формулой (3)).

Полученное значение вектор-параметра Стокса позволяет рассчитать матрицу рассеяния для данной фиксированной ориентации частицы. Компоненты вектор-параметра Стокса рассеянной волны связаны с компонентами падающей волны линейным преобразованием

$$\begin{pmatrix} I^{(s)} \\ Q^{(s)} \\ U^{(s)} \\ V^{(s)} \end{pmatrix} = \frac{1}{R^2} \sigma(\theta, \varphi) \begin{pmatrix} I^{(i)} \\ Q^{(i)} \\ U^{(i)} \\ V^{(i)} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где $\sigma(\theta, \varphi)$ – матрица рассеяния, имеющая 16 компонент σ_{ij} . Для расчета компонент матрицы рассеяния необходимо рассматривать рассеяние на частице лучей, имеющих различное состояние поляризации. В данном случае необходимо 4 линейно независимых вектор-параметров Стокса. Для этого можно выбирать следующие состояния поляризации электрического вектора падающей волны: линейно поляризованный вдоль оси X , линейно поляризованный вдоль оси Y , поляризованный по кругу, линейно поляризованный с равными компонентами по осям X и Y . После вычисления вектор-параметров Стокса рассеянной волны для различных состояний поляризации падающей волны компоненты матрицы рассеяния определялись из решения систем линейных уравнений для каждой строки матрицы рассеяния

$$\sigma \mathbf{A} = \mathbf{B}, \quad (10)$$

где компоненты матриц \mathbf{A} и \mathbf{B} определяются следующим образом:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} I_1^{(i)} & I_2^{(i)} & I_3^{(i)} & I_4^{(i)} \\ Q_1^{(i)} & Q_2^{(i)} & Q_3^{(i)} & Q_4^{(i)} \\ U_1^{(i)} & U_2^{(i)} & U_3^{(i)} & U_4^{(i)} \\ V_1^{(i)} & V_2^{(i)} & V_3^{(i)} & V_4^{(i)} \end{pmatrix}; \mathbf{B} = \begin{pmatrix} I_1^{(s)} & I_2^{(s)} & I_3^{(s)} & I_4^{(s)} \\ Q_1^{(s)} & Q_2^{(s)} & Q_3^{(s)} & Q_4^{(s)} \\ U_1^{(s)} & U_2^{(s)} & U_3^{(s)} & U_4^{(s)} \\ V_1^{(s)} & V_2^{(s)} & V_3^{(s)} & V_4^{(s)} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Нижний индекс у компонент вектор-параметров Стокса соответствует различным состояниям поляризации вектора падающей (рассеянной) волны.

Результаты расчетов

Для проверки правильности работы программы был сделан расчет дифференциального сечения рассеяния на сфере. Результаты расчета величины, определяемой (6), приведены на рис. 3, а. Для сравнения брались табличные данные, полученные для сферы Шифриным в приближении геометрической оптики [10]. Приведенные результаты сравнения показывают достаточно высокую точность расчета. Также представляет определенный интерес сравнение с точным решением задачи рассеяния плоской волны на сфере. Для получения решения Ми использовался алгоритм, представленный в [11]. При этом выбирался параметр $ka = 10^4$, где a – радиус сферы, $k = 2\pi/\lambda$, λ – длина волны падающего излучения. Результаты сравнения представлены на рис. 3, б.

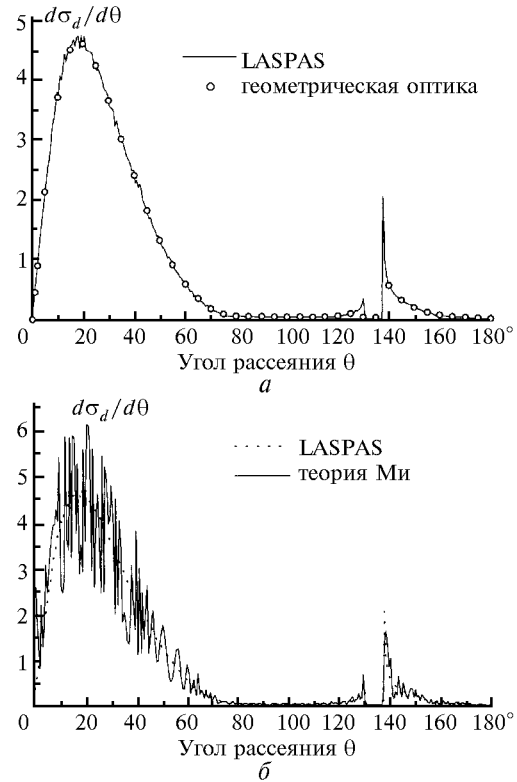


Рис. 3. Расчет величины, определяемой формулой (6), для рассеяния на сфере и сравнение с решением в приближении геометрической оптики (а) и теорией Ми (б).

В качестве иллюстрации рассеяния света несферическими частицами были проведены расчеты для трех моделей рассеивающих частиц.

Первая модель – эллипсоид с соотношением полуосей $b/a = 1,5$, $c/a = 3$. Показатель преломления $n = 1,33$. Число падающих лучей 10^6 , пороговое значение энергии луча $0,0001$, размер сетки по углам θ и φ 300×300 , максимальное число отражений 50 . Вторая модель представляет собой компо-

зицию трех эллипсоидов с теми же параметрами. При этом в пространстве данные эллипсоиды ориентированы взаимно перпендикулярно. Третья модель получена из второй добавлением 9 эллипсоидов, ориентированных диагонально. Результаты расчетов дифференциального сечения рассеяния (5) представлены на рис. 4, где основной эллипсоид ориентирован в пространстве диагонально относительно декартовых осей.

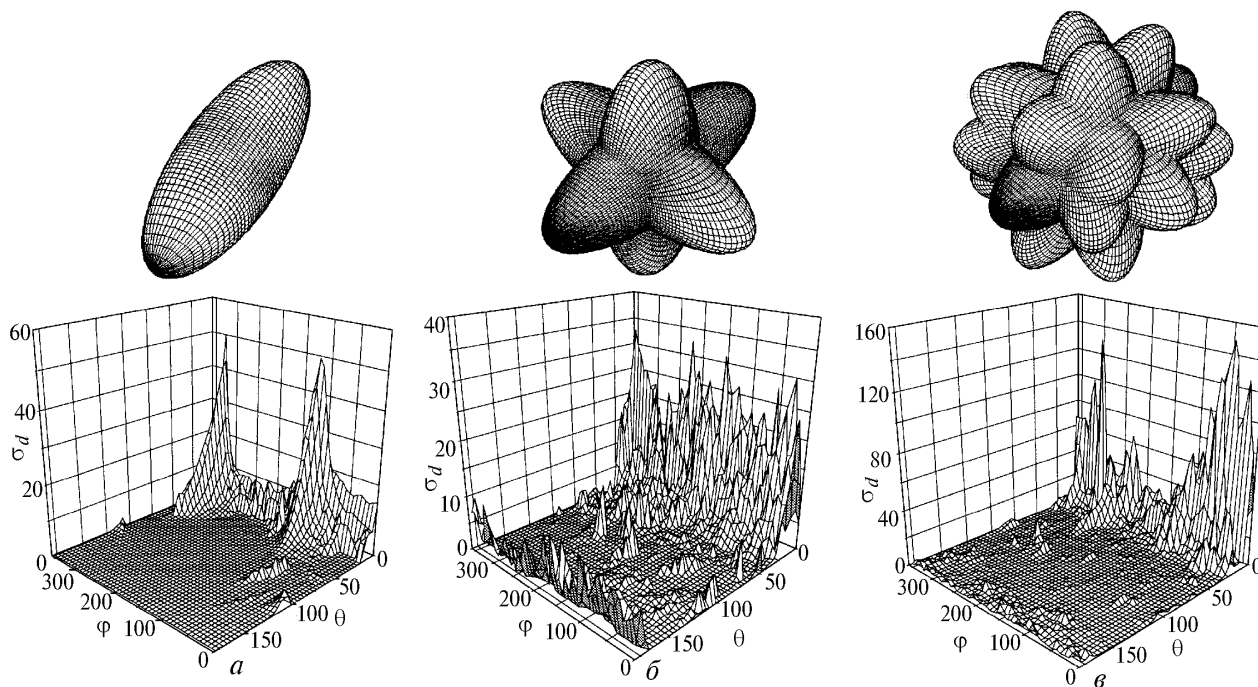


Рис. 4. Расчет дифференциального сечения рассеяния, определяемого формулой (5), на частицах: a – эллипсоид; b – композиция трех эллипсоидов и c – композиция 12 эллипсоидов. Эллипсоид имеет соотношение полуосей $b/a = 1,5$, $c/a = 3$ и показатель преломления $n = 1,33$. Число падающих лучей 10^6 , пороговое значение энергии луча $0,0001$, размер сетки по углам θ и φ 100×100 , максимальное число отражений 50

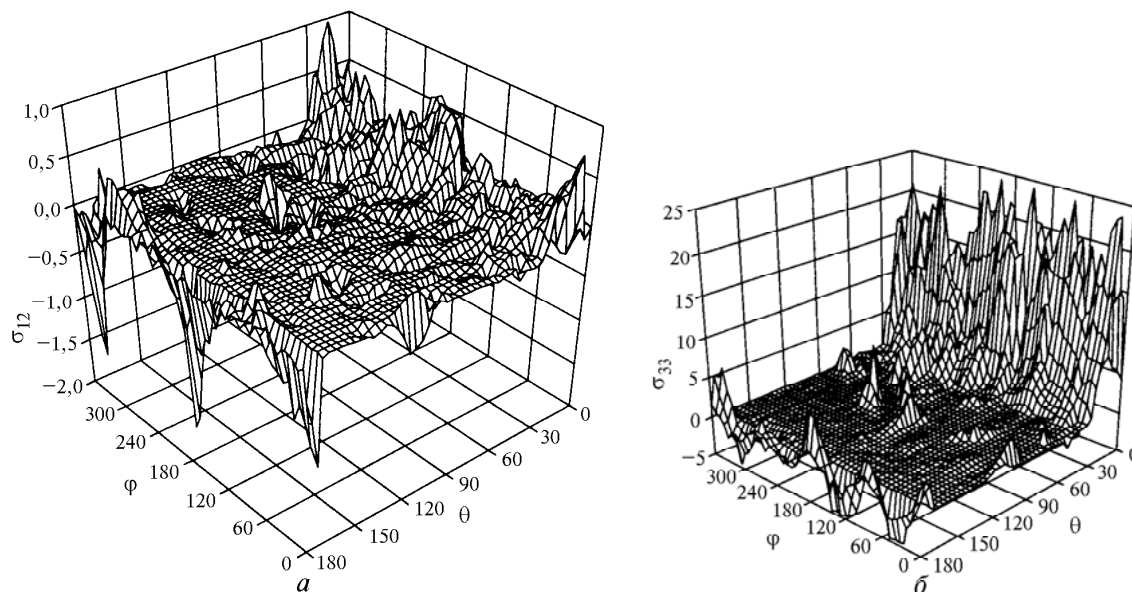


Рис. 5. Элементы матрицы рассеяния (a) σ_{12} и (b) σ_{33} для случая рассеяния света на частице, составленной из трех эллипсоидов. Параметры расчета такие же, как для рис. 4

Представленные результаты показывают, насколько сложной может быть угловая зависимость характеристик рассеяния от формы частицы. При этом стоит отметить одну особенность: дифференциальное сечение рассеяния на модели из 12 эллипсоидов имеет менее выраженную структуру, чем для модели из трех эллипсоидов. Это объясняется тем, что форма данной частицы более близка к сферической. На рис. 5 приведены результаты расчетов элементов матрицы рассеяния (элементов σ_{12} и σ_{33}) для модели из трех эллипсоидов.

Таким образом, разработанная программа позволяет рассчитать в приближении геометрической оптики дифференциальное сечение и компоненты матрицы рассеяния на частицах сложной формы, которые затем могут быть использованы в расчетах переноса излучения в кристаллических облаках.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 96-02-16388).

1. *Crystal Clouds* / Kaul B., Arshinov Ju., Romashov D. et. al. Tomsk: Spektr, 1997. 141 p.
2. Зуев В.Е., Титов Г.А. Оптика атмосферы и климат. Томск: Спектр, 1996. 271 с.
3. Cai Q., Liou K.N. // *Appl. Optics*. 1982. V. 21. N 19. P. 3569–3580.
4. Попов А.А., Шефер О.В. // Оптика атмосферы. 1990. Т. 3. N 1. С. 44–50.
5. Кауль Б.В., Краснов О.А., Кузнецов А.Л. и др. // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. N 2. С. 191–201.
6. Ромашов Д.Н. // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. N 1. С. 10–18.
7. Самохвалов И.В., Попов Л.Н. // Оптика атмосферы и океана. 1996. Т. 9. N 12. С. 1639–1642.
8. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 855 с.
9. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно неоднородных средах. М.: Мир, 1981. Т. 1. 280 с.
10. Шифрин К.С. Рассеяние света в мутной среде. М.: Гостехиздат, 1951.
11. Борн К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986. 660 с.

Институт оптики атмосферы СО РАН, Томск
Институт математики, Университет Людвиг Максимилиана, Мюнхен, Германия

Поступила в редакцию
1 августа 1997 г.

E.I. Naats, A.G. Borovoi, U.G. Oppel. Calculation of Characteristics of Light Scattering by Nonspherical Particles of Arbitrary Shape.

A code for calculation of characteristics of light scattering by nonspherical particles of arbitrary shape in approach of geometrical optics is described. Calculation results for the scattering differential cross-section and the elements of scattering matrix for model particles of complex shape are presented.