

Д.Н. Ромашов

## ОБЪЕМНАЯ УГЛОВАЯ ЗАВИСИМОСТЬ РАССЕЯНИЯ ПОЛЯРИЗОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СРЕДАХ

Представлены модельные исследования рассеяния поляризованного излучения в анизотропных плоскопараллельных средах. В качестве модели выбрана полидисперсная смесь преимущественно горизонтально ориентированных ледяных цилиндров. Предполагалось, что в горизонтальной плоскости частицы ориентированы случайным образом. Рассмотрены различные углы падения излучения на среду. Частицы предполагаются свободными от примесей и имеющими однородную внутреннюю структуру. Проведенные расчеты показывают, что анизотропия рассеивающих сред существенным образом влияет на угловую зависимость элементов матрицы рассеяния не только от полярного угла  $\theta$ , но и от азимутального угла  $\varphi$ .

### 1. Введение

Анизотропность среды может существенным образом повлиять на поляризационные характеристики проходящего излучения. Поляризационные измерения гораздо более сложны, чем измерения интенсивности, но они несут большую информацию о микроструктуре зондируемых сред. К настоящему времени накоплен довольно обширный материал, касающийся рассеяния поляризованного излучения на ансамблях хаотически ориентированных несферических частиц: сфероидах [1], чебышевские частицы [2], гексагональные кристаллы [3–5], вытянутые цилиндры [6, 7].

Цель данной работы состоит в расширении расчетов [6, 7] поляризационных характеристик светорассеяния на случай анизотропных сред. Учет преимущественной ориентации в моделируемой совокупности несферических частиц приводит к тому, что время расчета, необходимое для вычисления поляризационных характеристик светорассеяния, увеличивается по сравнению со случаем хаотической ориентации на 2–3 порядка и приводит к тому, что многие модельные вычисления становятся практически не реализуемыми. В такой же степени, примерно, увеличивается объем выходной информации. В данной работе рассматривается следующая модель анизотропной среды: вытянутые цилиндры хаотически ориентированы в фиксированной плоскости. Внимание к такой модели базируется на результатах лидарных измерений, которые показывают, что кристаллические частицы, ввиду большого различия между их наибольшим и наименьшим размерами, приобретают преимущественную ориентацию относительно горизонтальной плоскости.

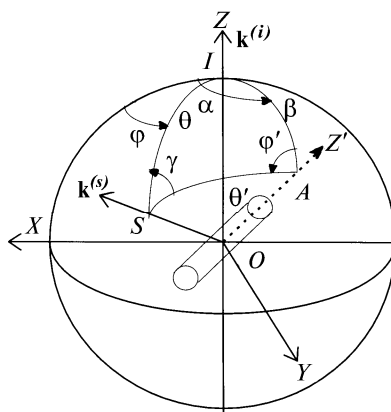


Рис. 1. Геометрия рассеяния на произвольно ориентированном цилиндре

## 2. Метод расчета

Приближенное решение задачи рассеяния электромагнитных волн на однородных вытянутых цилиндрах конечной длины дано в [8]. При одном цилиндре рассеянное поле выражается в системе координат (СК)  $X'Y'Z'$ , связанной с его осью симметрии, которая совпадает с осью  $Z'$ , а волновой вектор падающего поля  $\mathbf{k}^{(i)}$  лежит в плоскости  $X'Y'$  и составляет угол  $\beta$  с осью  $Z'$ . Волновой вектор рассеянного поля  $\mathbf{k}^{(s)}$  имеет произвольное направление, задаваемое углами  $\theta'\varphi'$  в СК  $X'Y'Z'$ . Для вычисления рассеянного поля на совокупности ориентированных цилиндрических частиц удобно ввести другую СК  $XYZ$ , у которой ось  $Z$  совпадает с  $\mathbf{k}^{(i)}$ . Выбор оси  $X$  определяется геометрией взаимодействия падающего излучения с рассеивающей средой. Ориентация цилиндра в этой СК, т.е. направление оси симметрии, задается двумя углами Эйлера  $(\alpha, \beta)$ . Соотношение между двумя указанными выше СК представлено на рис. 1. В СК  $X'Y'Z'$ , связанной с телом, рассеянное поле на расстоянии  $R$  от цилиндра (в дальней зоне) связано с падающим полем

$$\begin{pmatrix} E_l^s \\ E_r^s \end{pmatrix}_{SOA} = \frac{\exp[i(kr - \mathbf{k}^{(i)}\mathbf{z}')] }{ikR} \begin{pmatrix} A_2 & A_3 \\ A_1 & A_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_l^i \\ E_r^i \end{pmatrix}_{IOA}, \quad (1)$$

где  $E_l^s, E_r^s$  – параллельная и перпендикулярная составляющие рассеянного поля в плоскости рассеяния  $SOA$ , и аналогично  $E_l^i, E_r^i$  – компоненты падающего поля в плоскости  $IOA$ . Единичные векторы  $\mathbf{e}_l^s$  и  $\mathbf{e}_r^s$  – соответственно параллельный и перпендикулярный к плоскости рассеяния – и выбраны так, что  $\mathbf{e}_l^s \times \mathbf{e}_r^s$  совпадает с направлением распространения. Амплитудные функции  $A_i (i = 1, 2, 3, 4)$  выражаются через амплитудные функции для бесконечного цилиндра  $T_i$  следующим образом [8]:

$$A_i(\theta', \varphi', \beta, a, l) = (kl/\pi)E[kl(\cos\theta' - \cos\beta)/2]T_i(\varphi', \beta, a), \quad (2)$$

где  $a$  и  $l$  – радиус и длина цилиндра;  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число;  $\lambda$  – длина волны падающего излучения;  $E(x) = \sin(x)/x$ . Процесс рассеяния также описывается как линейное преобразование параметров Стокса  $[I^i, Q^i, U^i, V^i]$  падающего поля в параметры Стокса рассеянного поля через матрицу преобразования  $\mathbf{F}$ :

$$\begin{bmatrix} I^s \\ Q^s \\ U^s \\ V^s \end{bmatrix}_{SOA} = \frac{1}{k^2 R^2} = \mathbf{F}(\theta', \varphi', \beta, a, l) \begin{bmatrix} I^i \\ Q^i \\ U^i \\ V^i \end{bmatrix}_{IOA}, \quad (3)$$

где матрица  $\mathbf{F}$  состоит из 16 элементов, каждый из которых вещественный и квадратически выражается через амплитудные функции  $A_1, A_2, A_3, A_4$  [9].

Формулы (1)–(3) описывают процесс рассеяния на отдельном цилиндре. При переходе к ансамблю произвольно ориентированных цилиндров необходимо описывать процесс рассеяния относительно плоскости, не зависящей от ориентации каждого цилиндра. В качестве такой плоскости обычно выбирается плоскость ( $SOI$ , см. рис. 1), содержащая волновые векторы рассеянного и падающего полей. Параметры Стокса поля, рассеянного в направлении  $S(\theta, \varphi)$  в плоскости рассеяния  $SOI$  (в СК, связанной с падающим полем), могут быть получены через следующий линейный процесс:

а) преобразование параметров Стокса падающего поля при повороте плоскости падения от  $SOI$  к  $IOA$ ;

б) решение задачи рассеяния в СК, связанной с телом, т.е. решение уравнения (1);

в) преобразования параметров Стокса рассеянного поля при повороте плоскости рассеяния  $SOA$  к  $SOI$ .

В математической форме этот процесс записывается следующим образом:

$$\begin{bmatrix} I^s \\ Q^s \\ U^s \\ V^s \end{bmatrix}_{SOI} = \frac{1}{k^2 R^2} = \mathbf{Z} \begin{bmatrix} I^i \\ Q^i \\ U^i \\ V^i \end{bmatrix}_{IOA \rightarrow SOI}, \quad (4)$$

$$\mathbf{Z}(\theta, \varphi, \beta, a, l) = \mathbf{L}(-\gamma)\mathbf{F}(\theta', \varphi', \beta, a, l)\mathbf{L}(\varphi - \alpha), \quad (5)$$

где  $\mathbf{L}(-\delta)$  – матрица преобразования параметров Стокса при вращении плоскости рассеяния на угол  $\delta$  по часовой стрелке, если смотреть вдоль направления распространения волны:

$$\mathbf{L}(-\delta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\delta & -\sin 2\delta & 0 \\ 0 & \sin 2\delta & \cos 2\delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Для произвольной ориентации  $(\alpha, \beta)$  цилиндра углы  $\theta', \varphi', \gamma$  в уравнениях (2) и (5) могут быть выражены через углы  $\theta, \alpha-\varphi, \beta$ :

$$\begin{aligned} \cos \theta' &= \cos \theta \cos \beta + \sin \theta \sin \beta \cos(\alpha-\varphi), \\ \cos \varphi' &= [\cos \theta \sin \beta - \sin \theta \cos \beta \cos(\alpha-\varphi)] / \pm \sin \theta', \\ \cos \gamma &= [\cos \beta \sin \theta - \sin \beta \cos \theta \cos(\alpha-\varphi)] / \pm \sin \theta', \end{aligned}$$

где в последних двух случаях знак «плюс» берется, когда  $0 < \alpha-\varphi < \pi$ , а «минус» –  $\pi < \alpha-\varphi < 2\pi$ .

Описанный выше процесс отличается от аналогичного для случайно ориентированных сфероидов [1] выбором оси  $X$  (здесь он определяется геометрией взаимодействия падающего излучения со средой), а также третьим сомножителем в правой части уравнения (5).

Для полидисперсного ансамбля цилиндров, ориентация осей которых (относительно направления падающего излучения) задается весовой функцией  $g(\alpha, \beta)$ , усредненная нормированная матрица рассеяния (МР)  $\mathbf{P}(\theta, \varphi)$  получается путем интегрирования элементов МР по всем ориентациям и размерам:

$$\mathbf{P}(\theta, \varphi) = \frac{4\pi}{k^2 C_s} \int_{l_1}^{l_2} dl \int_{a_1}^{a_2} da \int_0^\pi d\beta \int_0^{2\pi} d\alpha \mathbf{Z}(\theta, \varphi, \beta, a, l) g(\alpha, \beta) n(a, l) d\alpha, \quad (7)$$

где  $n(a, l)$  – функция плотности распределения цилиндров по размерам;  $C_s$  – усредненное по ансамблю сечение рассеяния;  $k$  – волновое число. Следует подчеркнуть, что для анизотропных сред  $g(\alpha, \beta)$  и  $C_s$  зависят от геометрии взаимодействия падающего излучения со средой. Сомножитель перед интегралами выбран из условия нормировки фазовой функции  $P_{11}(\theta, \varphi)$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi P_{11}(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta = 4\pi. \quad (8)$$

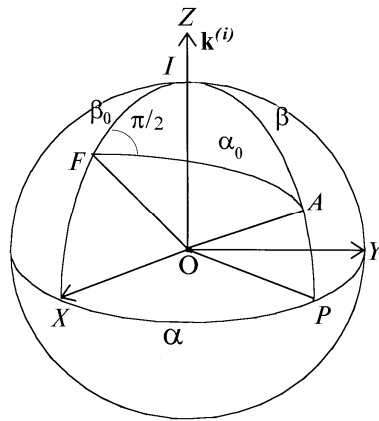


Рис. 2. Геометрия взаимодействия падающего излучения с плоскопараллельной средой

Данная работа нацелена на выявление закономерностей пространственного углового изменения элементов матрицы рассеяния на средах, имеющих выделенную плоскостную симметрию, в зависимости от геометрии взаимодействия падающего излучения с такими средами.

В качестве модели частиц, равномерно ориентированных в плоскости, выбраны цилиндры. При решении задачи светорассеяния обычно используют систему координат, связанную с направлением падающего излучения.

Геометрия рассеяния в таких средах представлена на рис. 2. Здесь  $XZ$  является плоскостью падения, причем направление падения и оси  $Z$  совпадают. Цилиндры равномерно ориентированы в плоскости  $FOA$ , где  $OA$  – ось произвольного цилиндра. Углы  $\angle IFA = \pi/2$ ,  $\beta_0 = \angle FOI$  – угол падения излучения на плоскость,  $\alpha_0 = \angle FOA$  – угол ориентации осей цилиндров в плоскости  $FOA$ . Углы  $\alpha$  и  $\beta$  задают ориентацию цилиндра в системе координат  $XYZ$ . На основе сферической тригонометрии можно получить взаимосвязь между указанными углами:

$$\cos\beta = \cos\beta_0 \cos\alpha_0, \quad \sin\alpha = \sin\alpha_0/\sin\beta. \quad (9)$$

Ввиду того, что плоскость и цилиндр обладают зеркальной симметрией, достаточно ограничиться следующими интервалами изменения углов:  $0 < \beta_0 \leq \pi/2$ ,  $0 \leq \varphi \leq \pi$ , а  $\alpha_0$  изменяется равномерно в интервале от 0 до  $\pi$ .

### 3. Результаты расчетов

Были рассмотрены пять случаев падения излучения  $\beta_0 = 90; 85; 81; 75; 60^\circ$ , а также аналогичный по составу ансамбль хаотически ориентированных цилиндров. Вычисления значений элементов матрицы рассеяния проводились с использованием метода Монте-Карло. Распределение по радиусу поперечного сечения  $r \rightarrow a$  моделировалось логнормальным со среднегеометрическими радиусами из резонансной области рассеяния (где элементы матрицы рассеяния обладают наибольшей изменчивостью в зависимости от размера частиц)  $a_m = 0,5$  мкм и  $a_m = 1,0$  мкм, стандартным отклонением  $\sigma_a = 0,5$ . Длина цилиндра моделировалась равномерно распределенным в интервале от  $8a$  до  $10a$ . Сходимость интеграла контролировалась результатами численных оценок для случая падения излучения  $\beta_0 = 90^\circ$ , поскольку в этом случае должна отсутствовать зависимость элементов МР от угла  $\varphi$ .

Все расчеты выполнены для длины волны падающего излучения  $\lambda = 1,06$  мкм и показателя преломления для льда  $n = 1,299 - i2 \cdot 10^{-4}$ . Оценки получены для всех ненулевых элементов МР, однако из-за ограниченности объема на рис. 3–5 иллюстрируются расчетные данные лишь для наиболее значимых элементов в случае ансамблей цилиндров с  $a_m = 0,5$  мкм. Отметим, что в случае наклонного падения излучения на плоскопараллельный слой МР имеет симметричную форму и состоит из десяти ненулевых элементов, а также то, что все нижеприведенные выводы, относящиеся к ансамблям с  $a_m = 0,5$  мкм, справедливы и для ансамблей с  $a_m = 1,0$  мкм.

Приведем некоторые характерные особенности пространственного углового поведения представленных на рис. 3–5 элементов МР.

а)  $P_{11}(\theta, \varphi)$  – индикатриса рассеяния для неполяризованного падающего излучения (см. рис. 3).

При всех углах падения  $\beta_0$ ,  $P_{11}(0, \varphi)$  и  $P_{11}(\pi, \varphi)$  постоянны по  $\varphi$ , несмотря на то, что при углах  $\theta$ , близких по значению к  $\pi$ , они существенно изменяются по  $\varphi$ , что является естественным для неполяризационных характеристик. Несмотря на дискретность среды, при  $\varphi = 0$ , отчетливо проявляется закон Снеллиуса, причем значение локального максимума (отраженной от плоскости доли излучения) имеет одинаковые значения для всех  $\beta_0$ . Область низких значений  $P_{11}(\theta, \varphi)$  при  $\beta_0 = 90^\circ$  находится в интервале углов  $\theta$   $110 - 130^\circ$ . Когда  $\beta_0 = 85^\circ$ , она расширяется по  $\theta$  и концентрируется по  $\varphi$  около  $90^\circ$ . С уменьшением  $\beta_0$  она постепенно расширяется как по  $\theta$ , так и по  $\varphi$ , и углубляется (значения  $P_{11}(\theta, \varphi)$  становятся все более низкими), а также смещается в область больших значений  $\varphi$ . Физически это означает, что с уменьшением  $\beta_0$  все большая доля излучения рассеивается, выражаясь языком геометрической оптики, в полупространство отраженного луча.

б)  $p(\theta, \varphi) = -P_{12}/P_{11}$  – степень поляризации для неполяризованного падающего излучения (см. рис. 4).

Для случая хаотической ориентации  $p(\theta, \varphi)$  очень мало отличается от нуля. Когда  $\beta_0 = 90^\circ$ , величина  $p$  постоянна по  $\varphi$  и имеет максимум вблизи угла  $\theta = 130^\circ$ . В случае  $\beta_0 = 85^\circ$   $p$  главным образом изменяется по  $\varphi$  при углах  $\theta$ , близких по значению к  $\pi$ , причем появляются две области высоких значений  $p$  около точек  $(\theta, \varphi)$ , равных  $(\pi, 0)$  и  $(\pi, \pi)$ , а также

область низких значений  $p$  вблизи точки  $(\pi, \pi/2)$ . С уменьшением  $\beta_0$  размеры этих областей увеличиваются, а также растут по абсолютной величине максимальные и минимальные значения  $p$  в этих областях. Для углов  $\theta$ , близких к  $\pi$  и  $\beta_0 = 75^\circ$ , это можно проинтерпретировать следующим образом: неполяризованный падающий наклонно на плоскостную среду свет линейно поляризуется в основном в плоскости падения.

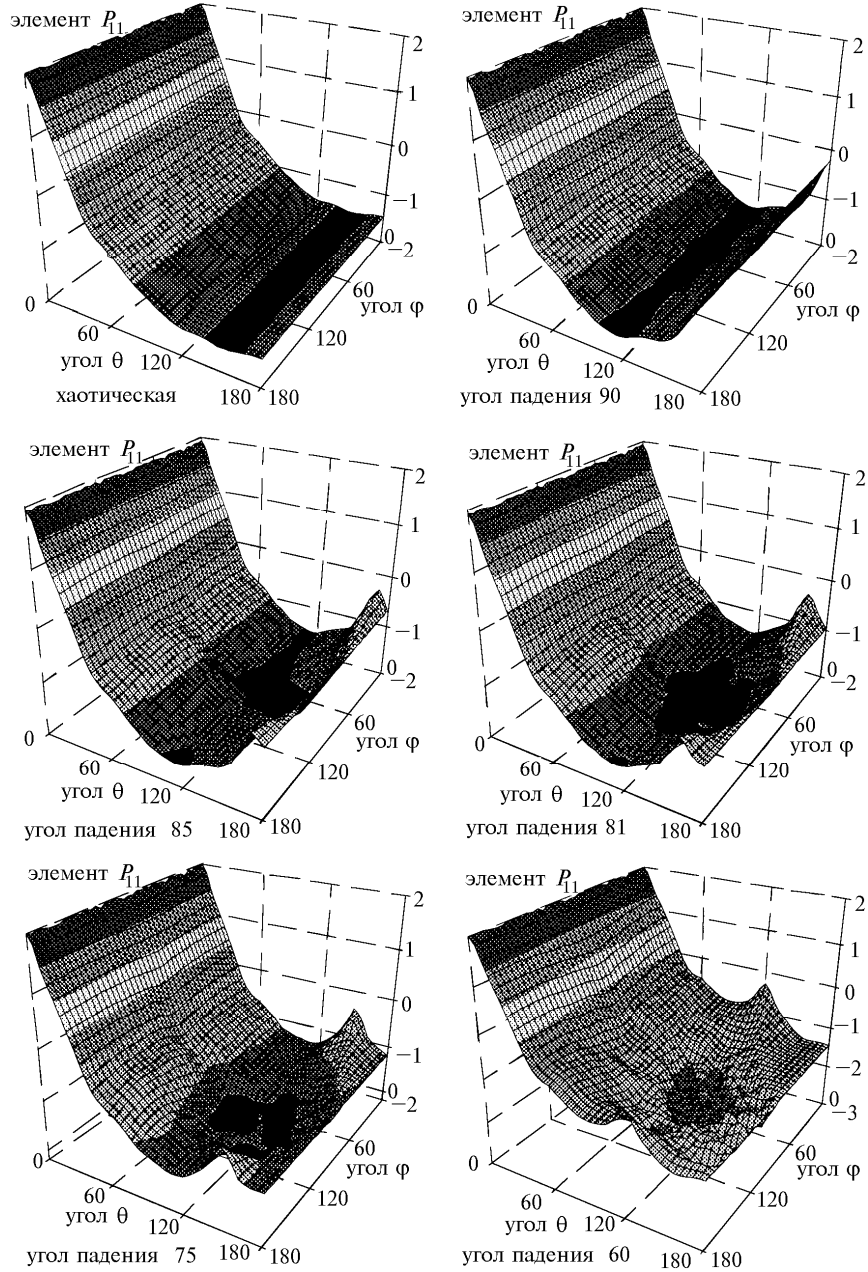


Рис. 3. Пространственное угловое поведение элемента матрицы рассеяния  $P_{11}(\theta, \varphi)$  при различных углах падения излучения на плоскопараллельную среду

в)  $d(\theta, \varphi) = P_{22}/P_{11}$  (см. рис. 5). Величина  $(1-d)$  называется коэффициентом деполаризации для поляризованного падающего излучения и является мерой несферичности частиц. Элемент  $d(\theta, \varphi)$  – наиболее изменчивый в зависимости от  $\beta_0$  из всех представленных выше элементов. Причем эти изменения происходят в широком диапазоне углов  $\theta, \varphi$ . Отметим наиболее существенные тенденции. По сравнению с нормальным падением ( $\beta_0 = 90^\circ$ ) при  $\beta_0 = 85^\circ$  намечается появление области низких значений  $d$  вблизи направления рассеяния

$\theta = 120^\circ$ ,  $\varphi = 90^\circ$ , двух областей низких значений  $d$  вблизи  $\varphi = 45^\circ$ ;  $135^\circ$  и трех областей высоких значений вблизи  $\varphi = 0^\circ$ ;  $90^\circ$ ;  $180^\circ$  для углов  $\theta$ , близких к  $\pi$ . С уменьшением  $\beta_0$  низкие значения все более уменьшаются, высокие увеличиваются, а указанные области расширяются.

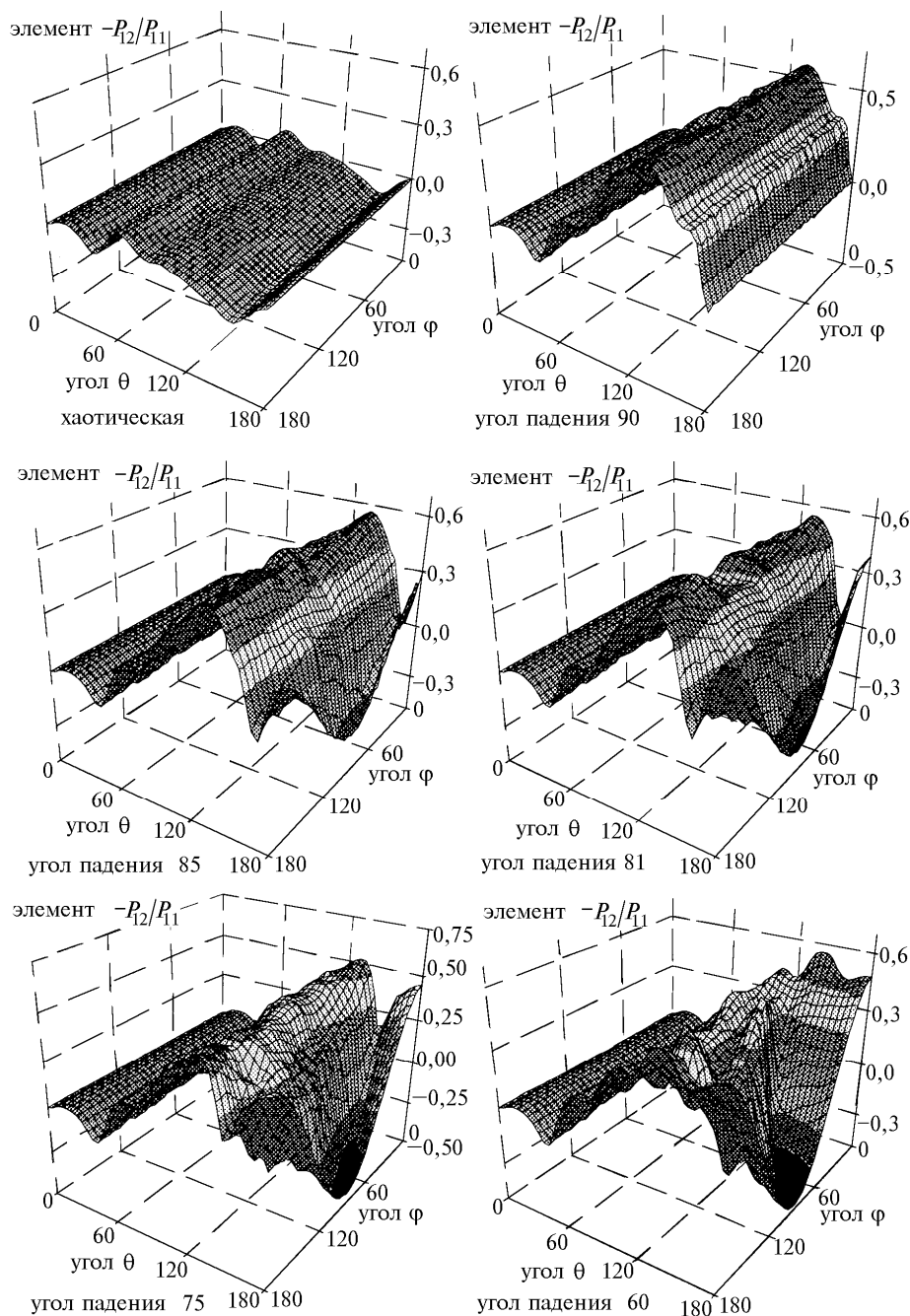


Рис. 4. То же, что и на рис. 3, для минус  $P_{12}/P_{11}$

Отметим также, что в случае обратного рассеяния зависимость элементов матрицы рассеяния от  $\varphi$  имеет гармонический характер и  $P_{ij}(\pi, \varphi) = P_{ij}(\pi, \pi - \varphi)$ .

Таким образом, анизотропия рассеивающей среды значительно сказывается на характере пространственного углового светорассеяния и поляризационных свойствах рассеянного излучения.

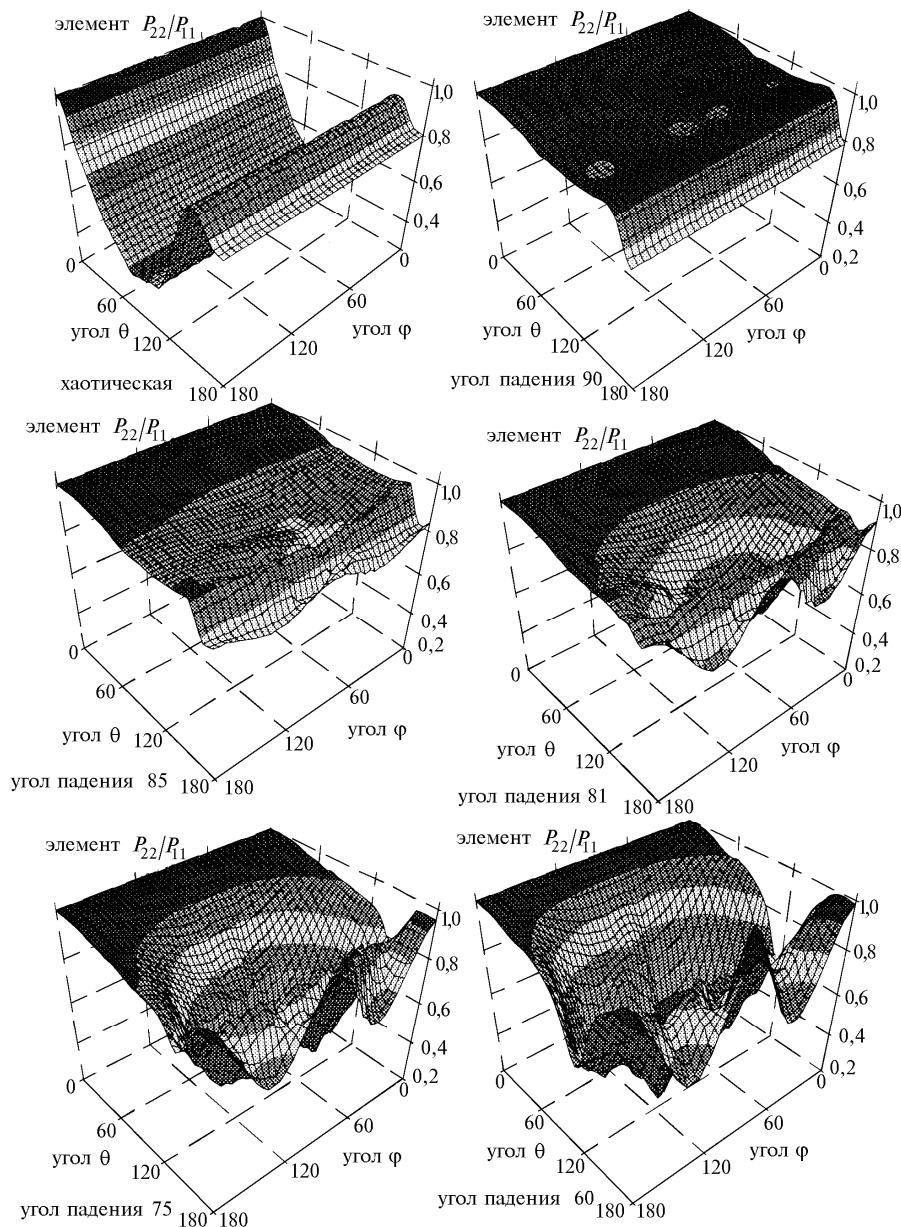


Рис. 5. То же, что и на рис. 3, для  $P_{22}/P_{11}$

1. Asanoli S., Sato M. // Appl. Opt. 1980. V. 19. N 6. P. 962–974.
2. Mugnai A., Wiscombe W.J. // Appl. Opt. 1988. V. 27. N 12. P. 2405–2421.
3. Takano Y., Jayaweera K. // Appl. Opt. 1985. V. 24. N 19. P. 3254–3263.
4. Rockwitz K.D. // Appl. Opt. 1989. V. 28. N 19. P. 4103–4110.
5. Takano Y., Liou K.N. // J. Atm. Sci. 1989. V. 46. N 1. P. 3–19.
6. Ромашов Д.Н., Рахимов Р.Ф. // Оптика атмосферы и океана. 1994. Т. 7. N 3. С. 285–292.
7. Рахимов Р.Ф., Ромашов Д.Н. // Оптика атмосферы и океана. 1995. Т. 8. N 6. С. 917–920.
8. Волковицкий О.П., Павлов Л.П., Петрушин А.Г. Оптические свойства кристаллических облаков. Л: Гидрометеиздат, 1984. 200 с.
9. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М: Мир, 1986. 662 с.

Институт оптики атмосферы СО РАН,  
Томск

Поступила в редакцию  
25 июня 1996 г.

**D. N. Romashov. Solid Angular Dependence of Polarized Radiation Scattering in Plane-parallel Media.**

Results of simulation of polarized radiation scattering in anisotropic plane-parallel media are presented. A polydispersed mixture of ice cylinders oriented mainly horizontally is chosen as a model. A stochastic orientation of particles in horizontal plane was assumed. The radiation incidence onto a medium was observed at various angles. The particles were assumed to be free of admixtures and to possess homogeneous intrinsic structure. The calculations performed show the anisotropy of the scattering media to influence significantly on angular dependence of the scattering matrix elements both on polar ( $\theta$ ) and azimuth ( $\varphi$ ) angles.