«Оптика атмосферы и океана», **9**, N 1 (1996)

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 518.5, 535.434, 551.593

Н.Н. Белов, М.В. Журавлев, Е.Е. Пьянков

ТЕСТОВЫЕ ОЦЕНКИ В РАСЧЕТАХ ПО ТЕОРИИ Ми АМПЛИТУД ПАРЦИАЛЬНЫХ ВОЛН ОПТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ВНУТРИ СФЕРИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ

Получены асимптотические представления амплитуд парциальных волн ряда Ми, которые не содержат специальных функций. Эти представления полезны для описания оптических полей внутри сферических аэрозольных частиц и в сферических плазменных неоднородностях. Полученные соотношения можно использовать в промежуточной области значений параметра дифракции, а именно при близких значениях произведения параметра дифракции на комплексный показатель преломления вещества и номера парциальной волны.

Проведен сравнительный анализ амплитуд, вычисленных по асимптотическим формулам и по формулам Ми. Полученные асимптотические формулы целесообразно использовать для тестирования вычислительных алгоритмов расчетов амплитуд, построенных на использовании точных формул Ми.

Расчеты по теории Ми оптических полей позволяют установить механизмы просветления водного аэрозоля лазерным излучением и возможные варианты развития оптического пробоя в аэрозольной среде, исследовать интенсивности оптических полей внутри плазменных неоднородностей. В методах расчета коэффициентов ряда Ми, изложенных в [1], отмечен ряд трудностей, связанных с проблемой вычисления функции Риккати–Бесселя первого рода (ФРБ1) с комплексным аргументом в промежуточной области значения параметра дифракции, а именно при $n \approx |m\rho|$. Стандартные методы вычисления сферических ФРБ1 с комплексным аргументом, такие как нисходящая и восходящая рекурсии, требуют либо большого количества машинной памяти и сложных нормировок, либо большой разрядной сетки вычислительной машины, например для корректного вычисления ФРБ1 с мнимой частью больше 30 требуется 16-байтовое представление комплексного числа [2]. Однако вычисления ФРБ1 в расчетах амплитуд парциальных волн в области $n \approx |m\rho|$ возможно производить менее трудоемким способом, используя асимптотические выражения [3]. Необходимость и плодотворность такого подхода отмечены в монографии [1].

В настоящей работе при использовании асимптотических представлений для ФРБ1 [3] получены асимптотические представления для амплитуд парциальных волн ряда Ми, описывающие оптические поля внутри сферических частиц. Полученные выражения дают возможность эффективно тестировать процесс вычислений амплитуд по точным формулам Ми и тестировать другие алгоритмы (см., например, [2, 4, 5]) в критической области вычислений $n \approx |m\rho|$.

Записывая выражения для коэффициентов в удобном для вычислений виде, имеем [6]

$$d_n = i^n\, m\, \frac{(2n+1)}{n\,(n+1)} \left[m\, \xi_n(\rho)\, \psi_{n-1}(m\rho) - \left(\frac{n}{\rho}\, \xi_n(\rho) + \xi_n'(\rho) \right) \psi_n(m\rho) \right]^{-1}; \qquad (1)$$

$$c_n = i^n\, m\, \frac{(2n+1)}{n\,(n+1)} \left[\xi_n(\rho)\, \psi_{n-1}(m\rho) - \left(\frac{n}{m\rho}\, \xi_n(\rho) + \xi_n'(\rho) \right) \psi_n(m\rho) \right]^{-1}, \qquad (2)$$

где m – комплексный показатель преломления вещества частицы; ρ – параметр дифракции частицы; $\xi_n(\rho)$, $\xi_n'(\rho)$ – функция Риккати–Бесселя третьего рода и ее производная; $\psi_n(m\rho)$ – функция Риккати–Бесселя первого рода [7]; i – мнимая единица. Для расчета ФРБ1 используем асимптотический ряд Мейсселя, описывающий ФРБ1 при $n \approx |m\rho|$: $(m\rho - n + 1/2) = o(m\rho)^{1/3}$, $-\pi < \arg(m\rho) < \pi$ [3]. С учетом первых двух членов ряда ФРБ1 имеет вид

$$\psi_n(m\rho) = 0,56\,(m\rho)^{1/6} + 0,52\,(m\rho)^{5/6} - 0,52\,(n + 1/2)\,(m\rho)^{-1/6}. \tag{3}$$

Использование асимптотических формул Дебая (см., например, [7]) для вычисления ФРБ3 и ее производной в формулах (1) и (2) позволяет записать их без специальных функций, и при $|m| < 1$ получаем

$$d_n = i^n\, m\, \frac{(2n + 1)}{n\,(n + 1)}\, \xi_n^{-1}(\rho)\,[m\,\psi_{n-1}(m\rho) - ((n/\rho) + \sin(\tau))\,\psi_n(m\rho)]^{-1}; \tag{4}$$

$$c_n = i^n\, m\, \frac{(2n + 1)}{n\,(n + 1)}\, \xi_n^{-1}(\rho)\,[\psi_{n-1}(m\rho) - ((n/m\rho) + \sin(\tau))\,\psi_n(m\rho)]^{-1}, \tag{5}$$

где τ – переменная, вычисляемая из выражения $\cos(\tau) = (n + 1/2)/\rho$, а $\xi_n(\rho)$ имеет вид [7]

$$\xi_n(\rho) = \exp\,(-\,i\,\rho\,f + \pi/4)/\sqrt{\sin(\tau)}, \tag{6}$$

где $f = \sin(\tau) - \tau\cos(\tau)$.

На рис. 1 представлено относительное отклонение амплитуды парциальной волны, вычисленной по формулам (1), (2) (кривая *1* для d_n и *2* для c_n) с учетом (3), от точного значения амплитуды парциальной волны, вычисленной по рекуррентным формулам [2]. Расчеты производились для водного аэрозоля, а именно при $m = 1,319 - i1,49e{-}6$ – показатель преломления водяной капли на длине волны 1,06 мкм.

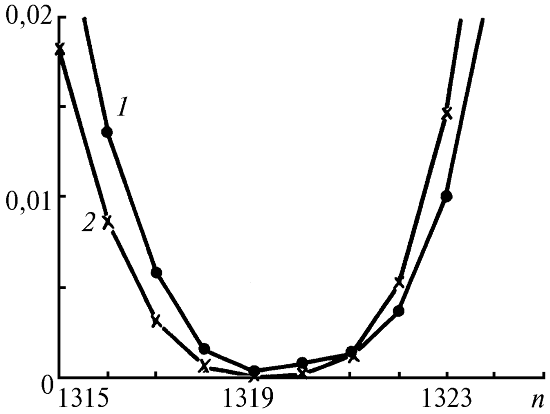

Рис. 1

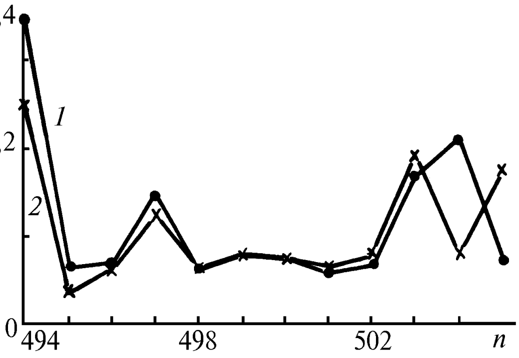

Рис. 2

На рис. 2 представлено относительное отклонение амплитуды парциальной волны, вычисленной по формулам (4), (5) (кривая *1* для d_n и *2* для c_n) с учетом (3), от точного значения амплитуды парциальной волны, вычисленной по рекуррентным формулам нисходящей рекурсии [8]. Вычисления производились для сферической плазменной неоднородности с показателем преломления $m = 0,5 - ie{-}3$.

Таким образом, относительное отклонение амплитуд парциальных волн от значений, вычисленных по рекуррентным формулам, не превышает 0,02 (рис. 1) и 0,2 (рис. 2) в диапазоне индекса от 1315 до 1323 и от 484 до 504 соответственно. Следовательно, возможно использовать полученные формулы для тестирования всевозможных алгоритмов вычисления амплитуд парциальных волн. Для уменьшения относительного отклонения и для расширения диапазона индексов необходимо учитывать три и более членов в асимптотическом разложении Мейсселя при вычислении ФРБ1.

Исследования, описанные в этой публикации, стали возможны благодаря поддержке, предоставленной International Science Foundation в виде гранта M2U000. Авторы благодарят сотрудников НИФХИ им. Л.Я. Карпова и ТОО «Аэрозоль. Технология» за предоставление вычислительной техники для проведения расчетов.

1. Дейрменджан Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами. М.: Мир, 1971. 164 с.
2. Белов Н.Н. // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. N 2. С. 165–168.
3. Ватсон Г.Н. Теория Бесселевых функций. Ч. 1. М.: Изд-во иностр. лит., 1949. 492 с.
4. Белов Н.Н. // Оптика атмосферы. 1991. Т. 4. N 3. С. 321.
5. Акулинин А.А. // Оптика атмосферы. 1988. Т 1. N 6. С. 112.
6. Kerker M., Cooke D. // Appl.Opt. 1973. V. 12. N 7. P. 1378–1379.
7. Шифрин К.С. Рассеяние света в мутной среде. М.; Л., 1951. 140 с.
8. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986. 512 с.
9. Grehau G., Gousbet G. // Appl.Opt. 1979. V. 18. N 20. P. 3489–3495.

Научно-исследовательский физико-химический институт им. Л.Я. Карпова,
г. Москва

Поступила 29 мая 1995 г.

N.N. Belov, M.V. Zhuravlev, E.E. Pyankov. **The Test Estimations in Calculations of Optical Fields within Aerosol Particles by Mie Series.**

Calculating of coefficients for optical fields within the spherical aerosol particles and plasma sphere are carried out by use of the asymptotic formulas and Mie series. The spherical functions of the first kind of Riccati–Bessel had been calculated as the asymptotic Messel series. The formulas are applied as test estimation by Mie series.