

**В.П. Кабашников, А.П. Чайковский**

## **Модель факела пассивной примеси с учетом его внутренней структуры**

*Институт физики имени Б.И. Степанова НАН Беларуси, г. Минск, Беларусь*

Поступила в редакцию 7.06.2006 г.

Рассмотрена модель факела пассивной примеси в однородной турбулентной атмосфере, учитывающая внутрифакельные флуктуации концентрации примеси. Модель основана на методе случайных сил в теории турбулентности и позволяет рассчитывать пространственно-временные корреляционные функции поля концентрации. Показано, что внутрифакельные флуктуации концентрации обусловлены продольными пульсациями скорости ветра. Флуктуации оси факела вызваны поперечными флуктуациями скорости ветра, с масштабами порядка или больше характерного смещения жидкой частицы вследствие турбулентной диффузии в направлении среднего ветра. Амплитуда флуктуаций оси факела на больших расстояниях от источника примеси стремится к нулю. На малых расстояниях от источника, где основной вклад в пульсации концентрации примеси вносят смещения факела как целого, рассматриваемая модель близка к модели факела Гиффорда. На больших расстояниях, где существенны внутрифакельные флуктуации концентрации, указанные модели отличаются значительно. В частности, временная корреляционная функция пульсаций концентраций в удаленных областях факела может принимать отрицательные значения. Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментом.

### **Введение**

Для решения ряда практических задач по распространению примесей в атмосфере требуется знание не только средних концентраций, но и статистических характеристик их флуктуаций. Простым и эффективным методом расчета моментов концентрации пассивной примеси, выбрасываемой точечным стационарным источником, является модель факела Гиффорда [1], в которой учитываются два независимых процесса: колебания оси факела и расширение струи в системе координат, связанной с осью факела. Основным механизмом возникновения флуктуаций являются поперечные смещения факела как целого. Недостатком этой модели является неучет флуктуаций концентраций в системе координат, связанной с осью факела, так называемых внутрифакельных флуктуаций.

В последнее время появился ряд работ [2–6], значительно продвинувших решение проблемы внутрифакельных флуктуаций концентрации. В них функция плотности вероятности положений оси факела постулируется [3] либо определяется исходя из соображений симметрии [4], либо находится методом лагранжевого статистического моделирования [2, 5, 6] с учетом условия полного перемешивания [7]. При этом учитывается, что за смещения оси факела ответственны лишь флуктуации скорости ветра с масштабами порядка или больше поперечных размеров факела [5, 6]. Далее задается некоторая параметризация одноточечной плотности вероятности концентраций в системе координат, связанной с осью факела, что в итоге позволяет рассчитывать одноточеч-

ные одновременные моменты концентрации различных порядков.

Однако существует ряд задач, для решения которых требуется оценка моментов флуктуаций концентрации примеси более общего вида. Например, если измеряемая величина пропорциональна сумме концентраций в разных точках факела в различные моменты времени, то для оценки вариации этой величины из-за атмосферной турбулентности необходимо знать пространственно-временные корреляционные функции концентрации. Такая ситуация возникает при оценке мощности источника примеси с помощью лидара [8].

В настоящей работе случайное поле концентрации пассивной примеси, образованное точечным стационарным источником, моделируется с помощью метода случайных сил в теории турбулентности [9]. Поле скоростей ветра предполагается статистически однородным и стационарным. Различные жидкие частицы, покидающие источник, движутся, испытывая статистически независимые  $\delta$ -коррелированные во времени ускорения. Тем не менее скорости (и положения) различных жидких частиц частично коррелированы, если разность времен их выхода из источника не превышает эйлерова времени корреляции скорости, а размер источника не превышает эйлеровой длины корреляции скорости.

Такой подход позволяет обобщить модель факела Гиффорда и учесть основные особенности поля концентрации в факеле. В рамках модели естественно возникают внутрифакельные флуктуации концентрации. Флуктуации положения оси факела обусловлены поперечными флуктуациями скорости ветра,

с масштабами порядка или больше характерного продольного смещения жидкой частицы вследствие турбулентной диффузии. Амплитуда флуктуаций центра масс на больших расстояниях от источника стремится к нулю. Основные отличия настоящей модели от модели Гиффорда проявляются, когда роль внутривихревых флуктуаций становится сравнимой с влиянием поперечных смещений факела как целого.

## Основные уравнения

Для статистического описания движения газа в турбулентном потоке используем лагранжев подход и, следуя [9], будем считать, что движение отдельной жидкой частицы подчиняется стохастическому уравнению Ланжевена

$$\frac{dv}{dt} = -\lambda v + f(t), \quad (1)$$

где  $v$  — одна из декартовых компонент скорости;  $\lambda^{-1}$  — лагранжево время корреляции скорости;  $t$  — время;  $f(t)$  — компонента случайной статистически стационарной  $\delta$ -коррелированной во времени силы, приходящейся на единицу массы жидкости

$$\overline{f(t+s)f(s)} = 2\overline{v^2}\lambda\delta(t) \quad (2)$$

( $\delta(t)$  — дельта-функция Дирака).

Введем декартову систему координат с осью  $x$ , направленной вдоль среднего направления ветра, и осью  $z$ , направленной вертикально вверх. Пульсационные составляющие  $x$ -,  $y$ -,  $z$ -компонент скорости будем обозначать соответственно  $u$ ,  $v$ ,  $w$ . Распределение по пространству и скоростям жидких частиц, подчиняющихся уравнениям (1), (2), описывается уравнением Фоккера–Планка [10]. Будем рассматривать достаточно высокие источники, чтобы слой атмосферы, в котором рассеивается примесь, можно было приближенно считать однородным. В этом случае функция распределения жидких частиц по пространству и скоростям при фиксированной начальной скорости спустя время  $\alpha$  после выхода из точечного источника является нормальной и определяется моментами координат и скорости первого и второго порядков.

Известно, что средняя концентрация примеси пропорциональна плотности вероятности координаты жидкой частицы [10, 11]. Учитывая упомянутую выше нормальность распределения координат жидких частиц, интеграл  $\eta$  от концентрации вдоль трассы зондирования, параллельной  $y$  в момент времени  $t$  в точке  $x$ ,  $z$  при фиксированной начальной скорости, можно записать следующим образом:

$$\eta(t, x, z) = \int Q(y', z') dy' dz' \int_0^\infty \frac{d\alpha}{2\pi\sqrt{\Delta x^2(\alpha)\Delta z^2(\alpha)}} \times \exp\left\{-\frac{[x - U\alpha - u(t - \alpha, y', z')T_u(\alpha)]^2}{2\Delta x^2(\alpha)}\right\} \times$$

$$\times \exp\left\{-\frac{[z - z' - w(t - \alpha, y', z')T_w(\alpha)]^2}{2\Delta z^2(\alpha)}\right\}. \quad (3)$$

Здесь  $Q(y', z')$  — распределение потока примеси в начальном сечении факела ( $x = 0$ ), в качестве которого принимается некоторое сечение факела, где уже нет влияния начальных температуры и скорости истечения;  $U$  — средняя скорость ветра;  $u(t', y', z')$  и  $w(t', y', z')$  — флуктуации  $x$ - и  $z$ -компонент скорости ветра в момент  $t'$  в точке  $0, y', z'$ ;

$$T_u(\alpha) = \lambda_u^{-1}[1 - \exp(-\lambda_u\alpha)]; \quad (4)$$

$$\overline{\Delta x^2(\alpha)} = 2\lambda_u^{-2}\overline{u^2} \times$$

$$\times [\lambda_u\alpha - 1,5 + 2\exp(-\lambda_u\alpha) - 0,5\exp(-2\lambda_u\alpha)]. \quad (5)$$

Величины  $T_w$  и  $\overline{\Delta z^2}$  определяются аналогично (4), (5) с заменой  $\lambda_u$  на  $\lambda_w$  и  $\overline{u^2}$  на  $\overline{w^2}$ .

Полагая, что распределение потока примеси в начальном сечении может быть аппроксимировано гауссовой функцией

$$Q(y, z) = \frac{M}{2\pi R_y R_z} \exp\left[-\frac{y^2}{2R_y^2} - \frac{z^2}{2R_z^2}\right], \quad (6)$$

где  $M$  — поток примеси;  $R_y$  и  $R_z$  — среднеквадратические размеры начального сечения по осям  $y$  и  $z$ , много меньшие эйлеровых длин корреляций скоростей, выражение (3) можно представить следующим образом:

$$\eta(t, x, z) = \int_0^\infty \frac{Md\alpha}{2\pi\sqrt{\Delta x^2(\alpha)(\Delta z^2(\alpha) + R_z^2)}} \times \exp\left\{-\frac{[x - U\alpha - u(t - \alpha)T_u(\alpha)]^2}{2\Delta x^2(\alpha)} - \frac{[z - w(t - \alpha)T_w(\alpha)]^2}{2(\Delta z^2(\alpha) + R_z^2)}\right\} \quad (7)$$

( $u(t')$  и  $w(t')$  — флуктуационные компоненты скорости ветра в момент  $t'$  в центре начального сечения). В дальнейшем интеграл  $\eta$  от концентрации вдоль трассы зондирования будем называть интегральной концентрацией.

Будем считать, что пульсационные составляющие скорости ветра характеризуются нормальным распределением. Тогда интегральная концентрация, усредненная по начальным скоростям, имеет вид

$$\bar{\eta}(x, z) = \int_0^\infty \frac{Md\alpha}{2\pi\sqrt{K(\alpha)L(\alpha)}} \exp\left\{-\frac{(x - U\alpha)^2}{2K(\alpha)} - \frac{z^2}{2L(\alpha)}\right\}. \quad (8)$$

Здесь

$$K(\alpha) = \overline{\Delta x^2(\alpha)} + \overline{u^2}T_u^2(\alpha); \quad (9)$$

$$L(\alpha) = \overline{\Delta z^2}(\alpha) + R_z^2 + L_{12}(t, \alpha, t, \alpha), \quad (10)$$

$$L_{12}(t_1, \alpha_1, t_2, \alpha_2) = T_w(\alpha_1)T_w(\alpha_2)\overline{w(t_1 - \alpha_1)w(t_2 - \alpha_2)}. \quad (11)$$

Ковариация интегральных концентраций определяется выражением

$$\begin{aligned} \overline{\eta(t_1, x_1, z_1)\eta(t_2, x_2, z_2)} &= \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{M^2 d\alpha_1 d\alpha_2}{4\pi^2 \sqrt{[K(\alpha_1)K(\alpha_2) - K_{12}^2(t_1, \alpha_1, t_2, \alpha_2)][L(\alpha_1)L(\alpha_2) - L_{12}^2(t_1, \alpha_1, t_2, \alpha_2)]}} \times \\ &\times \exp\left\{-\frac{(x_1 - U\alpha_1)^2 K(\alpha_2) + (x_2 - U\alpha_2)^2 K(\alpha_1) - 2(x_1 - U\alpha_1)(x_2 - U\alpha_2)K_{12}(t_1, \alpha_1, t_2, \alpha_2)}{2[K(\alpha_1)K(\alpha_2) - K_{12}^2(t_1, \alpha_1, t_2, \alpha_2)]}\right\} \times \\ &\times \exp\left\{-\frac{z_1^2 L(\alpha_2) + z_2^2 L(\alpha_1) - 2z_1 z_2 L_{12}(t_1, \alpha_1, t_2, \alpha_2)}{2[L(\alpha_1)L(\alpha_2) - L_{12}^2(t_1, \alpha_1, t_2, \alpha_2)]}\right\}, \quad (12) \end{aligned}$$

где  $K_{12}(t_1, \alpha_1, t_2, \alpha_2)$  определяется аналогично (11) с заменой  $w$  на  $u$ .

Если в выражениях (8), (12) пренебречь флуктуациями продольной скорости ( $\sqrt{u^2} = 0$ ), то придем к модели меандрирующего факела Гиффорда [1]:

$$\bar{\eta}(x, z) = \frac{M}{U\sqrt{2\pi L(\bar{\alpha}_1)}} \exp\left\{-\frac{z^2}{2L(\bar{\alpha}_1)}\right\}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \overline{\eta(t_1, x_1, z_1)\eta(t_2, x_2, z_2)} &= \\ &= \frac{M^2}{U^2 2\pi \sqrt{[L(\bar{\alpha}_1)L(\bar{\alpha}_2) - L_{12}^2(t_1, \bar{\alpha}_1, t_2, \bar{\alpha}_2)]}} \times \\ &\times \exp\left\{-\frac{z_1^2 L(\bar{\alpha}_2) + z_2^2 L(\bar{\alpha}_1) - 2z_1 z_2 L_{12}(t_1, \bar{\alpha}_1, t_2, \bar{\alpha}_2)}{2[L(\bar{\alpha}_1)L(\bar{\alpha}_2) - L_{12}^2(t_1, \bar{\alpha}_1, t_2, \bar{\alpha}_2)]}\right\}, \quad (14) \end{aligned}$$

где  $\bar{\alpha}_i = x_i/U$  ( $i = 1, 2$ ).

Формулы (13), (14) справедливы на малых расстояниях от источника при выполнении условия

$$G \equiv \xi_w \sqrt{\Delta x^2(x/U)}/U \ll 1 \quad (15)$$

( $\xi_w^{-1}$  — эйлерово время корреляции вертикальной скорости), позволяющего не учитывать продольные флуктуации скорости ветра. Условие (15) можно получить из (3), учитывая, что диапазон интегрирования в (3) по  $\alpha$  фактически ограничен интервалом  $\Delta\alpha \approx \sqrt{\Delta x^2(x/U)}/U$ . Если указанный интервал много меньше эйлерова времени корреляции вертикальной скорости  $\xi_w^{-1}$ , то изменением вертикальной скорости  $w(t - \alpha)$  в пределах интегрирования можно пренебречь. Это позволяет приближенно проинтегрировать (3) по  $\alpha$  и после усреднения по начальным скоростям прийти к (13), (14).

## Внутрифакельные флуктуации концентрации

Мгновенное значение центра масс  $z_c$  поперечного распределения концентрации определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} z_c(x, t) &\equiv \int z \eta(t, x, z) dz / \int \eta(t, x, z) dz = \\ &= \int_0^\infty \frac{d\alpha [w(t - \alpha)T_w(\alpha)]}{\sqrt{\Delta x^2(\alpha)}} \exp\left\{-\frac{[x - U\alpha - u(t - \alpha)T_u(\alpha)]^2}{2\Delta x^2(\alpha)}\right\} / \\ &/ \int_0^\infty \frac{d\alpha}{\sqrt{\Delta x^2(\alpha)}} \exp\left\{-\frac{[x - U\alpha - u(t - \alpha)T_u(\alpha)]^2}{2\Delta x^2(\alpha)}\right\}. \quad (16) \end{aligned}$$

Переходя к системе координат, связанной с центром масс  $\tilde{z} = z - z_c(x, t)$ , и подставляя формулы  $z = \tilde{z} + z_c(x, t)$  и (16) в (7), получим выражение для мгновенной концентрации, представляющее сложный функционал от флуктуаций скорости, строгое усреднение которого вряд ли возможно. Для практических оценок можно воспользоваться тем, что мгновенное значение центра масс (16) есть некоторое усредненное по конечному промежутку времени вертикальное смещение жидкой частицы. Приближенно его можно представить следующим образом:

$$z_c(x, t) \approx \frac{1}{2\Delta\alpha} \int_{\alpha - \Delta\alpha}^{\alpha + \Delta\alpha} w(t - \alpha')T_w(\alpha')d\alpha', \quad (17)$$

где

$$\bar{\alpha} = x/U; \quad \Delta\alpha = \sqrt{2\Delta x^2(x/U)}/U. \quad (18)$$

Из (17) и (18) видно, что за смещения центра масс ответственны поперечные флуктуации скорости ветра с пространственными масштабами порядка или больше характерного продольного смещения жидкой частицы вследствие турбулентной диффузии  $(\Delta x^2)^{1/2}$ . Подставляя (17) в (7), находим, что средняя интегральная концентрация и ковариация интегральных концентраций в системе координат, связанной с центром масс факела, определяются соответственно выражениями (8), (12) с заменой в них

$z$  на  $\tilde{z}$ ,  $L(\alpha)$  на  $\tilde{L}(\alpha)$  и  $L_{12}(t_1, \alpha_1, t_2, \alpha_2)$  на  $\tilde{L}_{12}(t_1, \alpha_1, t_2, \alpha_2)$ , где

$$\tilde{L}(\alpha) = \overline{\Delta z^2}(\alpha) + \tilde{L}_{12}(t, \alpha, t, \alpha) + R_2^2, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{L}_{12}(t_1, \alpha_1, t_2, \alpha_2) = \\ & \overline{(z_c(x, t_1) - w(t_1 - \alpha_1)T_w(\alpha_1))(z_c(x, t_2) - w(t_2 - \alpha_2)T_w(\alpha_2))} = \\ & L_{12}(t_1, \alpha_1, t_2, \alpha_2) + \frac{1}{4\Delta\alpha^2} \int_{\bar{\alpha}-\Delta\alpha}^{\bar{\alpha}+\Delta\alpha} \int_{\bar{\alpha}-\Delta\alpha}^{\bar{\alpha}+\Delta\alpha} L_{12}(t_1, \alpha', t_2, \alpha'') d\alpha' d\alpha'' - \\ & - \frac{1}{2\Delta\alpha} \int_{\bar{\alpha}-\Delta\alpha}^{\bar{\alpha}+\Delta\alpha} L_{12}(t_1, \alpha', t_2, \alpha_2) d\alpha' - \\ & - \frac{1}{2\Delta\alpha} \int_{\bar{\alpha}-\Delta\alpha}^{\bar{\alpha}+\Delta\alpha} L_{12}(t_1, \alpha_1, t_2, \alpha') d\alpha'. \quad (20) \end{aligned}$$

Выражение (20) для простоты записано лишь для  $x_1 = x_2 = x$ .

Среднее значение центра масс поперечного распределения концентраций равно нулю, а дисперсия, как следует из (17), (11), определяется выражением

$$\overline{z_c^2(t, x)} \approx \frac{1}{4\Delta\alpha^2} \int_{\bar{\alpha}-\Delta\alpha}^{\bar{\alpha}+\Delta\alpha} \int_{\bar{\alpha}-\Delta\alpha}^{\bar{\alpha}+\Delta\alpha} L_{12}(t, \alpha', t, \alpha'') d\alpha' d\alpha''. \quad (21)$$

Из выражений (21), (19), (4), (5) следует, что на больших расстояниях дисперсия смещений оси факела  $\overline{z_c^2}$  убывает как  $x^{-1/2}$ . При этом  $\tilde{L}_{12}$  стремится к  $L_{12}$ , т.е. результирующие флуктуации концентрации становятся полностью внутрифакельными. В отсутствие продольных пульсаций скорости ветра (при  $\sqrt{u^2} = 0$ ) величина  $\tilde{L}_{12}(t_1, \bar{\alpha}, t_2, \bar{\alpha}) = 0$ . Как видно из справедливых в этом случае выражений (13), (14), среднее произведение концентраций (14) равно произведению средних (13) и, следовательно, внутрифакельных флуктуаций в этом случае нет.

На рис. 1 приведены среднеквадратические амплитуды относительной флуктуации интегральной концентрации в неподвижной системе координат как функции расстояния  $x$  от источника примеси для двух расстояний от среднего положения оси струи  $z = 0$  и  $z = \sqrt{L(x/U)}$ , рассчитанные с учетом (по (8), (10)) и без учета (по (13), (14)) продольных пульсаций скорости ветра. Видно, что амплитуды флуктуаций, рассчитанные по моделям (7), (10) и (17), (18), приблизительно совпадают на малых расстояниях. Максимум флуктуаций находится приблизительно в сечении, где максимально отношение среднеквадратического смещения оси факела к его поперечному размеру. На рис. 1 приведены также среднеквадратические амплитуды флуктуаций в системе координат, связанной с центром масс, при  $\tilde{z} = 0$  и  $\tilde{z} = \sqrt{L(x/U)}$ . Видно, что внутрифакельные флуктуации, малые вблизи источника, становятся доминирующими на больших расстояниях.

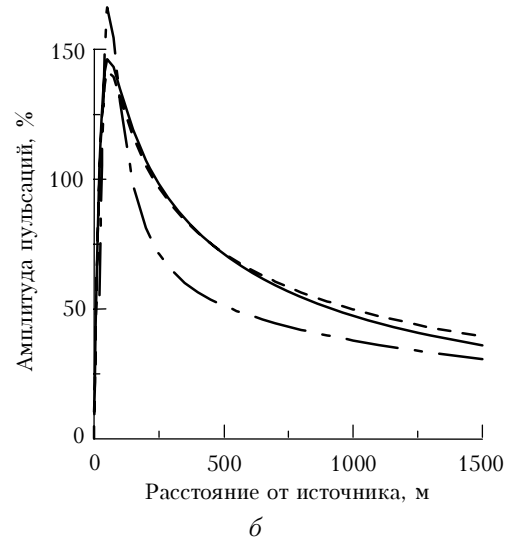
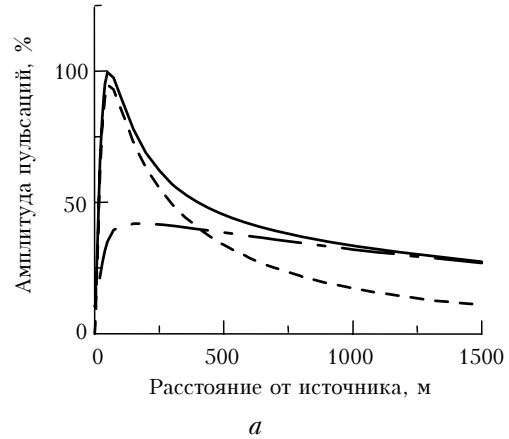


Рис. 1. Среднеквадратическая амплитуда пульсаций интегральной концентрации, отнесенная к локальной средней интегральной концентрации, в зависимости от расстояния от источника в неподвижной (сплошные линии и пунктир) и в подвижной системах координат, связанных с меандрирующей осью струи (штрихпунктир). Сплошные линии – расчет по (8), (12), пунктир – по (13), (14), штрихпунктир – по (8), (12) с учетом (19), (20):  $a$  – на оси факела при  $z = 0$ ,  $b$  – на расстоянии  $z = \sqrt{L(x/U)}$  от оси. Расчеты проведены при  $U = 4$  м/с,  $\sqrt{u^2} = 0,4$  м/с,  $\sqrt{w^2} = 0,3$  м/с,  $\lambda_u^{-1} = 240$  с,  $\lambda_w^{-1} = 90$  с,  $\xi_u^{-1} = 40$  с,  $\xi_w^{-1} = 20$  с,  $R_z = 1$  м

Дисперсия флуктуаций интегральной по  $z$  концентрации в приземной струе с регистрацией горизонтального меандрирования и выделением внутрифакельных флуктуаций экспериментально изучалась в работе [12]. На рис. 2 приведено сопоставление данных натуральных измерений [12] с результатами расчетов флуктуаций интегральной концентрации в неподвижной системе координат на оси усредненной струи и в системе координат, связанной с центром масс факела, на его мгновенной оси.

На рис. 3 приведены усредненные по участку факела от 50 до 350 м среднеквадратические флуктуации интегральной концентрации в зависимости от нормированного на полуширину факела расстояния от средней оси факела.

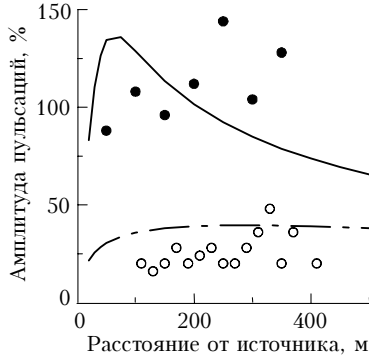


Рис. 2. Среднеквадратическая амплитуда пульсаций интегральной концентрации на оси струи, отнесенная к локальной средней интегральной концентрации, в зависимости от расстояния от источника в неподвижной системе координат (сплошная линия и темные кружки) и в подвижной системе координат, связанной с меандрирующей осью струи (штрихпунктир и светлые кружки). Кружки — эксперимент [12], сплошная линия — расчет по (8), (12), штрихпунктир — по (8), (12) с учетом (19), (20). Расчеты были сделаны при

$$U = 4 \text{ м/с}, \quad \sqrt{u^2} = 0,4 \text{ м/с}, \quad \sqrt{v^2} = 0,4 \text{ м/с}, \quad \lambda_u^{-1} = 240 \text{ с}, \\ \lambda_v^{-1} = 240 \text{ с}, \quad \xi_u^{-1} = 40 \text{ с}, \quad \xi_v^{-1} = 40 \text{ с}, \quad R_y = 1 \text{ м}$$

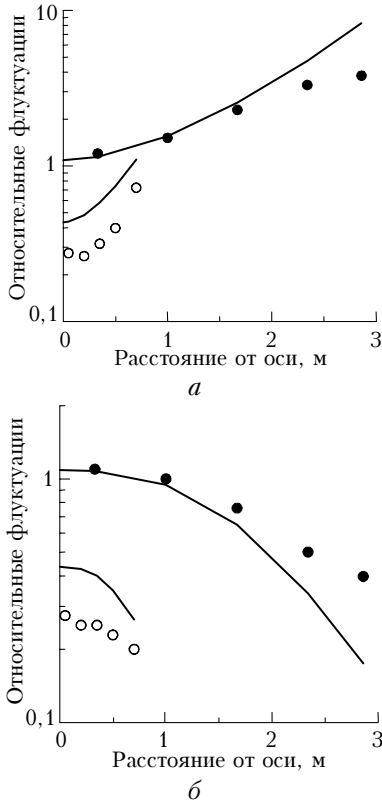


Рис. 3. Среднеквадратическая амплитуда пульсаций интегральной концентрации как функция нормированного на полуширину средней струи расстояния от оси струи в неподвижной системе координат (верхние линии и темные кружки) и в подвижной системе координат, связанной с меандрирующей осью струи (нижние линии и светлые кружки), отнесенная к локальной (а) и осевой (б) средней концентрации. Кружки — эксперимент [12], верхние линии — расчет по (8), (12), нижние — по (8), (12) с учетом (19), (20). Расчеты сделаны при тех же исходных данных, что и для рис. 2

На рис. 3, а среднеквадратические флуктуации отнесены к локальным средним значениям интегральной концентрации, а на рис. 3, б — к осевым средним значениям интегральной концентрации. В работе [12] нет данных о метеоусловиях проведения эксперимента, поэтому в расчете использовались типичные значения входных параметров [13, 14]. Тем не менее результаты расчета в целом удовлетворительно согласуются с экспериментом. В отличие от работ [2–6], где относительные внутрифакельные флуктуации полагаются независимыми от поперечных координат, эксперимент [12] и наши расчеты (рис. 3, а) свидетельствуют, что такая зависимость есть и выражена весьма отчетливо.

## Корреляционные функции

Для достаточно больших расстояний от начального сечения факела, когда знак неравенства в условии (15) меняется на противоположный и выполняются соотношения

$$\text{Max}[\xi_u^{-1}, \xi_w^{-1}] \ll \text{Min}[\sqrt{K(x/U)}/U, \sqrt{L(x/U)}/U]; \quad (22)$$

$$K_{12}(t, t, x/U, x/U) \ll K(x/U); \\ L_{12}(t, t, x/U, x/U) \ll L(x/U), \quad (23)$$

корреляционная функция может быть найдена аналитически. Учитывая (23), разлагаем (12) в ряд по  $K_{12}$ ,  $L_{12}$  и, ограничиваясь линейным приближением, получаем

$$\overline{\eta(t, x, z)\eta(t + \Delta t, x, z)} \approx \\ \approx \int_0^\infty \int_0^\infty d\alpha_1 d\alpha_2 [4\pi^2 (K(\alpha_1)K(\alpha_2)L(\alpha_1)L(\alpha_2))]^{-1/2} \times \\ \times \exp\left\{-0,5\left[(x - U\alpha_1)^2 K^{-1}(\alpha_1) + (x - U\alpha_2)^2 K^{-1}(\alpha_2) + \right. \right. \\ \left. \left. + z^2 L^{-1}(\alpha_1) + z^2 L^{-1}(\alpha_2)\right]\right\} \times \\ \times \left\{1 + \frac{(x - U\alpha_1)(x - U\alpha_2)K_{12}(t + \Delta t, \alpha_1, t, \alpha_2)}{K(\alpha_1)K(\alpha_2)} + \right. \\ \left. + \frac{z^2 L_{12}(t + \Delta t, \alpha_1, t, \alpha_2)}{L(\alpha_1)L(\alpha_2)}\right\}. \quad (24)$$

Функции  $K_{12}$ ,  $L_{12}$ , пропорциональные эйлеровым корреляционным функциям, заметно отличны от нуля лишь при  $|t_1 - \alpha_1 - t_2 + \alpha_2| \leq \xi_{u,w}^{-1}$  и, ввиду условия (22), ведут себя по отношению к другим членам разложения как дельта-функции  $\delta(t_1 - \alpha_1 - t_2 + \alpha_2)$ . Поэтому для вычисления интегралов нет необходимости знать точный вид эйлеровых корреляционных функций, достаточно знать эйлеровы времена корреляции. В итоге получаем

$$B(\Delta t) \equiv \frac{\overline{\eta(t, x, z)\eta(t + \Delta t, x, z)}}{\eta(x, z)\eta(x, z)} - 1 =$$

$$= \frac{\exp(-\gamma^2)}{2\sqrt{\pi}} \left\{ (1 - 2\gamma^2) \frac{\overline{u^2 T_u^2(x/U) \xi_w^{-1} U}}{K^{3/2}(x/U)} + \frac{2z^2 \overline{w^2 T_w^2(x/U) \xi_w^{-1} U}}{L^2(x/U) K^{1/2}(x/U)} \right\}, \quad (25)$$

где

$$\gamma = \Delta t U / 2K^{1/2}(x/U). \quad (26)$$

Как следует из выражений (25), (26), временной масштаб корреляции интегральной концентрации примеси равен  $K^{1/2}(x/U)/U$ . Основной вклад в пульсации интегральной концентрации вносят неоднородности концентрации с продольным размером порядка  $K^{1/2}(x/U)$ , смещающиеся относительно точки наблюдения со скоростью ветра. На малых расстояниях от оси факела пульсации интегральной концентрации примеси обусловлены только продольными флуктуациями скорости ветра. Но роль продольных флуктуаций скорости в генерации пульсаций интегральной концентрации примеси является существенной при всех расстояниях от оси факела. Из выражения (25) также видно, что корреляционная функция в приосевой области факела может быть отрицательной.

При отсутствии продольных флуктуаций скорости ветра корреляционную функцию интегральной концентрации примеси можно получить, разлагая (14) в ряд по  $L_{12}$  до квадратичного члена включительно:

$$B(\Delta t) = \frac{z^2 L_{12}(t + \Delta t, x/U, t, x/U)}{L^2(x/U)} + \frac{L_{12}^2(t + \Delta t, x/U, t, x/U)}{2L^2(x/U)} \left[ 1 - z^2 / L(x/U) \right]^2. \quad (27)$$

Выражение (27) приводит к результатам, значительно отличающимся от результатов, даваемых формулой (25), полученной при учете продольных флуктуаций скорости ветра. В частности, временной масштаб корреляционной функции (27) по порядку величины равен эйлерову временному масштабу  $\xi_w^{-1}$  корреляции вертикальной компоненты скорости ветра, что в силу (22) значительно меньше временного масштаба корреляционной функции (25).

Временные корреляционные функции интегральной концентрации, рассчитанные с помощью (8), (12)–(14) для трех расстояний от источника, представлены на рис. 4.

Видно, что на расстоянии 50 м, которое при выбранных параметрах характеризуется критерием  $G = 0,03$  и может считаться малым, учет продольных пульсаций слабо влияет на результаты. На промежуточном расстоянии 500 м ( $G = 0,3$ ) и на расстоянии 1500 м, на котором критерий  $G = 0,7$ , учет продольных пульсаций заметно влияет на вид корреляционной функции и в несколько раз увеличивает временной масштаб корреляции. Отрицательный участок корреляционной функции появляется уже на расстоянии 500 м.

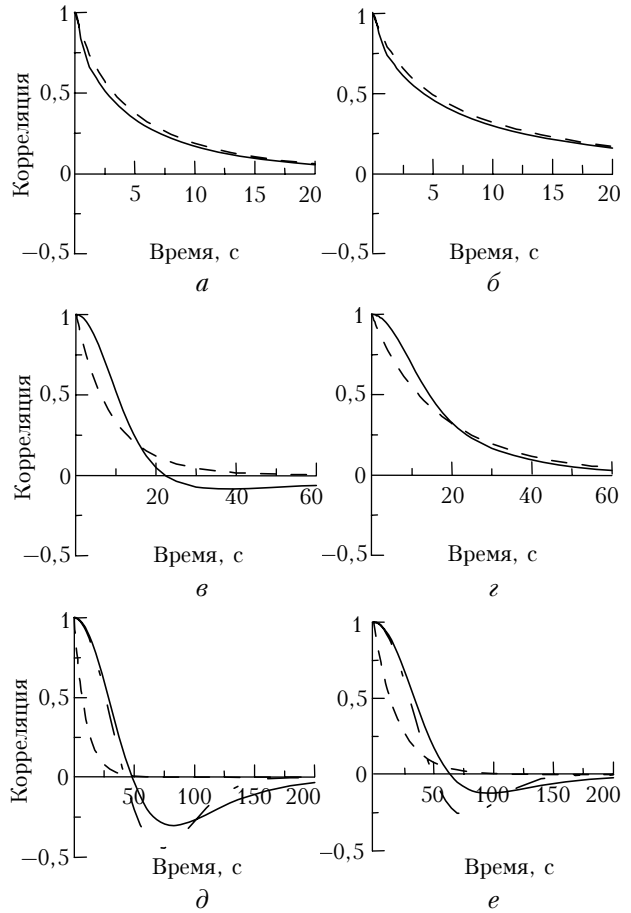


Рис. 4. Временные корреляционные функции пульсаций интегральной концентрации примеси на оси усредненного факела при  $z = 0$  (а, в, д) и на расстоянии  $z = \sqrt{L(x/U)}$  от оси (б, з, е) на разных удалениях от начального сечения: а, б – 50 м, в, з – 500 м, д, е – 1500 м. Сплошные линии – расчет по (8), (12), пунктир – по (13), (14), штрихпунктир – по (25)

## Заключение

Случайное поле концентрации пассивной примеси, образованное точечным стационарным источником в статистически однородной и стационарной атмосфере, моделировалось с помощью метода случайных сил в теории турбулентности, что позволило учесть внутрифакельные флуктуации концентрации и обобщить модель факела Гиффорда. Показано, что деление флуктуаций концентрации на внутрифакельные флуктуации и флуктуации, обусловленные колебаниями центра масс факела, возможно только при учете продольных флуктуаций скорости ветра. Флуктуации положения центра масс факела обусловлены поперечными флуктуациями скорости ветра, с масштабами порядка или больше характерного смещения жидкой частицы вследствие турбулентной диффузии в направлении среднего ветра. Флуктуации скорости ветра меньших масштабов ответственны за внутрифакельные флуктуации концентрации, т.е. за флуктуации концентрации в системе координат, связанной с центром масс факела. Если пренебречь

продольными пульсациями скорости ветра, то диффузионное смещение жидкой частицы в направлении среднего ветра становится нулевым. При этом внутрифакельные флуктуации концентрации исчезают и флуктуации концентрации в факеле вызываются только колебаниями центра масс факела. В этом случае рассматриваемая здесь модель переходит в модель факела Гиффорда. Основные отличия настоящей модели от модели Гиффорда проявляются, когда роль внутрифакельных флуктуаций становится сравнимой с влиянием поперечных смещений факела как целого. В частности, флуктуационные характеристики интеграла от концентрации по поперечному сечению факела не зависят от поперечных смещений факела как целого. Они определяются только внутрифакельными флуктуациями и поэтому не описываются моделью Гиффорда. Заметные отличия в пульсационных характеристиках концентраций по двум моделям всегда имеют место на больших расстояниях от источника. Временной масштаб корреляционной функции интегральной концентрации примеси на больших расстояниях по порядку величины равен отношению размера продольных неоднородностей факела к скорости ветра, что может значительно превышать временной масштаб, следующий из модели Гиффорда. Сама корреляционная функция концентрации в приосевой области факела может принимать отрицательные значения.

1. *Гиффорд Ф.А.* Статистическая модель дымовой струи // Атмосферная диффузия и загрязнение воздуха. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1962. С. 143–186.
2. *Reynolds A.M.* Representation of internal plume structure in Gifford's meandering plume model // Atmos. Environ. 2000. V. 34. N 16. P. 2539–2545.
3. *Yee E., Chan R., Kosteniuk P.R., Chandler G.M., Biltoft C.A., Bowers J.F.* Incorporation of internal fluctua-

- tions in a meandering plume model of concentration fluctuations // Boundary-Layer Meteorol. 1994. V. 67. N 1–2. P. 11–39.
4. *Yee E., Wilson D.J.* A comparison of the detailed structure in dispersing tracer plumes measured in grid-generated turbulence with a meandering plume model incorporating internal fluctuations // Boundary-Layer Meteorol. 2000. V. 94. N 2. P. 253–296.
  5. *Luhar A.K., Hibberd M.F., Borgas M.S.* A skewed meandering-plume model for concentration statistics in the convective boundary layer // Atmos. Environ. 2000. V. 34. N 21. P. 3599–3616.
  6. *Franzese P.* Lagrangian stochastic modeling of a fluctuating plume in the convective boundary layer // Atmos. Environ. 2003. V. 37. N 10. P. 1691–1701.
  7. *Thomson D. J.* Criteria for the selection of stochastic models of particle trajectories in turbulent flows // J. Fluid Mech. 1987. V. 180. N 7. P. 529–556.
  8. *Иванов А.П., Чайковский А.П., Осипенко Ф.П., Хутко И.С., Король М.М., Шербаков В.Н., Кабашиников В.П., Бриль А.И., Попов В.М., Ковалев А.А., Самусенко А.М., Другаченок М.А.* Исследование аэрозольного загрязнения атмосферы в промышленном регионе с применением лидаров // Оптика атмосф. и океана. 1998. Т. 11. № 4. С. 371–380.
  9. *Новиков Е.А.* Метод случайных сил в теории турбулентности // Ж. эксперим. и теор. физ. 1963. Т. 44. Вып. 6. С. 2159–2168.
  10. *Кляцкин В.И.* Стохастические уравнения и волны в случайно-неоднородных средах. М.: Наука, 1980. 265 с.
  11. *Монин А.С., Яглом А.М.* Статистическая гидромеханика. М.: Наука, 1965. Ч. 1. 639 с.
  12. *Найденков А.В.* О флуктуациях интегральной концентрации в дымовых струях в приземном слое атмосферы // Тр. ИЭМ. 1978. Вып. 21 (80). С. 25–31.
  13. *Атмосфера:* Справочник. Л.: Гидрометеоздат, 1991. 509 с.
  14. *Бызова Н.Л., Гаргер Е.К., Иванов В.Н.* Экспериментальные исследования атмосферной диффузии и расчеты рассеяния примеси. Л.: Гидрометеоздат, 1991. 297 с.

*V.P. Kabashnikov, A.P. Chaikovsky.* **Model of a passive impurity plume taking into account the in-plume structure.**

A model of a passive impurity plume in a homogeneous turbulent atmosphere is considered. In-plume concentration fluctuations are taken into account. The model is based on random force method in turbulence theory and allows estimation of space-time correlation functions. It is shown that in-plume concentration fluctuations are induced by longitudinal wind speed pulsations. Plume axis fluctuations are caused by transversal wind speed pulsations with the scales about or more than turbulent diffusion displacement of a liquid particle in the average wind direction. Plume axis fluctuations vanish at large distances from the impurity source. At small distances from the source, where the main contribution to the concentration pulsations is the plume displacement as a whole, the examined model is close to the Gifford plume model. At large distances, in-plume concentration fluctuations are important and the specified models differ considerably. In particular, time correlation function of concentration pulsations can be negative in far plume areas. Results of calculation agree satisfactory with the experiment.