«Оптика атмосферы и океана», **17**, № 1 (2004)

АДАПТИВНАЯ И ИНТЕГРАЛЬНАЯ ОПТИКА

УДК 534.222

И.П. Лукин

Об интегральном разрешении турбулентной атмосферы и телескопической системы для метода Нокса–Томпсона

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 7.10.2003 г.

Исследуется интегральное разрешение метода Нокса–Томпсона в его классической формулировке, когда смещение спектров изображения производится на некоторую фиксированную величину пространственного масштаба. В этом случае интегральное разрешение метода можно определить как интегральную форму от его оптической передаточной функции по текущему пространственному масштабу. Показано, что с увеличением фиксированного смещения пространственного масштаба происходит монотонное уменьшение интегрального разрешения системы «турбулентная атмосфера – телескоп» для этого метода. Отмечается, что интегральное разрешение метода Нокса–Томпсона всегда ниже, чем интегральное разрешение метода Лабейри. Классический метод Нокса–Томпсона имеет более высокое интегральное разрешение при сдвигах спекл-интерферограмм в пределах спекла, в то время как расширенный метод Нокса–Томпсона лучше обрабатывает хорошо развитую спекл-структуру изображения для больших сдвигов спекл-интерферограмм.

Фридом [1, 2] было рассмотрено интегральное разрешение оптической системы «турбулентная атмосфера–телескоп» при регистрации усредненного изображения и серии короткоэкспозиционных изображений при обработке их по методу Лабейри. Дальнейшее развитие этого вопроса было осуществлено автором статьи в работе [3], где был предложен оригинальный подход к оценке интегрального разрешения различных методов постдетекторной обработки изображения некогерентно освещенного объекта, наблюдаемого телескопической оптической системой через турбулентную атмосферу. В работе [3] рассматривались следующие методы обработки изображения: метод регистрации усредненного изображения, метод Лабейри, Нокса–Томпсона и тройной корреляции интенсивности изображения. Метод Нокса–Томпсона исследовался в своем расширенном (extended) варианте как результат биспектрального преобразования корреляционной функции интенсивности изображения.

В настоящей статье формулируется несколько иной вариант определения интегрального разрешения для метода Нокса–Томпсона. Рассматривается классический вариант реализации метода Нокса–Томпсона, когда смещение спектров изображения производится на некоторую фиксированную величину пространственного масштаба $(\Delta\mathbf{p} \neq 0)$, при этом рабочая характеристика метода связывается с оптической передаточной функцией системы обычным преобразованием Фурье. В данной ситуации интегральное разрешение метода можно определить как интегральную форму от его оптической передаточной функции по текущему пространственному масштабу $\mathbf{p}$.

Оптическая передаточная функция оптической системы «турбулентная атмосфера–телескоп» может быть записана в виде [4]:

$$M(\mathbf{p}) = \int\!\!\int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\rho}\, U(\boldsymbol{\rho}) U^*(\boldsymbol{\rho}+\mathbf{p}) K(\boldsymbol{\rho}) K^*(\boldsymbol{\rho}+\mathbf{p}),$$

где $U(\boldsymbol{\rho})$ – комплексная амплитуда поля в точке $\boldsymbol{\rho}$ на приемной апертуре, создаваемая точечным некогерентным источником, находящимся в пространстве предмета; $K(\boldsymbol{\rho})$ – функция зрачка приемной апертуры; $\mathbf{p}$ – пространственный масштаб.

Для расширенного (extended) метода Нокса – Томпсона, исследованного в работе [3], выполняется соотношение

$$\left\langle M(\mathbf{p}_1) M^*(\mathbf{p}_2)\right\rangle = \int\!\!\int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\rho}' \int\!\!\int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\rho}'' \left\langle I(\boldsymbol{\rho}') I(\boldsymbol{\rho}'')\right\rangle \times$$
$$\times \exp\left[-\frac{ik}{F}\left(\mathbf{p}_1\boldsymbol{\rho}' - \mathbf{p}_2\boldsymbol{\rho}''\right)\right],$$

где $I(\boldsymbol{\rho}) = U(\boldsymbol{\rho})\, U^*(\boldsymbol{\rho})$ – интенсивность оптического поля в точке $\boldsymbol{\rho}$ на приемной апертуре, создаваемая точечным некогерентным источником, находящимся в пространстве предмета. Таким образом, в данном случае осуществляется биспектральное преобразование корреляционной функции интенсивности изображения: $\left\langle I(\boldsymbol{\rho}') I(\boldsymbol{\rho}'')\right\rangle$.

В том случае, если рассматривается классический метод Нокса–Томпсона, то

$$\left\langle M(\mathbf{p})M^*(\mathbf{p}+\Delta\mathbf{p})\right\rangle = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\rho}\exp\left(-\frac{ik}{F}\mathbf{p}\boldsymbol{\rho}\right)\times$$

$$\times\left[\iint\limits_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\rho}'\left\langle I(\boldsymbol{\rho}')I(\boldsymbol{\rho}'+\boldsymbol{\rho})\right\rangle \exp\left(\frac{ik}{F}\Delta\mathbf{p}\boldsymbol{\rho}'\right)\right]$$

и рабочая характеристика, равная

$$\left[\iint\limits_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\rho}'\left\langle I(\boldsymbol{\rho}')I(\boldsymbol{\rho}'+\boldsymbol{\rho})\right\rangle \exp\left(\frac{ik}{F}\Delta\mathbf{p}\boldsymbol{\rho}'\right)\right],$$

связывается с оптической передаточной функцией обычным преобразованием Фурье. Оценим потенциальные возможности этих двух вариантов метода при наблюдении объекта через турбулентную атмосферу с точки зрения критерия интегрального разрешения.

Вычислим интегральное разрешение $\Re_{KT}(\Delta\mathbf{p})$ для классической формулировки метода Нокса—Томпсона, определенное следующим образом:

$$\Re_{KT}(\Delta\mathbf{p}) = 2\frac{k^2}{F^2}\iint\limits_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p}\,\tau_{KT}(\mathbf{p},\mathbf{p}+\Delta\mathbf{p}) =$$

$$= 2\frac{k^2}{\left\langle M(0)\right\rangle^2 F^2}\iint\limits_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p}\left\langle M(\mathbf{p})M^*(\mathbf{p}+\Delta\mathbf{p})\right\rangle, \qquad (1)$$

где $\tau_{KT}(\mathbf{p}, \mathbf{p}+\Delta\mathbf{p})$ — оптическая передаточная функция системы «турбулентная атмосфера — телескоп» для метода Нокса—Томпсона [4]; $\left\langle M(0)\right\rangle = \pi K_0^2 R^2$ — нормирующий множитель [4]; K_0 — амплитудное пропускание телескопа на оптической оси системы; R — радиус приемной апертуры; $k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны оптического излучения в вакууме; F — фокусное расстояние приемной линзы. Выберем функцию пропускания оптической приемной системы в виде гауссоиды [3, 4]:

$$K(\boldsymbol{\rho}) = K_0\exp\left(-\frac{\rho^2}{2R^2}\right).$$

Из определения методов Лабейри [1, 4] и классической формулировки метода Нокса—Томпсона (1) следует, что интегральные разрешения этих методов связаны следующим соотношением:

$$\Re_{KT}(\Delta\mathbf{p}=0) \equiv \Re_{LM}, \qquad (2)$$

где $\Re_{LM}$ — интегральное разрешение метода Лабейри.

Выражение для интегрального разрешения метода Нокса—Томпсона получим, подставив в (1) оптическую передаточную функцию системы «турбулентная атмосфера — телескоп» $\tau_{KT}(\mathbf{p},\mathbf{p}+\Delta\mathbf{p})$ в виде, найденном в работе [4]:

$$\Re_{KT}(\Delta\mathbf{p}) = \frac{k^2}{\pi R^2 F^2}\exp\left(-\frac{3\Delta p^2}{8R^2}\right)\times$$

$$\times\iint\limits_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p}\exp\left[-\frac{p^2+\Delta\mathbf{p}\mathbf{p}}{2R^2}-\frac{1}{2}D(\mathbf{p})-\frac{1}{2}D(\mathbf{p}+\Delta\mathbf{p})\right]\times$$

$$\times\iint\limits_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\rho}\exp\left[-\frac{\rho^2-\Delta\mathbf{p}\boldsymbol{\rho}}{2R^2}-\frac{1}{2}D(\boldsymbol{\rho})-\frac{1}{2}D(\boldsymbol{\rho}-\Delta\mathbf{p})+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}D(\boldsymbol{\rho}-\mathbf{p}-\Delta\mathbf{p})+\frac{1}{2}D(\boldsymbol{\rho}+\mathbf{p})\right]. \qquad (3)$$

Здесь $D(\boldsymbol{\rho})$ — пространственная структурная функция флуктуаций комплексной фазы плоской оптической волны.

Для дальнейших вычислений интегральное представление для структурной функции флуктуаций комплексной фазы плоской волны будем брать в виде

$$D(\boldsymbol{\rho}) = \pi k^2 x\iint\limits_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\kappa}\,\Phi_\varepsilon(\boldsymbol{\kappa})\left[1-\exp(i\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho})\right],$$

где

$$\Phi_\varepsilon(\kappa) = 0{,}033C_\varepsilon^2\left[1-\exp\left(-\kappa^2/\kappa_0^2\right)\right]\kappa^{-11/3}\exp\left(-\kappa^2/\kappa_m^2\right)$$

— спектр флуктуаций диэлектрической проницаемости турбулентной атмосферы; C_ε^2 — структурный параметр атмосферной турбулентности; $\kappa_0 = 2\pi/L_0$, L_0 — внешний масштаб атмосферной турбулентности; $\kappa_m = 5{,}92/l_0$, l_0 — внутренний масштаб атмосферной турбулентности; x — эффективная толща оптически активного слоя атмосферной турбулентности [4]. Асимптотические выражения для структурной функции флуктуаций комплексной фазы плоской волны имеют следующий вид:

$$D(\boldsymbol{\rho}) \cong \begin{cases} 2(\rho/\rho_m)^2, & \rho < l_0, \\ 2(\rho/\rho_0)^{5/3}, & l_0 < \rho < L_0, \\ 2\sigma_S^2\left[1-\alpha_0(\kappa_0\rho)^{-1/3}\right], & \rho > L_0, \end{cases}$$

где

$$\rho_m = \left[\frac{3}{4}0{,}033\pi^2\Gamma\left(\frac{7}{6}\right)k^2 x C_\varepsilon^2\kappa_m^{1/3}\right]^{-1/2}$$

— радиус когерентности плоской волны при условии, что радиус когерентности плоской оптической волны ρ_c меньше внутреннего масштаба атмосферной турбулентности;

$$\rho_0 = \left[2^{-5/3}\frac{18}{5}0{,}033\pi^2\,\Gamma\left(\frac{7}{6}\right)\Big/\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)k^2 x C_\varepsilon^2\right]^{-3/5}$$

— радиус когерентности плоской волны при условии, что радиус когерентности плоской оптической волны ρ_c больше внутреннего масштаба атмосферной турбулентности;

$$\sigma_S^2 = \frac{18}{5}0{,}033\pi^2\Gamma\left(\frac{7}{6}\right)k^2 x C_\varepsilon^2 \kappa_0^{-5/3}$$

— дисперсия флуктуаций комплексной фазы плоской волны;

$$\alpha_0 = 2^{-5/3}\frac{25}{9}\Gamma\left(\frac{11}{6}\right) = 0{,}82\,.$$

Проведем асимптотический анализ выражения (3) для интегрального разрешения метода Нокса—Томпсона. Как это принято стандартно [3, 4], рассмотрим два случая: 1) изображение слабо искажено ($R < \rho_c$) и 2) хорошо развитая спекл-структура изображения ($R > \rho_c$).

В случае слабоискаженного изображения ($R < \rho_c$) в интегральном выражении (3) разложим фактор, содержащий структурные функции флуктуаций комплексной фазы оптической волны, в ряд и оставим первые два члена:

$$\Re_{KT}(\Delta\mathbf{p}) \cong \frac{k^2}{\pi R^2 F^2}\exp\left(-\frac{3\Delta p^2}{8R^2}\right)\times$$
$$\times\int\!\!\int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p}\exp\left(-\frac{p^2+\Delta\mathbf{p}\mathbf{p}}{2R^2}\right)\int\!\!\int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\rho}\exp\left(-\frac{\rho^2-\Delta\mathbf{p}\boldsymbol{\rho}}{2R^2}\right)\times$$
$$\times\left[1-\frac{1}{2}D(\mathbf{p})-\frac{1}{2}D(\mathbf{p}+\Delta\mathbf{p})-\frac{1}{2}D(\boldsymbol{\rho})-\frac{1}{2}D(\boldsymbol{\rho}-\Delta\mathbf{p})+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2}D(\boldsymbol{\rho}-\mathbf{p}-\Delta\mathbf{p})+\frac{1}{2}D(\boldsymbol{\rho}+\mathbf{p})\right].$$

Дальнейшие вычисления асимптотических формул требуют конкретизации соотношений величин R, Δp и масштабов атмосферной турбулентности (l_0, L_0). Рассмотрим случай малых приемных апертур ($R < l_0$), т.е. когда радиус приемной апертуры меньше внутреннего масштаба атмосферной турбулентности:

$$\Re_{KT}(\Delta\mathbf{p}) \cong \Re_{KT}\begin{pmatrix}R<l_0,\\ \Delta p<l_0\end{pmatrix} = \Re_0\exp\left(-\frac{\Delta p^2}{8R^2}\right)\times$$
$$\times\left[1-\frac{1}{3}(\kappa_m R)^2\left(\frac{R}{\rho_m}\right)^2-\left(\frac{\Delta p}{\rho_m}\right)^2\right],$$

где $\Re_0 = 4\pi^2 kR^2/F^2$ — интегральное разрешение оптической системы в вакууме [3]. В этом случае область пространственных масштабов $\Delta p < l_0$ описывает практически всю имеющую смысл область изменения функции $\Re_{KT}(\Delta\mathbf{p})$. Области $l_0 < \Delta p < L_0$ и $\Delta p > L_0$ можно не рассматривать, так как они не имеют практического смысла. Как следует из соотношения (2), данная асимптотика для функции $\Re_{KT}(\Delta\mathbf{p})$ при $\Delta p = 0$ совпадает с асимптотикой для $\Re_{LM}$ при $R < l_0$, полученной ранее в [3]:

$$\Re_{LM} \cong \Re_0\left[1-\frac{1}{3}(\kappa_m R)^2\left(\frac{R}{\rho_m}\right)^2\right].$$

Из приведенных выше формул следует, что в этом случае отношение интегрального разрешения метода Нокса—Томпсона к интегральному разрешению метода Лабейри всегда меньше единицы:

$$\frac{\Re_{KT}(\Delta\mathbf{p})}{\Re_{LM}} \cong \exp\left(-\frac{\Delta p^2}{8R^2}\right)\left[1-\left(\frac{\Delta p}{\rho_m}\right)^2\right] \le 1. \qquad (4)$$

В том случае, когда размер приемной апертуры больше внутреннего масштаба атмосферной турбулентности, но меньше внешнего масштаба атмосферной турбулентности $l_0 < R < L_0$, пространственные разносы $\Delta p < R$ охватывают практически всю имеющую смысл область изменения функции $\Re_{KT}(\Delta\mathbf{p})$:

$$\Re_{KT}(\Delta\mathbf{p}) \cong \Re_{KT}\begin{pmatrix}l_0<R<L_0,\\ \Delta p<R\end{pmatrix} =$$
$$= \Re_0\exp\left(-\frac{\Delta p^2}{8R^2}\right)\left[1-2^{8/3}\left(2^{1/6}-1\right)\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)\left(\frac{R}{\rho_0}\right)^{5/3}-\right.$$
$$\left.-\frac{5}{12}2^{5/6}\,\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)\frac{\Delta p^2}{\rho_0^{5/3}\;R^{1/3}}\right].$$

Области $R < \Delta p < L_0$ и $\Delta p > L_0$ можно не рассматривать, так как они и в этом случае не имеют практического смысла. Данная асимптотика для $\Re_{KT}(\Delta\mathbf{p})$ при $\Delta p = 0$ совпадает с асимптотикой для $\Re_{LM}$ при $l_0 < R < L_0\{\rho_c\}$, полученной в работе [3]:

$$\Re_{LM} \cong \Re_0\left[1-2^{8/3}\left(2^{1/6}-1\right)\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)\left(\frac{R}{\rho_0}\right)^{5/3}\right].$$

В данном случае отношение интегральных разрешений методов Нокса—Томпсона и Лабейри имеет следующий вид:

$$\frac{\Re_{KT}(\Delta\mathbf{p})}{\Re_{LM}} \cong \exp\left(-\frac{\Delta p^2}{8R^2}\right)\left[1-\frac{5}{12}2^{5/6}\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)\frac{\Delta p^2}{\rho_0^{5/3}R^{1/3}}\right] \le 1. \qquad (5)$$

Ограничимся анализом интегрального разрешения методов постдетекторной обработки изображения лишь для наиболее распространенного на практике случая приемных апертур меньше внешнего масштаба атмосферной турбулентности. Область гигантских приемных апертур ($R > L_0$) в настоящем сообщении рассматривать не будем.

Оказывается, что с увеличением смещения пространственных масштабов Δp интегральное разрешение метода Нокса—Томпсона $\Re_{KT}(\Delta\mathbf{p})$ уменьшается. Кроме того, как следует из (4), (5), интегральное разрешение метода Нокса—Томпсона всегда ниже, чем интегральное разрешение метода Лабейри.

При сильном искажении изображения (развитая спекл-структура) $R > \rho_c$ существуют две области интегрирования, которые дают существенный вклад в подынтегральную функцию выражения (2). В этих областях фактор, содержащий структурные функции флуктуаций комплексной фазы оптической волны, разложим в ряд и оставим первые два члена (члены «нулевого» и «первого» порядков):

$$\Re_{KT}(\Delta\mathbf{p}) \cong \frac{k^2}{\pi R^2 F^2}\exp\left(-\frac{3\Delta p^2}{8R^2}\right)\times$$

$$\times\int\int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p}\exp\left[-\frac{p^2+\Delta\mathbf{p}\mathbf{p}}{2R^2}-\frac{1}{2}D(\mathbf{p})-\frac{1}{2}D(\mathbf{p}+\Delta\mathbf{p})\right]\times$$

$$\times\int\int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\rho}\exp\left[-\frac{\rho^2-\Delta\mathbf{p}\boldsymbol{\rho}}{2R^2}\right]\left[1-\frac{1}{2}D(\boldsymbol{\rho})-\frac{1}{2}D(\boldsymbol{\rho}-\Delta\mathbf{p})+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}D(\boldsymbol{\rho}-\mathbf{p}-\Delta\mathbf{p})+\frac{1}{2}D(\boldsymbol{\rho}+\mathbf{p})\right]+\frac{k^2}{\pi R^2 F^2}\times$$

$$\times\exp\left(-\frac{3\Delta p^2}{8R^2}\right)\int\int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p}\exp\left[-\frac{p^2+\Delta\mathbf{p}\mathbf{p}}{2R^2}\right]\times$$

$$\times\int\int_{-\infty}^{\infty} d\boldsymbol{\rho}\exp\left[-\frac{\rho^2-\Delta\mathbf{p}\boldsymbol{\rho}}{2R^2}-\frac{1}{2}D(\boldsymbol{\rho})-\frac{1}{2}D(\boldsymbol{\rho}-\Delta\mathbf{p})\right]\times$$

$$\times\left[1-\frac{1}{2}D(\mathbf{p})-\frac{1}{2}D(\mathbf{p}+\Delta\mathbf{p})+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}D(\boldsymbol{\rho}-\mathbf{p}-\Delta\mathbf{p})+\frac{1}{2}D(\boldsymbol{\rho}+\mathbf{p})\right].$$

Для малых приемных апертур $R < l_0$, тогда так как $R > \rho_c$, то $\rho_c < l_0$ и, следовательно, $\rho_c = \rho_m$. В данном случае для пространственных масштабов $\Delta p < l_0$

$$\Re_{KT}(\Delta\mathbf{p}) \cong \Re_{KT}\begin{pmatrix} R < l_0, \\ \Delta p < l_0 \end{pmatrix} = \Re_0\left[\left(\frac{\rho_m}{R}\right)^2\right]\times$$

$$\times\exp\left(-\frac{\Delta p^2}{2\rho_m^2}\right)\left[1-\frac{3}{8}\left(\frac{\rho_m}{R}\right)^2-\frac{1}{4}\left(\frac{\Delta p}{\rho_m}\right)^2\right].$$

Интегральное разрешение метода Лабейри для этого случая имеет вид (такой асимптотики в работе [3] не было получено, т.к. случай $R < l_0$ не рассматривался):

$$\Re_{LM} \cong \Re_0\left(\frac{\rho_m}{R}\right)^2\left[1-\frac{3}{8}\left(\frac{\rho_m}{R}\right)^2\right].$$

В промежуточной области размеров приемной апертуры $l_0 < R < L_0$ для пространственных масштабов $\Delta p < R$ эта область описывает всю практически имеющую смысл область изменения функции. Для определенности положим, что $\rho_c > l_0$, т.е. $\rho_c = \rho_0$. Тогда можно получить следующее выражение:

$$\Re_{KT}(\Delta\mathbf{p}) \cong \Re_{KT}\begin{pmatrix} l_0 < R < L_0, \\ \Delta p < R \end{pmatrix} =$$

$$= \Re_0\left[0{,}5\left(\frac{\rho_0}{R}\right)^2\right]\exp\left(-\frac{\Delta p^2}{2\rho_0^2}\right)\times$$

$$\times\left[1+\frac{5}{6}2^{-1/6}\,\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)\left(\frac{\rho_0}{R}\right)^{1/3}-\frac{5}{24}2^{5/6}\,\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)\frac{\Delta p^2}{\rho_0^{5/3}R^{1/3}}\right].$$

Интегральное разрешение метода Лабейри для этого случая имеет вид

$$\Re_{LM} = \Re_0\left[0{,}5\left(\frac{\rho_0}{R}\right)^2\right]\left[1+\frac{5}{6}2^{-1/6}\,\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)\left(\frac{\rho_0}{R}\right)^{1/3}\right],$$

что почти не отличается от результата, полученного в работе [3]:

$$\Re_{LM} = \Re_0\left[2^{-1/5}0{,}5\left(\frac{\rho_0}{R}\right)^2\right]\left[1+2^{-1/5}\frac{5}{6}2^{-1/6}\,\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)\left(\frac{\rho_0}{R}\right)^{1/3}\right].$$

Незначительные расхождения в коэффициентах объясняются различиями в используемых при вычислении асимптотических формул аппроксимаций структурных функций флуктуаций комплексной фазы оптической волны параболами.

Отношение интегральных разрешений методов Нокса–Томпсона и Лабейри для сильно искаженного изображения можно записать следующим образом:

$$\frac{\Re_{KT}(\Delta\mathbf{p})}{\Re_{LM}} \cong \begin{cases} \exp\left(-\frac{\Delta p^2}{2\rho_m^2}\right)\left[1-\frac{1}{4}\left(\frac{\Delta p}{\rho_m}\right)^2\right], \\ \qquad R < l_0,\ \Delta p < l_0, \\ \exp\left(-\frac{\Delta p^2}{2\rho_0^2}\right)\left[1-\frac{5}{24}2^{5/6}\,\Gamma\left(\frac{11}{6}\right)\frac{\Delta p^2}{\rho_0^{5/3}R^{1/3}}\right], \\ \qquad l_0 < R < L_0,\ \Delta p < R,\ \rho_c > l_0. \end{cases}$$

Оказывается, что и при развитой спекл-структуре изображения отношение интегрального разрешения метода Нокса–Томпсона к интегральному разрешению метода Лабейри меньше единицы. Таким образом, можно сделать вывод о том, что всегда интегральное разрешение метода Нокса–Томпсона ниже, чем интегральное разрешение метода Лабейри.

В заключение дадим сравнительные оценки интегрального разрешения различных вариантов метода Нокса–Томпсона при постдетекторной обработке изображения для произвольно большого телескопа ($R \to \infty$) при бесконечном значении внешнего масштаба атмосферной турбулентности ($L_0 \to \infty$). Можно показать, что для интегрального разрешения метода Нокса–Томпсона получаются следующие предельные значения.

а) Классический метод Нокса–Томпсона:

$$\lim_{R\to\infty}\Re_{KT}(\Delta\mathbf{p}) = 2\frac{k^2}{F^2}\lim_{R\to\infty}\int\int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p}\,\tau_{KT}(\mathbf{p},\mathbf{p}+\Delta\mathbf{p}) \cong$$

$$\cong 4\frac{k^2}{F^2}\int\int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p}\exp\left[-\frac{1}{2}D(\mathbf{p}) - \frac{1}{2}D(\mathbf{p}+\Delta\mathbf{p})\right] \cong$$

$$\cong 4\cdot 2^{-6/5}\exp\left(-\frac{\Delta p^2}{2\rho_0^2}\right)\lim_{R\to\infty}\Re_{LE} =$$

$$= 1{,}74\exp\left(-\frac{\Delta p^2}{2\rho_0^2}\right)\lim_{R\to\infty}\Re_{LE}, \qquad (6)$$

где

$$\lim_{R\to\infty}\Re_{LE} = \frac{k^2}{F^2}\lim_{R\to\infty}\int\int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p}\,\tau_{LE}(\mathbf{p}) \cong$$

$$\cong \frac{k^2}{F^2}\int\int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p}\exp\left[-\frac{1}{2}D(\mathbf{p})\right] \cong \begin{cases} \dfrac{\pi k^2\rho_m^2}{F^2}, & \rho_c < l_0, \\ \Gamma\left(\dfrac{11}{5}\right)\dfrac{\pi k^2\rho_0^2}{F^2}, & \rho_c > l_0; \end{cases}$$

$\Re_{LE}$ и $\tau_{LE}(\mathbf{p})$ – соответственно интегральное разрешение и оптическая передаточная функция телескопической системы в турбулентной атмосфере при наблюдении усредненного изображения [3, 4]; $\Gamma(11/5) = 1{,}10$.

б) Расширенный (extended) метод Нокса–Томпсона (данные из работы [3]):

$$\lim_{R\to\infty}\Re_{KT} = \frac{k^2}{F^2}\lim_{R\to\infty}\sqrt{\int\int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p}_1\int\int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{p}_2\,\tau_{KT}(\mathbf{p}_1,\mathbf{p}_2)} \cong$$

$$\cong \sqrt{2}\lim_{R\to\infty}\Re_{LE} = 1{,}41\lim_{R\to\infty}\Re_{LE}. \qquad (7)$$

Сравнение (6) и (7) показывает, что

$$\frac{\lim_{R\to\infty}\Re_{KT}(\Delta\mathbf{p})}{\lim_{R\to\infty}\Re_{KT}} \cong \frac{4\cdot 2^{-6/5}}{\sqrt{2}}\exp\left(-\frac{\Delta p^2}{2\rho_0^2}\right) =$$

$$= 1{,}23\exp\left(-\frac{\Delta p^2}{2\rho_0^2}\right).$$

Это означает следующее: классический метод Нокса–Томпсона, основанный на обычном преобразовании Фурье, имеет несколько более высокое интегральное разрешение при $\Delta p < \rho_0$, т.е. при сдвигах спекл-интерферограмм в пределах спекла. При больших сдвигах $\Delta p > \rho_0$ картина обратная: расширенный (extended) метод Нокса–Томпсона (биспектральное преобразование Фурье) имеет несомненное преимущество перед классическим методом.

Следовательно, можно сделать вывод, что достоинства биспектрального преобразования Фурье перед обычным преобразованием Фурье проявляются в лучшей обработке хорошо развитой спекл-структуры изображения для больших сдвигов спекл-интерферограмм.

1. *Fried D.L.* Optical resolution through a randomly inhomogeneous medium with for very long and very short exposures // J. Opt. Soc. Amer. 1966. V. 56. № 10. P. 1372–1379.
2. *Fried D.L.* Limiting resolution looking down through the atmosphere // J. Opt. Soc. Amer. 1966. V. 56. № 10. P. 1380–1385.
3. *Лукин И.П.* Интегральное разрешение оптической системы «турбулентная атмосфера–телескоп» // Оптика атмосф. и океана. 1995. Т. 8. № 3. С. 479–483.
4. *Лукин И.П.* Потенциальные возможности методов постдетекторной обработки изображений некогерентно освещенных объектов, наблюдаемых через турбулентную атмосферу // Оптика атмосф. и океана. 1995. Т. 8. № 3. С. 455–466.

I.P. Lukin. **On integral resolution of the turbulent atmosphere and telescopic system for the Knox–Thompson method.**

The integral resolution of the Knox–Thompson method in its classical formulation is investigated, when image spectra are shifted by some fixed value of the spatial scale. In this case, the integral resolution of the method can be determined as the integrated form of its optical transfer function at the current spatial scale. It is shown that as the fixed shift of the spatial scale increases, the integral resolution of the system «turbulent atmosphere – telescope» decreases monotonically for this method. It is noted that the integral resolution of the Knox–Thompson method is always lower than that of the Labeyrie method. The classical Knox–Thompson method has the higher integral resolution at shifts of speckle-interferograms within a speckle, while the extended Knox–Thompson method better processes the well advanced speckle-structure of the image for large shifts of speckle-interferograms.