«Оптика атмосферы и океана», **9**, N 1 (1996)

ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ОПТИКИ АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

УДК 536.8

С.М. Чернявский

К ЗАДАЧЕ О ВОССТАНОВЛЕНИИ ВОЛНОВОГО ПОЛЯ ПО ОБЪЕМНОМУ ИЗОБРАЖЕНИЮ

С помощью моментного метода доказано, что функция зрачка при соответствующих ограничениях на нее определяется однозначно с точностью до несущественного постоянного комплексного множителя по распределению интенсивности в объеме, содержащем фокальную плоскость. Получены новые моментные соотношения, которые позволяют идентифицировать фазовые искажения с помощью адаптивного зеркала.

Одной из центральных проблем адаптивной оптики является задача определения волнового фронта (ВФ), формирующего изображение в оптической системе. Предложено много методов ее решения и среди них метод, использующий только информацию о распределении интенсивности $I(x,y)$ в плоскости регистрации изображения. Его основное достоинство – простота реализации. Если волновое поле описывать [1] функцией зрачка $G(\xi, \eta) = P(\xi, \eta) \exp(i\, \phi(\xi, \eta))$, где функция $P(\xi, \eta)$ описывает амплитудное ослабление поля в области выходного зрачка Ω, а функция $\phi(\xi,\eta)$ – фазовые искажения поля, то задача сводится к определению $\phi(\xi, \eta)$ по $I(x, y)$ при известной или неизвестной функции $P(\xi, \eta)$. Ее соответственно называют фазовой (ФЗ) или волновой (ВЗ) задачей оптики.

Здесь можно выделить две группы работ. Первая связана с решением ФЗ по $I(x, y)$ от точечного источника. В [2] исследовано решение ФЗ для одномерного случая и показано, что она имеет не единственное решение. В [3] предложен итерационный алгоритм решения ФЗ для двумерного случая и показано, что он сходится (хотя и медленно) для достаточно широкого множества функций $\phi(\xi, \eta)$ за исключением некоторого его подмножества нулевой меры. Тем самым был решен качественный вопрос о достаточности информации в распределении $I(x,y)$ о фазе $\phi(\xi,\eta)$ в ФЗ в важном для приложений двумерном случае.

Отсюда становится естественным подход решения ФЗ, связанный с представлением фазы конечным отрезком ряда по некоторой системе базисных функций. При этом ФЗ сводится к определению коэффициентов ряда по $I(x, y)$. Коэффициенты находятся из условия минимизации невязки между измеренной и вычисленной с помощью дифракционного интеграла интенсивностями. Однако численное моделирование решения ФЗ в такой постановке дает хороший результат [4] только при малых ϕ. Попытка расширить применимость такого подхода для умеренных значений ϕ привела к решению ФЗ по распределению интенсивности не в одной, а в нескольких параллельных плоскостях [5], т.е. можно говорить о решении ФЗ по объемному изображению, содержащему фокальную плоскость.

Вторая группа работ связана с решением ВЗ по распределению интенсивности от произвольного протяженного источника. Различные подходы ее решения обсуждались в [6]. Особо выделим моментный метод [7, 8], в котором распределение интенсивности $I(x, y, z)$ в пространстве изображения заменяется распределениями плоскостных моментов

$$M_{st}(z) = \iint I(x, y, z)\, x^s\, y^t\, dx\, dy\,. \tag{1}$$

Хотя моменты большого порядка могут и не существовать, но некоторые их производные $d^n M_{st}(0)/dz^n$ существуют [8] и тесно связаны с градиентом фазы ϕ.

В данной статье на основе моментного метода доказывается, что распределение интенсивности по объему $I(x, y, z)$ единственным образом решает ВЗ, и на основе равенства Парсеваля получены моментные соотношения несколько проще, чем в [8]. Кроме того, получены новые моментные соотношения, которые в сочетании с активными методами восстановления фазы [6] могут быть использованы для решения ВЗ.

Моментные соотношения

Инвариантная изображающая оптическая система при некогерентном излучении описывается сверткой [1]:

$$I(x, y) = \iint h(x - x_0, y - y_0)\, I_0(x_0, y_0)\, dx_0\, dy_0 \,, \tag{2}$$

где $I(x, y)$ – интенсивность в точке (x, y) плоскости изображения (измерения); $I_0(x_0, y_0)$ – интенсивность в точке плоскости предмета, имеющая параксиальное изображение в точке (x_0, y_0); $h(x, y)$ – функция рассеивания точки. Если (x, y) – оптические координаты в плоскости изображения, а (ξ, η) – относительные координаты в плоскости выходного зрачка, то [1]

$$h(x, y) = |g(x, y)|^2, \;\; g(x, y) = \iint_\Omega G(\xi, \eta) \exp\,(-\,i\,(x\xi + y\eta))\, d\xi\, d\eta.$$

Мы будем предполагать, что $P(\xi, \eta) \ge 0$ – ограниченная функция на Ω, а функция $\phi(\xi, \eta) \in W_2^1(\Omega)$ – пространство Соболева функций на Ω [9].

Моментные соотношения получим предельным переходом, предполагая сначала, что P и ϕ достаточно гладкие функции, для которых существуют рассматриваемые далее моменты. Подставим выражение (2) для I в (1), тогда

$$M_{st} = \iint x^s y^t \left(\iint h(x - x_0, y - y_0)\, I_0(x_0, y_0)\, dx_0\, dy_0 \right) dx\, dy$$

и после подстановки $x = (x - x_0) + x_0$, $y = (y - y_0) + y_0$ получим

$$M_{st} = \sum_{k=0}^{s}\sum_{l=0}^{t} C_s^k\, C_t^l \left(\iint (x - x_0)^{s-k} (y - y_0)^{t-l}\, h(x - x_0, y - y_0)\, dx\, dy \right)\left(\iint x_0^{s-k}\, y_0^{t-l}\, I_0(x_0, y_0)\, dx_0\, dy_0 \right) =$$

$$= s!\; t!\; \sum_{k=0}^{s}\sum_{l=0}^{t} \frac{H_{s-k,\, t-l}}{(s-k)!\;(t-l)!}\,\frac{N_{kl}}{k!\; l!}\,,$$

где $H_{st} = \iint x^s y^t\, h(x, y)\, dx\, dy$; $N_{st} = \iint x_0^s\, y_0^t\, I_0(x_0, y_0)\, dx_0\, dy_0$ – моменты функций $h(x, y)$ и $I_0(x_0, y_0)$. В частности, $M_{00} = H_{00}\, N_{00}$.

Полагая $m_{st} = \dfrac{1}{s!\; t!}\dfrac{M_{st}}{M_{00}}$, $h_{st} = \dfrac{1}{s!\; t!}\dfrac{H_{st}}{H_{00}}$, $n_{st} = \dfrac{1}{s!\; t!}\dfrac{N_{st}}{N_{00}}$, получим моментную модель формирования изображения

$$m_{st} = \sum_{k=0}^{s}\;\sum_{l=0}^{t} h_{s-k,\, t-l}\, n_{kl}\,. \tag{3}$$

Выразим моменты h_{st} через функцию зрачка G. Пользуясь равенством Парсеваля, получим, что

$$H_{st} = \iint x^s y^t\, |g(x, y)|^2\, dx\, dy = \iint (x^s\, g(x, y))\, (y^t\, g(x, y))^*\, dx\, dy =$$

$$= \frac{4\,\pi^2\,(-1)^t}{i^{s+t}} \iint (G\, G_0)^{(s)}\, (G\, G_0)^{*(t)}\, d\xi\, d\eta,$$

где «*» – символ комплексного сопряжения; (s), (t) – символы порядка производных по ξ, η соответственно; $G_0 = \exp - (i\, u\, (\xi^2 + \eta^2)/2)$ – фазовый множитель, который введен здесь, чтобы учесть влияние оптической координаты u, пропорциональной координате z, на распределение моментов h_{st} и m_{st}. С учетом этого

$$h_{st} = \frac{1}{s!\,t!}\,\frac{(-1)^t}{i^{s+t}} \iint (G\,G_0)^{(s)}\,(G\,G_0)^{*(t)}\,d\xi\,d\eta \Big/ \left(\iint P^2\,d\xi\,d\eta\right). \tag{4}$$

Нетрудно проверить справедливость выражений для частных производных по переменной ξ:

$$G_0' = \gamma\,\xi\,G_0,\quad G_0'' = (\gamma^2\,\xi^2 + \gamma)\,G_0,\quad G_0^{(n)} = (\gamma^n\,\xi^n + C_n^2\,\gamma^{n-1}\,\xi^{n-2} + C_n\,\gamma^{n-2}\,\xi^{n-4} + \ldots)\,G_0, \tag{5}$$

где $\gamma = -\,iu$; C_n^2 – число сочетаний; C_n – коэффициент, определяемый рекуррентным соотношением $C_3 = 0$; $C_n = C_{n-1} + 3\,C_{n-1}^3$ при $n \geq 4$; многоточие обозначает слагаемые, содержащие γ в меньшей степени;

$$G' = (P' + i\,P\,\phi')\exp(i\phi),\quad G'' = [(P'' - P\,\phi'^2) + i\,(2\,P'\,\phi' + P\,\phi'')]\exp(i\phi). \tag{6}$$

Аналогичные выражения получаются для частных производных по η.

Производная произведения $(GG_0)^{(s)}$ по переменной ξ с учетом формулы Лейбница и выражений (5) и (6) может быть записана в виде

$$(G\,G_0)^{(s)} = G\,G_0^{(s)} + C_s^{s-1}\,G'\,G_0^{(s-1)} + C_s^{s-2}\,G''\,G_0^{(s-2)} + \sum_{k=0}^{s-3} C_s^k\,G^{(s-k)}\,G_0^{(k)} = (a_s\,\gamma^s + a_{s-1}\,\gamma^{s-1} +$$

$$+\,a_{s-2}\,\gamma^{s-2} + \ldots)\exp(i\phi)\,G_0,$$

где обозначали $a_s = P\,\xi^s$;

$$a_{s-1} = C_s^{s-1}\,G'\,\xi^{s-1} + P\,C_s^2\,\xi^{s-2} = G'(\xi^s) + P(\xi^s)''/2;$$

$$a_{s-2} = C_s^{s-2}\,G''\,\xi^{s-2}\,C_s^{s-1}\,C_{s-1}^2\,G'\,\xi^{s-3} + P\,C_s\,\xi^{s-4} = P\,C_s\,\xi^{s-4} + G''(\xi^s)''/2 + G'(\xi^s)'''/2.$$

Аналогично записывается выражение для производной по η

$$(G\,G_0)^{(t)} = (b_t\,\gamma^t + b_{t-1}\,\gamma^{t-1} + b_{t-2}\,\gamma^{t-2} + \ldots)\exp(i\phi)\,G_0.$$

Полагая $\gamma = -\,iu$, получим

$$(G\,G_0)^{(s)}\,(G\,G_0)^{*(t)} = i^{t+s}\,(-1)^s\,(a_s\,u^s + i\,a_{s-1}\,u^{s-1} - a_{s-2}\,u^{s-2} + \ldots)\,(b_t^*\,u^t - i\,b_{t-1}^*\,u^{t-1} - b_{t-2}^*\,u^{t-2} + \ldots) =$$

$$= i^{t+s}\,(-1)^s\,[a_s\,b_t^*\,u^{s+t} - i\,(a_s\,b_{t-1}^* - a_{s-1}\,b_t^*)u^{s+t-1} - (a_s\,b_{t-2}^* - a_{s-1}\,b_{t-1}^* + a_{s-2}\,b_t^*)\,u^{s+t-2} + \ldots].$$

Так как h_{st} действительная величина, то мнимая часть в квадратных скобках должна быть равна нулю, а действительные части соответствующих слагаемых равны

$$\mathrm{Re}\,a_s\,b_t^* = P^2\,\xi^s\,\eta^t,$$

$$\mathrm{Re}\,i\,(a_s\,b_{t-1}^* - a_{s-1}\,b_t^*) = P^2\,\phi_\eta'\,\xi^s\,(\eta^t)' + P^2\,\phi_\xi'\,(\xi^s)'\,\eta^t = P^2\,\mathrm{grad}\,\phi\cdot(\xi^s\,\eta^t),$$

$$\mathrm{Re}\,a_s\,b_{t-2}^* = [P\,C_t\,\eta^{t-4} + P_\eta'\,(\eta^t)''' + (P_\eta'' - P\,\phi_\eta'^2)\,(\eta^t)'']\,P\,\xi^s/2,$$

$$\mathrm{Re}\,a_{s-2}\,b_t^* = [P\,C_t\,\eta^{t-4} + P_\xi'\,(\xi^s)''' + (P_\xi'' - P\,\phi_\xi'^2)\,(\xi^s)'']\,P\,\eta^t/2,$$

$$\mathrm{Re}\,a_{s-1}\,b_{t-1}^* = (P_\xi'\,(\xi^s)' + P\,(\xi^s)''/2)\,(P_\eta'\,(\eta^t)' + P\,(\eta^t)''/2) + P^2\,(\xi^s)'\,(\eta^t)'\,\phi_\xi'\,\phi_\eta',$$

$$\mathrm{Re}\,(a_s\,b_{t-2}^* - a_{s-1}\,b_{t-1}^*\,a_{s-2}\,b_t^* = F_{st}(P) - (\phi_{st}''\,\phi',\,\phi')\,P^2/2,$$

где $F_{st}(P)$ – выражение, зависящее от P и не зависящее от ϕ; $\phi' = (\phi_\xi', \phi_\eta')$ – вектор производных от функции φ; $\varphi_{st}' = ((\varphi_{st})_\xi', (\varphi_{st})_\eta')$, – вектор производных от функции φ_{st}; φ_{st}'' – матрица вторых производных от функции $\varphi_{st} = \xi^s\,\eta^t$.

Таким образом, получаем следующее выражение для произведения:

$$(G\,G_0)^{(s)}\,(G\,G_0)^{*(t)} = i^{t+s}\,(-1)^s\,[P^2\,u^{s+t} + P^2(\phi', \varphi''_{st})\,u^{s+t-1} + (F_{st}(P) - (\phi''_{st}\,\phi', \phi')\,P^2/2)\,u^{s+t-2} + \ldots]. \qquad (7)$$

Подставляя (7) в (4), получим явную зависимость моментов h_{st} от функции зрачка и пространственной координаты вдоль оптической оси:

$$h_{st}(u) = (-1)^{t+s}/s!\,t!\,[u^{s+t} \iint P^2\varphi_{st}d\xi d\eta - u^{s+t-1} \iint P^2(\phi'\varphi'_{st})d\xi d\eta + u^{s+t-2}/2 \iint P^2(\phi''_{st}\,\phi', \phi')d\xi d\eta - u^{s+t-2}\times$$

$$\times \iint F_{st}(P)\,d\xi\,d\eta + \ldots]. \qquad (8)$$

Чтобы не вводить дополнительных переменных, в формуле (8) и в дальнейшем под P^2 понимается отношение

$$P^2/\iint P^2\,d\xi\,d\eta,$$

которое имеет смысл коэффициента неравномерности ослабления по апертуре интенсивности волны, формирующей изображение.

Из (8) видно, что хотя момент h_{st} имеет сложную зависимость от функции зрачка, но его старшие производные по u в точке $u = 0$ имеют эту зависимость, достаточно простую:

$$\frac{d^{s+t}\,h_{st}(0)}{du^{s+t}} = r \iint P^2\,\varphi_{st}\,d\xi\,d\eta, \qquad (9)$$

$$\frac{d^{s+t-1}\,h_{st}(0)}{du^{s+t-1}} = r_1 \iint P^2(\phi', \varphi'_{st})\,d\xi\,d\eta, \qquad (10)$$

$$\frac{d^{s+t-2}\,h_{st}(0)}{du^{s+t-2}} = r_2 \iint [P^2(\varphi''_{st}\,\phi', \phi')/2 - F_{st}(P)]\,d\xi\,d\eta, \qquad (11)$$

где $r = (-1)^{s+t}\,(s+t)!/s!\,t!$; $r_1 = -r/(s+t)$; $r_2 = -r_1/(s+t-1)$.

Соотношение (3) позволяет явно записать зависимость момента m_{st} от u:

$$m_{st}(u) = \sum_{k=0}^{s+t\le 2}\sum_{l=0} h_{s-k,\,t-l}(u)\,n_{kl} + \sum_{k+l>2}\sum h_{s-k,\,t-l}(u)\,n_{kl}.$$

Первая сумма в этой формуле является многочленом относительно u степени меньше, чем $s+t-2$. По определению $n_{00} = 1$. Моменты n_{10} и n_{01} можно считать известными, так как они определяют направление ориентации оптической оси. В частности, их можно принять равными нулю, что будет соответствовать ориентации оси на энергетический центр предмета наблюдения. С учетом этого и равенств (9) – (11)

$$m_{st}(u) = h_{st}(u) + h_{s-2,t}(u)\,n_{20} + h_{s-1,\,t-1}(u)\,n_{11} + h_{s,\,t-2}(u)\,n_{02} + \ldots; \qquad (12)$$

$$\frac{d^{s+t}\,m_{st}(0)}{du^{s+t}} = \frac{d^{s+t}\,h_{st}(0)}{du^{s+t}},\quad \frac{d^{s+t-1}\,m_{st}(0)}{du^{s+t-1}} = \frac{d^{s+t-1}\,h_{st}(0)}{du^{s+t-1}};$$

$$\frac{d^{s+t-2}\,m_{st}(0)}{du^{s+t-2}} = \frac{d^{s+t-2}\,h_{st}(0)}{du^{s+t-2}} + \ldots,$$

где многоточие обозначает не зависящие от ϕ слагаемые,

$$\iint P^2\,\varphi_{st}\,d\xi\,d\eta = P_{st},\quad s+t\geq 0, \tag{13}$$

$$\iint P^2(\phi',\varphi'_{st})\,d\xi\,d\eta = \phi_{st},\quad s+t\geq 1, \tag{14}$$

$$1/2\int\int P^2(\varphi''_{st}\,\phi',\phi')\,d\xi\,d\eta = \phi_{2st}+F_{2st}(P),\quad s+t\geq 2, \tag{15}$$

где $P_{st} = (1/r)\,d^{s+t}\,m_{st}(0)/(du^{s+t})$ при $s+t \geq 1$ и $P_{00} = 1$ по определению;

$\phi_{st} = (1/r_1)\,d^{s+t-1}\,m_{st}(0)/(du^{s+t-1})$;

$\phi_{2st} = (1/r_2)\,d^{s+t-2}\,m_{st}(0)/(du^{s+t-2})$; $F_{2st}(P)$ – функционал от P.

Соотношения (13)–(15) являются искомыми моментными равенствами. Числа P_{st} и ϕ_{st} являются моментами функций $P^2(\xi,\eta)$ и $\phi(\xi,\eta)$ относительно функций $\varphi_{st}(\xi,\eta)$.

Равенство (15) нелинейно относительно ϕ, и это затрудняет его непосредственное использование для определения функции зрачка. Однако если в оптической системе возможно введение контролируемого изменения фазовой функции $\Delta\phi(\xi,\eta)$ (например, в адаптивной оптике), то по двум измерениям при фазовой функции ϕ и $\phi+\Delta\phi$ можно найти изменение момента $\Delta\phi_{2st}$. Так как в правой части равенства (15) от фазовой функции зависит только первое слагаемое, то

$$\Delta\phi_{2st} = 1/2\iint P^2[(\varphi''_{st}\,\phi'+\Delta\phi',\phi'+\Delta\phi')-(\varphi''_{st}\,\phi',\phi')]\,d\xi\,d\eta\,,$$

откуда следует равенство

$$\iint P^2(\psi_{st},\phi')\,d\xi\,d\eta = \phi_{1st}\,, \tag{16}$$

где обозначили

$$\psi_{st} = \varphi''_{st}\,\Delta\phi',\quad \phi_{1st} = \Delta\phi_{2st} - 1/2\iint P^2(\varphi''_{st}\,\Delta\phi',\Delta\phi')\,d\xi\,d\eta\,.$$

Числа ϕ_{1st} являются моментами функции ϕ относительно функций ψ_{st}.

Моментные равенства (13), (14) и (16) получены в предположении, что функции $P^2(\xi,\eta)$ и $\phi(\xi,\eta)$ являются достаточно гладкими, но они будут справедливыми и для $P^2\in L_2(\Omega)$ и $\phi\in W_2^1(\Omega)$, так как эти моментные равенства могут быть продолжены по непрерывности на указанные пространства.

Здесь заметим, что моментное равенство (16) может быть эффективно использовано в адаптивной оптической системе, так как позволяет получить достаточное число линейных относительно ϕ равенств по моментам низкого порядка $s+t\geq 2$ при различных $\Delta\phi$.

Теорема о восстановлении волновой функции

Равенства (13) являются моментными для функции $P^2(\xi,\eta)$ относительно полной системы функций $\{\varphi_{st}(\xi,\eta)\}_{s+t>0}$ в $L_2(\Omega)$. Они позволяют определить функцию $P^2(\xi,\eta)$, если она неизвестна. Путем ортогонализации последовательности $\{\varphi_{st}\}$ в $L_2(\Omega)$ можно перейти к ортонормированной последовательности $\{\bar\varphi_{st}\}$ и соответствующим им моментам $\bar P_{st}$, которые являются коэффициентами Фурье-функции $P^2(\xi,\eta)$, и поэтому

$$P^2(\xi,\eta) = \sum_{s+t\geq 0}\sum \bar P_{st}\,\bar\varphi_{st}(\xi,\eta). \tag{17}$$

В начале статьи мы сделали допущение, что фазовая функция $\phi(\xi,\eta)$ является элементом пространства Соболева $W_2^1(\Omega)$ с нормой [10]

$$|\phi|_{W(\Omega)} = |\phi|_{L(\Omega)} + |\phi|_{w(\Omega)},$$

где $|\phi|^2 L(\Omega) = \iint \phi^2\, d\xi\, d\eta$; $|\phi|^2 w(\Omega) = \iint (\phi', \phi')\, d\xi\, d\eta$.

Учтем особенности нашей задачи и введем эквивалентную, удобную для наших целей, норму. Во-первых, сделаем допущение, что функция P^2 удовлетворяет в области Ω почти всюду условию $P^2(\xi, \eta) \geq P^2_{\min} > 0$, которое в приложениях выполняется. Во-вторых, функцию ϕ достаточно определить с точностью до постоянной, поэтому под $W^1_2(\Omega)$ будем понимать фактически подпространство функций, удовлетворяющих условию

$$\iint \phi\, d\xi\, d\eta = 0. \tag{18}$$

Тогда из неравенства Пуанкаре [10] с учетом условия (18) имеем неравенство

$$\iint \phi^2\, d\xi\, d\eta \leq C\left[\left(\iint \phi\, d\xi\, d\eta\right)^2 + \iint (\phi', \phi')\, d\xi\, d\eta\right] =$$

$$= C \iint (\phi', \phi')\, d\xi\, d\eta \leq C/P^2_{\min} \iint P^2(\phi', \phi')\, d\xi\, d\eta ,$$

из которого следует, что в качестве эквивалентной нормы в $W^1_2(\Omega)$ можно взять величину

$$|\phi| = \left(\iint P^2(\phi', \phi')\, d\xi\, d\eta\right)^{1/2} . \tag{19}$$

При таком определении нормы левые части моментных равенств (14) можно рассматривать как скалярное произведение функции ϕ с функциями $\varphi_{st}(\xi, \eta)$, и в силу полноты последовательности функций $\{\varphi_{st}\}$ в $W^1_2(\Omega)$ функция ϕ однозначно определяется своими моментами ϕ_{st}.

В нашем случае, так как норма (19) и моментные равенства (14) определяются через скалярное произведение, решение можно записать, подобно (17), сразу в виде

$$\phi(\xi, \eta) = \phi_0 + \sum_{s+t>0} \sum \bar{\phi}_{st}\, \bar{\varphi}_{st}(\xi, \eta),$$

где ϕ_0 – произвольная постоянная; $\{\bar{\varphi}_{st}\}$ – ортогонализованная последовательность функций $\{\varphi_{st}\}$ по норме (19); $\{\bar{\phi}_{st}\}$ – последовательность моментов, соответствующая функциям $\bar{\varphi}_{st}$. Тем самым доказана следующая теорема. При выполнении условий $P^2(\xi, \eta) \geq P^2_{\min} > 0$ почти всюду на Ω и $\phi \in W^1_2(\Omega)$ моментные равенства (13) и (14) однозначно определяют функцию зрачка $G(\xi, \eta) = P(\xi, \eta) \exp(i\phi(\xi, \eta))$ с точностью до постоянного комплексного множителя.

Определение моментов методом временной модуляции. Наглядное представление о зависимости моментов функции зрачка P_{st}, ϕ_{st} и ϕ_{1st} от пространственного распределения интенсивности дает описанный ниже метод. Допустим, что плоскость измерения oxy перемещается вдоль оси Oz по гармоническому закону $u = u_0 \sin(\omega t)$ и период $T = 2\pi/\omega$ мал по сравнению с промежутком «замороженности» функции зрачка. Так как момент $m_{st}(u)$ является многочленом $(s + t)$-й степени относительно u, то $m_{st}(u_0 \sin(\omega t))$ как функция времени является тригонометрическим многочленом $(s + t)$-го порядка и его старшие коэффициенты Фурье определяют моменты P_{st}, ϕ_{st} и ϕ_{1st} функции зрачка.

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 718 с.
2. Дейнти Дж.К., Гринвей А.Х., Фидди М.А. // Построение изображений в астрономии по функциям когерентности / Под ред. К. Ван Схонвела. М.: Мир, 1982. 310 с.

3. Бакалов В.П., Кириенко О.В., Мартюшев Ю.Ю., Матвеева О.И. // Зарубежная радиоэлектроника. 1987. N 2. С. 31–37.
4. Саутвэл В. // Адаптивная оптика / Под ред. Д. Фрида. М.: Мир, 1980. 456 с.
5. Чернявский С.М. // Адаптивная оптика. Казань: Каз. авиац. ин-т, 1991. С. 91–96.
6. Дягтерев Г.Л., Чернявский С.М. // Адаптивная оптика. Казань: Каз. авиац. ин-т, 1987. С. 4–10.
7. Чернявский С.М., Юнусов Н.К., Лопатников М.В. // Атмосферная нестабильность и адаптивный телескоп. Л.: Наука, 1988. С. 67–69.
8. Лопатников М.В. // Адаптивная оптика. Казань: Каз. авиац. ин-т, 1987. С. 4–10.
9. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т. 4. Ч. 1. М.: Наука, 1974. 336 с.

Казанский государственный технический университет им. А.Н. Туполева

Поступила в редакцию
30 августа 1994 г.

S.M. Chernyavski. **To the Problem of Wave Field Reconstruction from 3-D Image.**

It is proved, that the pupil function under proper limitations can be determined identically by the moment method to within insignificant complex constant for intensity distribution within the volume containing a focal plane. The new relationships are obtained which allow identification of phase distortions by means of an adaptive mirror.