## РАССЕЯНИЕ И ПЕРЕНОС ОПТИЧЕСКИХ ВОЛН В АТМОСФЕРЕ И ОКЕАНЕ

#### С.Д. Творогов

УДК 35.345.6

## О РАССЕЯНИИ СВЕТА ОРЕОЛАМИ ВОКРУГ НАГРЕТЫХ ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ ЧАСТИЦ АЭРОЗОЛЯ

Показано, что некоторые методические проблемы, вызвавшие определенную дискуссионность вопроса об ореольном рассеянии света, разрешаются после привлечения асимптотических приемов электродинамики.

#### 1. Предисловие

Процессы, появляющиеся при действии достаточно мощного лазерного излучения на аэрозоль (испарение жидких и твердых частиц, горение последних, простое нагревание – превращение частиц в источники тепла внутри газовой среды и т.д.), ведут к образованию ореолов – области (вокруг каждой частицы), где термодинамические свойства иные, нежели «фоновые» атмосферные. Такие ореолы, конечно же, оказываются и «оптическими неоднородностями», влияющими на распространение света. Обстоятельный анализ этих вопросов есть в монографиях [1–3].

Но здесь возникает довольно принципиальная проблема, сущность которой прекрасно изложена в [3]. Вполне очевидна трактовка ореола как оптически «мягкой» большой «частицы», что означает

$$|m-1| \ll 1, V \gg \lambda^3. \tag{1}$$

Здесь  $\lambda$  – длина волны; *m* – относительный комплексный показатель преломления; *V* – объем «частицы». Решение уравнений Максвелла для (1) хорошо известно, и некоторые его детали будут упомянуты в п. 2.

Однако при формальном применении этих результатов параметр

# $\eta = \frac{\kappa o \Rightarrow \varphi \varphi \varphi \psi \psi}{\Gamma e o met p u + e c \kappa o e c e + e + u e a \Rightarrow p o = s o - h o met v + a c \pi u + u e a \Rightarrow p o = s o + b e c + u e a \Rightarrow p o = s o + u e a \Rightarrow p o =$

стремится к бесконечности с увеличением радиуса ореола *R* слишком быстро. (По оценкам [3] *R* становится равным  $\approx 100\mu$  уже через  $10^{-4}$  с, а надобно, по самой сути термодинамического процесса, рассматривать времена  $\approx 10^{-3} - 10^{-2}$  с; например, при  $R \cong 350\mu$  параметр  $\eta \cong 200$ . В [3] цитируются работы с аналогичными сведениями об аномальном росте  $\eta$ . Похожая картина получена недавно В.И. Букатым и Т.К. Кронберг). Существенно и то, что оценка  $\eta = 0(\ln R) -$  последствие вполне, казалось бы, корректного решения.

Между тем экспериментальные данные (обзор их представлен в [2, 3]) отнюдь не свидетельствуют о подобном росте η. Некоторые общие соображения по поводу столь радикальной разницы высказаны в [3], но они явно выходят за рамки собственно электродинамики. Убеждение, что проблема, возникшая в области электродинамики, должна быть разрешена именно в этих пределах, и заставила предпринять последующий анализ. Не исключено, что конечный результат возможно вообразить после сугубо качественных рассуждений, но, наверное, математическая и методическая щепетильность не будет здесь лишней.

#### 2. Некоторые соотношения из электродинамики

Векторным аналогом хорошо известной (см., например, [4]) в «скалярной» оптике формулы Кирхгофа будет соотношение [5]

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi} \int_{(\sigma)} d\sigma \left\{ (\nu \operatorname{grad}'G) \mathbf{E}(\mathbf{r}') - \nu \left( \mathbf{E}(\mathbf{r}') \operatorname{grad}'G \right) + G(\nu \times \operatorname{rot}' \mathbf{E}(\mathbf{r}')) + \left( \mathbf{E}(\mathbf{r}') \nu \right) \operatorname{grad}'G \right\}$$
(2)

О рассеянии света ореолами

567

для спектральной компоненты E напряженности электрического поля в точке **r** вакуума. Функция Грина  $G(\mathbf{r} | \mathbf{r}') = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^{-1} \exp(ik | \mathbf{r} - \mathbf{r}' |); k = 2\pi/\lambda$ ; замкнутая поверхность  $\sigma$  с нормалью **v** к  $d\sigma$  охватывает **r**;  $\mathbf{r}' \in \sigma$ ; grad' и т.д. означает «дифференцирование по **r**'». Система координат (с ортами **e**<sub>1</sub>, **e**<sub>2</sub>, **e**<sub>3</sub> и компонентами *x*, *y*, *z* вектора **r**) показана на рис. 1, где  $\sigma$  составляют плоскость *z* = 0 и замыкание ее полусферой радиуса  $b \to \infty$ ; бесконечно удаленные участки  $\sigma$  вклада в (2) конечно же не дают.

Рассмотрим теперь поле (далее оно именуется «внешней волной») вида

$$\mathbf{E}_{0}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}^{(0)}(x, y) \exp(ik \, \mathbf{k}_{0} \, \mathbf{r}), \quad \mathbf{E}^{(0)} \, \mathbf{k}_{0} = 0$$
(3)

с ортом  $\mathbf{k}_0$  вектора Пойнтинга. Относительно функции  $\mathbf{E}^{(0)}(x, y)$ , как обычно, полагаем, что она достаточно медленная в сравнении с ехр из (3); собственно, в нашей задаче единственное назначение  $\mathbf{E}^{(0)}$  – подчеркнуть ограниченность луча:  $\mathbf{E}^{(0)} \neq 0$  только в пределах  $\sum_0$  (см. рис. 1).



Рис. 1. Определение  $\mathbf{e}_r$ ,  $\mathbf{e}_{\theta}$ ,  $\mathbf{e}_{\omega}$  – как на рис. 2

После подстановки (3) в (2) единственное, исполняющееся почти автоматически, условие  $kr \equiv k |\mathbf{r}| \gg 1$  и, разумеется, уравнения Максвелла для вакуума превращают (3) в выражение

$$\mathbf{E}_{0}(\mathbf{r}) = -\frac{ik}{2\pi} \int_{(\Sigma')} ((\mathbf{e}_{0}(\mathbf{e}_{0}\mathbf{E}_{0}) + \mathbf{e}_{\phi}(\mathbf{e}_{\phi}\mathbf{E}_{0})) G)_{z=0} dx dy$$
(4)

с добавлением  $\Sigma' \to \Sigma_0$  (см. рис. 1). Более детальное обсуждение (4) есть в [6].

Рис. 2 иллюстрирует стандартную постановку задачи о рассеянии волны (3) некоторой частицей с объемом V, и последний термин олицетворяет здесь ореол. Для внутреннего ( $\mathbf{r} \in V$ ) поля  $\mathbf{E}^{(i)}$  существует эквивалентное максвелловским интегральное уравнение [4, 5, 7, 8]

$$\mathbf{E}^{(l)}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \text{rotrot} \int_{(V)} d\mathbf{r}' \, \frac{m-1}{2\pi} \, G(\mathbf{r} \, | \, \mathbf{r}') \, \mathbf{E}^{(l)}(\mathbf{r}') \tag{5}$$

и первое (1) уже учтено. Как выясняется [9], асимптотика (1) позволяет игнорировать влияние начальных условий электродинамики на изменение поляризации света – т.е. применимо скалярное описание. Итерации (5) можно поэтому вычислять эффективным приемом [10], и ито-гом будет

$$\mathbf{E}^{(j)}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \exp\left(ik \int_{-\infty}^{z} (m(x, y, z') - 1) dz'\right).$$
(6)

Непременно надо подчеркнуть, что в [11] результат вида (6), названный там «аномальной дифракцией», обсуждается из соображений исключительно качественных. Предыдущий вари-

Творогов С.Д.

568

ант – демонстрация того, как он возникает непосредственно из уравнений Максвелла. Добавим еще, что (5) использовано и в [2].

Интегральная форма уравнений Максвелла предоставляет возможность написать поле E вне частицы через  $\mathbf{E}^{(i)}$ . Для волновой зоны ( $kr \gg 1$ )

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{0}(\mathbf{r}) + \frac{k^{2}}{2\pi} \frac{\exp(ikr)}{r} \int_{(V)} d\mathbf{r}'(m-1) \left(\exp(-i(\mathbf{k}_{0} \mathbf{r}'))\right) \left\{\mathbf{e}_{0}\left(\mathbf{e}_{0} \mathbf{E}^{(j)}(\mathbf{r}')\right) + \mathbf{e}_{\phi}\left(\mathbf{e}_{\phi} \mathbf{E}^{(j)}(\mathbf{r}')\right)\right\} = \mathbf{E}_{0} + \mathbf{E}_{s} (7)$$

и E<sub>s</sub> в (7) интерпретируется как рассеянная волна. Для волновой зоны

$$G(\mathbf{r} \mid \mathbf{r}') \cong (1/r) \exp(ikr - ik(\mathbf{r}' \mathbf{r}_0))$$
(8)

с обозначениями на рис. 2.



Рис. 2. Точка наблюдения рассеянной волны – **r**; *V* – частица;  $\mathbf{e}_r$ ,  $\mathbf{e}_{\theta}$ ,  $\mathbf{e}_{\phi}$  – орты сферической системы для координат  $\mathbf{r} = |\mathbf{r}|$ ,  $\theta$ ,  $\phi$  вектора **r** 

Напомним еще, что именно форма (7) – интерференция внешней и рассеянной волн – влечет за собой оптическую теорему – выражение коэффициента ослабления к через амплитуду волны (множитель перед (exp *ikr*)/*kr* в  $\mathbf{E}_s$  из (7)), рассеянной вперед ( $\theta$ =0). Функция  $\mathbf{E}_0(x, y)$  из (3) привносит небольшие изменения (черта – комплексное сопряжение):

$$\kappa = \frac{2k}{\left|E_1^{(0)}(0)\right|^2 + \left|E_2^{(0)}\right|^2} \operatorname{Im}(A_1 \ \overline{E}_1^{(0)}(0) + A_2 \ \overline{E}_2^{(0)}(0))$$

с величинами  $A_{\mu} = \int d\mathbf{r}'(m-1)(\mathbf{e}_{\mu}\mathbf{E}^{(i)}) \exp ikz'$ ,  $\mu = 1$  и 2. Понятно, что формально к может теперь оказаться зависящей от  $\Sigma_0$  (см. рис. 1). И лишь для плоской волны, когда  $\mathbf{E}_0 = \text{const}$ ,  $\kappa = 2k \text{Im} \int d\mathbf{r}'(m-1)(\exp ikz')\Phi$ , где  $\Phi$  – множитель после  $\mathbf{E}_0$  в (6). После подстановки явного вида  $\Phi$ 

$$\kappa = 2 \operatorname{Re} \int dx' \, dy' \, (1 - \exp(ik \int_{-\infty}^{+\infty} (m-1) \, dz'))$$

с автоматическим интегрированием по *V*. Последняя формула дает, в частности, те конкретные выражения, которые в [1–3] использованы во время анализа ореольного рассеяния.

О рассеянии света ореолами

#### 3. Главная особенность ореольного рассеяния

Подстановка (6) в (7) и несложные преобразования (опять-таки по [10]) дают

$$\mathbf{E}_{s} = \mathbf{e}_{0} \left( \mathbf{e}_{0} \mathbf{C} \right) + \mathbf{e}_{\phi} \left( \mathbf{e}_{\phi} \mathbf{C} \right);$$

$$\mathbf{C} = (1/r) \left( \exp ikr \right) \frac{ik}{2\pi} \int dx' dy' \left( \exp(iq_{1}x' + iq_{2}dy') \right) \mathbf{E}^{(0)}(x', y') \times$$

$$\times \left\{ 1 - \exp\left(ik \int_{-\infty}^{+\infty} (m \left(x', y', z' \right) - 1\right) dz' \right) \right\}$$
(9)

с проекциями  $\mathbf{q} = \mathbf{k}_0 - \mathbf{r}_0$  на оси  $\mathbf{e}_1$  и  $\mathbf{e}_2$ . Дополнительное упрощение вызвано тем, что асимптотика (1) позволяет игнорировать связанные с  $q_3 = (\mathbf{q}\mathbf{e}_3) = 1 - \cos\theta$  члены. (Физическая тому подоплека – сильно вытянутая «вперед» индикатриса рассеяния).

Теперь рассмотрим варианты, схематично представленные на рис. 3. Структура интеграла (9) понятна:  $\int_{-\infty}^{+\infty} dz'(...)$  есть фактически  $\int_{z_1(x',y')}^{z_2(x',y')} dz'(...)$  с  $z_1$  и  $z_2$  из рис. 2, и затем в (9) интегрирование

ведется по области в плоскости z = 0. В случае, показанном на рис. 3, *a*, это будет проекция «частицы» на плоскость z = 0, переменные интегрирования образуют *V*, и первое слагаемое в {...} из (9) – обычное описание дифракции Фраунгофера. Положение радикально изменится в случае ( $\delta$ ): теперь  $\int dx'dy'$  окажется интегрированием по сечению луча, и соотношения (4), (8) и (9) превращают первое слагаемое (9) в (– **E**<sub>0</sub>) – теперь оно взаимно уничтожается с первым членом (7). И поле вне «частицы» описывает лишь вектор

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\exp(ikr)}{r} \frac{ik}{2\pi} \int_{(\Sigma_0)} dx' dy' \mathbf{E}_0(x', y') \exp\left(ik \int_{z_1}^{z_2} (m-1) dz' - ik (r_{01}x' + r_{02}y')\right).$$
(10)

В (10) учтены свойство  $\mathbf{k}_0$  из (3) и обозначения на рис. 1 и 2.



Рис. 3. Классификация ситуаций для (9)

Последнее обстоятельство, несомненно, меняет интерпретацию. Нет дифракции на контуре «частицы», и возникает подозрение, граничащее, впрочем, с уверенностью, что остаются только лучи геометрической оптики – факт этот покажем, и совершенно точно, несколько позднее. Сейчас же обратим внимание на то, что, как это следует из замечаний по поводу коэффициента ослабления в конце п. 2, с исчезновением  $E_0$  из (7) «исчезает» и «оптическая теорема» вместе с формальными следствиями для к.

Методическому уяснению смысла (10) должен предшествовать небольшой экскурс в проблему асимптотического (при главном условии  $V \gg \lambda^3$ ) решения уравнений Максвелла. Интегральная форма (2) в предположении, что внутри V господствует геометрическая оптика, для поля вне V (мы уже имеем в виду случай (б) рис. 3) дает выражение

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{k^2}{4\pi} \int dx' dy' \int_{z_1(x',y')}^{z_2(x',y')} dz' (m^2 - 1) \mathbf{E}(\mathbf{r}') (\exp ikS(\mathbf{r}')) G(\mathbf{r} \mid \mathbf{r}').$$
(11)

Здесь фигурирует эйконал S и «медленный» (в сравнении с exp(ikS)) множитель E. Как

обычно,  $\int dz'$  можно трактовать через интеграл типа  $J = \int_{z_1}^{z_2} d\xi g(\xi) \exp(ikh(\xi))$  с формальным

 $k \to \infty$ . Если уравнение  $h'(\xi) = 0$  не имеет корней на интервале интегрирования, то итогом асимптотической оценки *J* как интеграла типа Фурье будет [12]

$$J = \frac{g(z_2)}{ikh'(z_2)} \exp(ikh(z_2)) - \frac{g(z_1)}{ikh'(z_1)} \exp(ikh(z_1)).$$

В (11) роль *h* играет  $S + |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ , и, как следует из уравнения эйконала,  $h'(\xi) = 0$  эквивалентно  $mt_3 - R_{03} = 0$ . Здесь  $t_3$  и  $R_{03}$  – составляющие по  $\mathbf{e}_3$  орта  $\mathbf{t}$  – касательного к траектории луча геометрической оптики и  $\mathbf{R}_0 = (\mathbf{r} - \mathbf{r}')/|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ .

Первая тонкость связана с утверждением, что внутренние точки V не могут быть корнями последнего уравнения; этот, методический в сущности, вопрос рассматривается в Дополнении (см. ниже).

Другая тонкость вызвана обращением *g* в нуль на поверхности – ведь там  $m \to 1$ . Но если в ее точках h' = 0 также за счет  $m \to 1$ , то, после снятия неопределенности, остается прежняя оценка. Очевидное условие последнего  $t_3 = R_{03}$ ; рациональным выбором осей системы координат несложно превратить в **t** = **R**<sub>0</sub> с совершенно ясным физическим смыслом: поле в точке **r** создается тем лучом геометрической оптики, который непосредственно с поверхности *V* направлен в **r**. Понятно, что в рассматриваемой задаче надобны точки  $z_2(x', y')$ .

Еще один момент – построение  $\mathcal{E}$ . Для (3) и по самой сути геометрической оптики надо писать  $\mathcal{E} = \mathbf{E}^{(0)} \exp(ikz_1)$  – поле на «входной» (для внешней волны) стороне *V*.

Если следовать предыдущему сценарию асимптотической оценки и еще раз привлечь (7),

то (11) перейдет в (10) при  $S = \int_{-\infty} mdz'$  с понятным (--∞) в качестве нижнего предела. И остает-

ся только убедиться, что такая величина действительно трактуется как эйконал.

Формальная сторона вопроса очевидна – надо, чтобы оказались согласованными величины (1/*m*) grad*S*, rot((1/*m*)grad*S*),  $\rho(l) = t$ : первое должно дать орт **t**, который определит траекторию луча  $\rho$  как функцию ее длины *l*; обращение в нуль второго выражения будет свидетельствовать о существовании непересекающихся элементарных лучей. При вычислениях с выписанным *S* и для вполне приемлемого предположения о микроскопичности свойств ореола (почти постоянных его характеристиках на расстояниях порядка  $\lambda$ ) будет появляться ln  $m \equiv \ln(1 + \beta) \cong \beta$ , и  $|\beta|$  – очевидный параметр малости в асимптотике (1). В таком приближении роль **t** берет на себя **e**<sub>3</sub>, добавка к нему –  $O(\beta)$ , что вполне соответствует геометрической оптике «мягких» сред [11, 13] с ее почти прямолинейными лучами;  $| \operatorname{rot}(1/m) \operatorname{grad} S | = O(\beta^2)$ .

#### 4. Ореолы в уравнении переноса

Конечно же очевидно, что окруженная ореолом частица трактуется как действительно рассеивающая частица со всеми ее дифракционными признаками (индикатриса рассеяния, оптическая теорема и т.п.) лишь при малом ореоле ((*a*) на рис. 3). Понятно и последствие – прежняя «аэрозольная» форма уравнения переноса только с характеристиками «составных» частиц.

Радикально иная картина возникает при достаточно больших ореолах. Предыдущий анализ, в сущности, убеждает, что для исполнения (б) рис. 3 фактически достаточно, чтобы размеры ореола превышали ширину элементарного луча геометрической оптики во внешней, по отношению к аэрозольной частице, среде. Разумеется, ситуация еще более определенная, когда ореолы от разных частиц перекрываются или каждый из них превосходит радиус когерентности амплитуды  $\mathbf{E}^{(0)}(x, y)$ ; впрочем, в последнем случае было бы интересно экспериментально проследить качественный скачок от (*a*) к (*б*) рис. 3.

Содержание п. 3 имеет определенное отношение к вопросу о взаимодействии поля с системой «аэрозольные частицы + ореолы». (Обсуждение некоторых ее тонкостей есть в [2]). Точная связь (вида (5) или (7)) внешнего **E** и внутреннего  $\mathbf{E}^{(l)}$  полей через интеграл по объему оптической неоднородности сразу же влечет за собой выражение  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$ , где  $\mathbf{E}_1$  и  $\mathbf{E}_2$  – итоги интегрирования по области частицы и ореола.

Постановка строгой задачи о  $\mathbf{E}^{(i)}$  с граничными условиями электродинамики на поверхности раздела сред с разными комплексными показателями преломления свидетельствует о необходимости вносить коррективы в то значение  $\mathbf{E}^{(i)}$ , которое было бы, если бы внешняя волна падала непосредственно на аэрозольную частицу. Однако здесь очевидны весьма эффективные упрощения.

Действительно, возможность описания поля внутри ореола по правилам геометрической оптики и асимптотика (1) позволяют утверждать, что поле  $\mathbf{E}^{(i)}$  для частицы формально останется прежним (как в отсутствие ореола), но относительный комплексный показатель преломления частицы надо заменить на  $m^{(i)}/(m^{(0)} + \delta m^{(0)})$ ; здесь  $m^{(i)}$  и  $m^{(0)}$  – комплексные показатели преломления вещества частицы и внешней, невозмущенной ореолом, атмосферы;  $\delta m^{(0)}$  – изменение из-за ореола  $m^{(0)}$  на области частицы, обращенной к внешней волне. Вряд ли такая подстановка повлияет заметно на оптические характеристики аэрозольной частицы.

Далее, последующая судьба рассеянного непосредственно частицей света регламентируется по-прежнему геометрической оптикой, и достаточно поэтому ввести в уравнение переноса поглощение «ореольной среды» и рефракцию в ней. Свойства самой «ореольной среды» определяет задача о нагревании среды распределенными в ней точечными источниками с последующим усреднением по их статистическим параметрам.

Приведенные соображения резюмирует уравнение для интенсивности света  $I(\mathbf{r}, \mathbf{n}) I(\mathbf{r}, \mathbf{n})$  в точке **r** и в направлении орта **n**:

**n** grad 
$$I = -(\chi + \alpha)I + ($$
многократное аэрозольное рассеяние). (12)

Через  $\chi$  обозначена сумма аэрозольного коэффициента ослабления и молекулярного атмосферного поглощения;  $\alpha$  – коэффициент поглощения «ореольной среды», и для **n** выписывается обычное уравнение рефракции в той же «ореольной среде».

Собственно, как это следует из физического содержания уравнения переноса, I есть интенсивность элементарного луча геометрической оптики, что еще раз подчеркивает надобность перехода в нашем случае к ситуации ( $\delta$ ) рис. 3. Понятно, что при решении (12) никак не появится то аномально большое ослабление I, о котором шла речь в п 1.

Проблема α в (12) вполне самостоятельная – величина коэффициента может быть вычислена непосредственно для испаренного вещества аэрозольной частицы или через изменение показателя преломления, пересчитываемого в α по дисперсионным соотношениям.

Автор выражает благодарность доктору ф.-м. наук В.А. Погодаеву за дискуссию, значительно повлиявшую на поиск решения проблемы.

### Дополнение

В приближении геометрической оптики (при формальном  $k \to \infty$ ) вектор Пойнтинга  $\Pi = 2c (\exp(-2k \operatorname{Im} S)) (\mathcal{E} \mathcal{E}) (\operatorname{Re} m \mathbf{n})$ , где c – скорость света, а  $\mathbf{E} = \mathcal{E} \exp(ikS)$  уже обсуждалось. Сейчас рассматривается комплексное m = m' + im'', и из уравнения эйконала grad $S = m\mathbf{n}$  следует комплексность  $\mathbf{n} = \mathbf{n}' + i\mathbf{n}''$ . С теми же примечаниями

div $\mathbf{\Pi} = -2kc (\boldsymbol{\mathcal{E}} \boldsymbol{\mathcal{E}}) (\exp(-2k \operatorname{Im} S)) (\operatorname{Re} m\mathbf{n}) (\operatorname{Im} m\mathbf{n}) = Q$  – количеству тепла, выделяющемуся в единице объема. Определение Q через  $\mathbf{E}$  и дипольный момент приводит, по-прежнему в рамках геометрической оптики, к выражению  $Q = kc(\boldsymbol{\mathcal{E}} \boldsymbol{\mathcal{E}})(\operatorname{Im} \varepsilon) (\exp(-2k \operatorname{Im} S))$ , где диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon = m^2$ .

Выписанные формулы согласовывают между собой равенства Re *m***n** Im  $m\mathbf{n} = m'm'' = \varepsilon''/2$  – они стандартно выводятся из приведенных комплексных величин и условия  $\mathbf{n}^2 = 1$ .

Теперь вернемся к уравнению  $mn_3 - R_{03} = 0$  и допустим, что корнем его является точка  $\mathbf{r}_0 \in V$  – области, где исполняются только что прокомментированные соотношения. В нашем общем случае никаких условий на выбор координатных осей не накладывалось, и можно поэтому полагать третью ось совпадающей с направлением **П** в точке  $\mathbf{r}_0$ . Из вещественности  $R_{03}$ и формулы для  $\Pi$  следует тогда равенство нулю проекции Im *m***n** на Re *m***n**, т.е. фактически div $\mathbf{II} = 0$ . Однако  $Q \neq 0$  – ведь поглощение, хотя, может быть, и малое, всегда существует [14], и, более того, второе определение О гласит о его независимости от направления распространения волн.

Полученное противоречие (div $\Pi = Q$ ) и доказывает существенно использованное в п. 3 утверждение о корнях уравнения  $h'(\xi) = 0$ .

- 1. Зуев В.Е., Копытин Ю.Д., Кузиковский А.В. Нелинейные оптические эффекты в аэрозолях. Новосибирск: Наука, 1980. 184 с.
- 2. Зуев В.Е., Землянов А.А., Копытин Ю.Д., Кузиковский А.В. Мощное лазерное излучение в атмосферном аэрозоле. Новосибирск: Наука, 1984. 223 с.
- 3. Букатый В.И., Суторихин И.А., Краснопевцев В.Н., Шайдук А.М. Воздействие лазерного излучения на твердый аэрозоль. Барнаул, изд. АГУ, 1994. 196 с.
- 4. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 855 с. 5. Стрэттон Дж. А. Теория электромагнетизма. М.: Гостехиздат, 1948. 539 с.
- 6. Соколов В.В., Творогов С.Д. // ЖПС. 1968. Т. 8. N 3. С. 493-501.
- 7. Морс Ф.М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. М.: ИЛ, 1960. 886 с.
- 8. Гордов Е.П., Творогов С.Д. Квантовая теория распространения электромагнитного поля. Новосибирск: Наука, 1978. 178 с.
- 9. Творогов С.Д. // Изв. вузов. Физика. 1965. N 3. С. 175–180.
- 10. S c h i f f L . J . // Phys. Rev. 1956. V. 103. P. 443–456.
- 11. В ан де Хюлст Г. Рассеяние света малыми частицами. М.: ИЛ, 1961. 354 с.
- 12. Эрдейи А. Асимптотические разложения. М.: ГИФМЛ, 1962. 127 с.

13. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: ГИФМЛ, 1960. 400 с. 14. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: ГИФМЛ, 1959. 532 с.

Институт оптики атмосферы СО РАН, Томск

Поступила в редакцию 16 октября 1995 г.

#### S.D. TVOTOGOV On the Problem of Scattering of Light by Diffuse Halation of Aerosol Particles Heated by Laser Radiation.

It is shown that some methodological problems responsible for speculations about the halation scattering of light are solved by applying the asymptotic procedures of the electrodynamics.