УДК 551.521.3:535.36

## А.В. Фабриков, Н.Л. Сталь, О.И. Алдошина

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ ИСТОЧНИКА ИМПУЛЬСНОГО ИЗОТРОПНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ РАЗНОСТНО-ДАЛЬНОМЕРНЫМ МЕТОДОМ ПО ДАННЫМ НАБЛЮДЕНИЯ ЧЕРЕЗ ОБЛАКА

Рассмотрена модель трассы прохождения сигналов через облачный слой большой оптической толщины и процедура определения координат источника импульсного изотропного оптического излучения по данным наблюдений через облака в рамках сетевой спутниковой системы. Приведены алгоритм и программа вычислений на ЭВМ.

1. В радиолокации хорошо известен метод определения координат объекта по измеренным разностям времен прохождения сигналом расстояний от объекта до нескольких разнесенных в пространстве опорных точек. Это разностно-дальномерный метод, реализуемый с помощью сетевой спутниковой системы [1]. Сигналы здесь посылаются с борта космических аппаратов (КА) и регистрируются расположенным на объекте приемником. После выбора оптимального (с точки зрения стоящей задачи) созвездия КА по разностям времен прихода сигналов и известным координатам КА рассчитываются координаты приемника. Тот же метод в несколько измененном виде был предложен для оценивания координат изотропного импульсного источника оптического излучения по данным измерений, произведенных с нескольких КА [2]. Различными КА при этом регистрируются измененные по масштабу и сдвинутые во времени слабовозмущенные копии одного и того же сигнала, обычно сложной, заранее не известной формы. Исходными данными для расчета координат источника являются смещения <копий> во времени.

Это задача статистического оценивания. Формулируется она с помощью системы уравнений

$$f_{i,i} = f(x, y, z; x_i, y_i, z_i; x_i, y_i, z; p) = \Delta_{i,i} + \varepsilon_{i,i}, \quad i \neq j; \quad i, j = 1, 2, \dots, N,$$
(1)

где  $f_{i,j}$  – известная функция подлежащих оцениванию координат источника (x, y, z) и заданных координат двух КА ( $x_i, y_i, z_i$  и  $x_j, y_j, z_j, i \neq j$ ). Для случая, когда сигнал распространяется в свободном пространстве, функция  $f_{i,i}$  представляется выражением

$$f_{i,j} = r_i - r_j, \quad r_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}.$$
 (2)

В этих уравнениях  $r_i$  – расстояние от источника до *i*-го KA;  $\Delta_{i,j} = c(t_i - t_j)$  – умноженная на скорость света *c* разность моментов прихода сигналов на *i*-й и *j*-й KA, определяемая по результатам измерений (смещения <копий> во времени);  $\varepsilon_{i,j}$  – погрешность оценивания  $\Delta_{i,j}$ , рассматриваемая как случайная величина, обычно – белый гауссовский шум с нулевым средним; p – дополнительные параметры, характеризующие условия эксперимента. В состав  $\varepsilon_{i,j}$  включают также погрешности, связанные с малыми возмущениями формы сигнала при его распространении по трассе. Эти возмущения, однако, можно считать малыми и не учитывать в явном виде лишь при ясной безоблачной атмосфере. Для сильно замутненной атмосферы их нужно учитывать, вводя в уравнение (1) соответствующие поправочные члены. Вид этих членов определяется ниже для простейшего случая однородного облачного слоя большой оптической толщины ( $\tau \ge 20$ ), на выходе которого излучение имеет лишь диффузную составляющую [3].

С облачным слоем в рассматриваемой модели связаны два эффекта:

а) рассеяние излучения, делающее возможным попадание в апертуру приемного устройства КА лучей, отклоняющихся от прямой траектории AB (рис. 1), и б) уменьшение эффективной скорости распространения сигнала на участке траектории, проходящей через облачный Определение координат источника импульсного изотропного излучения

слой. Конечным результатом оказываемого облачным слоем влияния является возрастание эффективного расстояния между источником излучения и КА на величину  $\Delta r$ , зависящую от толщины слоя H и угла  $\theta$ , под которым аппаратура КА ведет наблюдение за источником. В уравнения (1) при этом вместо выражения (2) подставляется

$$f_{i,j} = (r_i + \Delta r_i) - (r_j + \Delta r_j).$$
(3)

Рис. 1. Оптико-геометрическая схема трассы прохождения сигнала через облачный слой большой оптической толщины

2. Чтобы рассчитать входящие в уравнение (3) поправочные члены  $\Delta r$ , воспользуемся предложенным в [4] описанием картины распространения в оптически толстом слое диффузной составляющей импульсного излучения  $\Psi_{d}$ . Аналитически эта картина описывается уравнением

$$\left[\nabla^2 - \frac{3}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{1}{D}\frac{\partial}{\partial t} + \gamma_a \gamma_{tr}\right] \Psi_d(t) = 0,$$
(4)

графически она представлена на рис. 2 [4]. В уравнении (4)  $D = c / 3(\gamma_a + \gamma_{tr}) -$ коэффициент диффузии;  $\gamma_{tr} = \gamma_s(1-g) + \gamma_a -$ транспортный коэффициент;  $\gamma_s$  и  $\gamma_a -$ коэффициенты рассеяния и поглощения, м<sup>-1</sup>; g – средний косинус угла рассеяния. Для облачных капель g близок к единице и транспортный коэффициент  $\gamma_{tr}$  много меньше экстинкции  $\gamma_t = \gamma_s + \gamma_a$ , а транспортная длина свободного пробега  $l_{tr} = \gamma_{tr}^{-1}$  много больше длины свободного пробега  $l_t = \gamma_t^{-1}$ . Полная интен-

сивность излучения на выходе слоя с оптической толщиной  $\tau = \int \gamma_t ds$  равна

$$\Psi_t = \Psi_c + \Psi_d, \quad \Psi_c = F_0 \exp(-\tau), \quad (5)$$

где  $F_0$  – интенсивность (в Вт/м<sup>2</sup>) падающего на слой плоскопараллельного пучка излучения. При больших толщинах облачного слоя ( $\tau \ge 15$ ) значения когерентной составляющей интенсивности  $\Psi_c$  малы по сравнению с диффузной составляющей  $\Psi_d$ :  $\Psi_c \ll \Psi_d$  и  $\Psi_t \approx \Psi_d$ .

Из уравнения (4), а также из рис. 2 видно, что волновой фронт диффузного импульса распространяется в слое со скоростью  $v = c/\sqrt{3}$ . Это значит, что эффективная (в предположении равенства  $l/v = l_{3\phi}/c$ ) длина  $l_{3\phi}$  любого, не слишком близкого к началу, участка траектории волны в облачном слое превышает геометрическую длину l этого участка на величину

$$\Delta l = l_{s\phi} - l = (\sqrt{3} - 1) \, l \approx 0.73 \, l \,. \tag{6}$$

Принимая допущение (6), эффективную длину пути световых лучей на траектории *А С В* для произвольного угла ф представим выражением

$$L = r + h \left(\frac{1}{\cos(\varphi)} + \operatorname{tg}(\varphi)\sin(\theta) - \cos(\theta)\right) + \frac{k}{\cos(\varphi)}h, \quad k = 0,73 \ H/h, \tag{7}$$

Фабриков А.В., Сталь Н.Л., Алдошина О.И.

862

где r – расстояние между источником A и приемником B по прямой AB. При выводе (7) мы полагали r настолько большим по сравнению с h, что линии AB, CB и OB можно считать параллельными, образующими с вертикалью один и тот же угол  $\theta$ .



Рис. 2. Форма импульса на выходе слоя большой оптической толщины

Приравнивая нулю производную  $\partial L / \partial \varphi$ , из уравнения (7) находим длину  $L_{\min} = r + \Delta r$ ,

$$\Delta r = h \left( \sqrt{(1+k)^2 - \sin^2(q) - \cos(q)} \right), \tag{8}$$

и соответствующий ей угол  $\phi = \phi_{min}$ ,

$$\sin(\varphi_{\min}) = -\sin(\theta) / (1+k) . \tag{9}$$

При k = 0 поправочный член  $\Delta r$  обращается в нуль. Для  $\theta = 0$  и  $\theta = \pi/2$  он равен hk и  $h\sqrt{2k+k^2}$  соответственно.

Соответствующая уравнениям (1), (3) и (8) линеаризованная задача оценивания параметров [5] записывается в виде

$$\boldsymbol{v}_{j} = \mathbf{A}_{j}^{\mathrm{T}} \,\widetilde{\boldsymbol{\Theta}} + \boldsymbol{\xi}_{j} \,, \quad j = 2, 3, \dots, N.$$

$$(10)$$

Здесь  $\widetilde{\Theta} = \left[\widetilde{x}, \widetilde{y}, \widetilde{z}, \widetilde{h}\right]^{\mathrm{T}}$  – вектор отклонения параметров *x*, *y*, *z*, *h* от их номинальных (априорных) значений  $x_0, y_0, z_0, h_0$ :

$$\widetilde{x} = x - x_0, \quad \widetilde{y} = y - y_0, \quad \widetilde{z} = z - z_0, \quad \widetilde{h} = h - h_0;$$
(11a)

 $v_j = -c(t_j - t_1) + f_j^0 = -c(t_j - t_1) + (r_{j0} - r_{10} - a_{j4}h_0)$  – данные измерений, отсчитанные от их номинального значения  $f_j^0$ ,

$$f_{j}^{0} \equiv f_{j1}(x_{0}, y_{0}, z_{0}; x_{j}, y_{j}, z_{j}; x_{1}, y_{1}, z_{1}; h_{0}) = r_{j0} - r_{10} - a_{j4} h_{0};$$
(116)

 $\mathbf{A}_{j}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} a_{j1}, a_{j2}, a_{j3}, a_{j4} \end{bmatrix}$  – вектор-строка с элементами

$$a_{j1} = \frac{x_j - x_0}{r_{j0}} - \frac{x_1 - x_0}{r_{10}}, \quad a_{j2} = \frac{y_j - y_0}{r_{j0}} - \frac{y_1 - y_0}{r_{10}}, \quad a_{j3} = \frac{z_j - z_0}{r_{j0}} - \frac{z_1 - z_0}{r_{10}};$$
  
$$a_{j4} = -\left(\sqrt{(1+k)^2 - \sin^2(\theta_{j0})} - \cos(\theta_{j0})\right) + \left(\sqrt{(1+k)^2 - \sin(\theta_{10})} - \cos(\theta_{10})\right); \quad (11B)$$

 $\theta_{j0}$  – оценка угла  $\theta_j$  между вертикалью и направлением от источника к *i*-му КА, производимая по формуле

$$\cos(\theta_{i0}) = \frac{x_0(x_i - x_0) + y_0(y_i - y_0) + z_0(z_i - z_0)}{r_0 r_{i0}};$$
(11r)

 $r_{i0}$  – оценка расстояния от источника до *i*-го КА:

Определение координат источника импульсного изотропного излучения

863

$$r_{i;0} = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2};$$
(11д)

ρ<sub>0</sub> – оценка расстояния от начала координат системы (центра Земли) до источника:

$$\rho_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}; \qquad (11e)$$

 $\xi_j = \varepsilon_{j1}$ . Выбор КА, обозначенного в данном рассмотрении номером 1, по отношению к которому определяются задержки, произволен. В общем случае задержки могут определяться между любыми парами КА. Величина *k* в приведенных уравнениях считается известной; на практике ее приходится определять методом подбора.

3. Ниже приводится текст программы на языке Паскаль для определения координат источника по уравнениям (10) и (11). Первый блок программы имитирует источник импульсного излучения. В качестве входных параметров задаются истинные координаты источника и высота верхней границы облачного слоя x, y, z, h, время начала импульса и предельный зенитный угол регистрации источника. Вычисляются количество и координаты всех КА, зарегистрировавших источник, в момент регистрации, а также время регистрации источника этими КА с учетом уменьшения скорости импульса в облачном слое. Если N – число КА, зарегистрировавших источник, больше четырех, то второй блок программы решает обратную задачу. Вычисляется матрица  $A(4 \times N)$  и вектор V(N). Если N > 5, то левая и правая части системы уравнений (10) умножаются слева на матрицу А<sup>т</sup>. Далее уравнение (10) решается обращением матрицы  $(A^{T}A)$  (либо матрицы A при N=5). Найденные значения поправок к координатам источника излучения и высоте верхней границы облачного слоя используются для вычисления новых значений А и V. Были проведены расчеты для 2 880 вариантов созвездий КА для каждого набора координат источника импульсного излучения (географическая широта от 90° ю.ш. до 90° с.ш., высота над поверхностью Земли от 0 до 100 км) и высоты верхнего облачного слоя (от 0 до 10 км). Начальное значение координат источника бралось равным подспутниковой точке первого КА, зарегистрировавшего источник. Начальное значение высоты верхнего облачного слоя бралось равным нулю. Итерационный процесс сходился после третьего шага. При этом среднеквадратическая погрешность расчетов величин x, y, z, h составила величину порядка нескольких метров.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Программа расчета координат источника импульсного излучения и высоты верхней границы облачного слоя. В подпрограмме XYZ(n, t) вычисляются координаты *n*-го КА в момент времени *t*. Всего имеется 24 КА. Результаты расчетов помещаются в массив orb. Функция Det вычисляет определитель матрицы четвертого порядка.

Label 1, 2, 3;

Const Rz: Extended = 6371000; {радиус Земли в метрах} Cs: Extended = 3.0e8; {скорость света в вакууме} im = 15;{шаг по времени в минутах} id = 30; {количество суток} ii = id\*1440 Div im; {число рассматриваемых спутниковых ситуаций} Bet: Extended = 55; {географическая широта источника} L: Extended = 38; {географическая долгота источника} Hz: Extended = 500; {высота источника над поверхностью Земли в метрах} H: Extended = 3000; {высота верхней границы облачного слоя в метрах} Upr: Extended = 75; {предельный угол регистрации источника} NAm = 10; {максимальное число КА, регистрирующих источник} dr: Extended = Pi / 180;Nit = 4; {число итераций} КК = 0.35; {относительная разность скорости импульса в облаке и в вакууме} KK1: Extended = KK\*KK + 2\*KK; Type Ar4 = Array [1 .. 4, 1 .. 4] of Extended; nk, N, k, k1, i, i1, i2, j, j1, j2: Integer; orb: Var Array [1..24, 2..4] Extended; of tt, cb, au, aco, s, s1, mx, my, mz: Extended; X, E: Array [1..4] of Extended; A: Array [1..4, 1.. NAm] of Extended;

Фабриков А.В., Сталь Н.Л., Алдошина О.И.

864

```
cte, ti, Fk: Array [1 .. 24] of Extended; D, B: Ar4;
       Begin aco: = Cos(Upr*dr); cb: = cos(Bet*dr); j2: = 0;
{декартовы координаты источника}
mx: = (Rz + Hz)*cb*Cos(L*dr); my: = (Rz + Hz)*cb*Sin(L*dr); mz: = (Rz + Hz)*sin(Bet*dr);
For i: = 0 To ii Do Begin \{ii\} tt: = im*60*i; {цикл по спутниковым ситуациям}
       For j1: = 1 To 24 Do Begin XYZ(j1, tt);
        {расчет косинусов зенитных углов от источника на КА}
+ Sqr(orb[j1, 3]-my) + Sqr(orb[j1, 4]-mz)))
       End;
             {упорядочение КА по зенитному углу} For j1: = 1 to NAm Do Begin
    For k: = 23 downto n Do Begin k1: = k + 1; If cte[k] < cte[k1] then Begin
au: = cte[k1]; cte[k1]: = cte[k]; cte[k]: = au; au: = orb[k1, 2]; orb[k1, 2]: = orb[k, 2];
orb[k, 2]: = au; au: = orb[k1, 3]; orb[k1, 3]: = orb[k, 3]; orb[k, 3]: = au;
au: = orb[k1, 4]; orb[k1, 4]: = orb[k, 4]; orb[k, 4]: = au End End End;
            For j1: = 1 to NAm Do Begin
S := Sqrt(Sqr(orb[j1, 2] - mx) + Sqr(orb[j1, 3] - my) + Sqr(orb[j1, 4] - mz));
       S1: = H / Cs*(Sqrt(KK*KK + 2*KK + cte[j1]*cte[j1]) - cte[j1]);
{расчет времени регистрации} ti[i1] = tt + S / Cs + S1 End; \{i1\}
{при необходимости можно уточнить координаты КА на момент ti[n]}
{начальные значения координат источника и высоты H}
k = 0; For j1 = 1 to 3 Do X[j1] = orb[1, j1 + 1] Rz /
Sqrt(Sqr(orb[1, 2]) + Sqr(orb[1, 3]) + Sqr(orb[1, 4])); X[4]: = 0; 1: N: = 0;
S: = Sqrt(Sqr(orb[1, 2] - X[1]) + Sqr(orb[1, 3] - X[2]) + Sqr(orb[1, 4] - X[3]));
cte[1]: = (X[1]*(orb[1, 2] - X[1]) + X[2]*(orb[1, 3] - X[2]) + X[3]*(orb[1, 4] - X[3])) / (Sqrt(Sqr(X[1]) + X[2])) / (Sqrt(Sqr(
+ Sqr(X[2]) + Sqr(X3))*S;
For j1: = 2 to NAm do Begin
S1: = Sqrt(Sqr(orb[j1, 2] - X[1]) + Sqr(orb[j1, 3] - X[2]) + Sqr(orb[j1, 4] - X[3]));
cte[n] := (X[1]*(orb[j1, 2]-X[1]) + X[2]*(orb[j1, 3] - X[2]) + X[3]*(orb[j1, 4] - X[3])) / (Sqrt(Sqr(X[1]) + X[2])) / (Sqrt(Sqr
+ Sqr(X[2]) + Sqr(X3))*S1);
If cte[j1] > = aco Then Begin N: = N + 1;
A[1, N] := (orb[j1, 2] - X[1]) / S1 - (orb[1, 2] - X[1]) / S;
A[2, N] := (orb[1, 3] - X[2]) / S1 - (orb[1, 3] - X[2]) / S;
A[3, N] := (orb[1, 4] - X[3]) / S1 - (orb[1, 4] - X[3]) / S;
A[4, N] := Sqrt(KK1 + cte[1]*cte[1]) - cte[1] - Sqrt(KK1 + cte[n]*cte[n]) + cte[n];
Fk[N] := S1 - S - X[4] * A[4, N] - Cs*(ti[j1]) End End;
If N < 4 Then GoTo 2; If N = 4 Then Begin For i = 1 to 4 Do Begin E[i]: = Fk[i];
For i1: = 1 to 4 Do D[j, i1]: = A[j, i1] End; GoTo 3 End;
For j := 1 to 4 Do Begin E[j]: = 0; For i2 := 1 to j1 Do E[j]: = E[j] + A[j, i2]*Fk[i2];
For i1: = 1 to 4 Do Begin D[i, i1]: = 0; For i2: = 1 to j1 Do
D[j, i1] = D[j, i1] + A[j, i2] A[i1, i2] End End;
3: S: = Det(D); For j: = 1 to 4 Do Begin For i1: = 1 to 4 Do For i2: = 1 to 4 Do If i1 = j Then
B[i1, i2] := E[i2] Else B[i1, i2] := D[i1,i2]; S1 := Det(B);
X[j] = X[j] + S1 / S End; If k = Nit Then Begin j2: = j2 + 1;
WriteLn(i:5', число KA, зарегистрировавших источник', N + 1:2);
WriteLn('X = ', X[1], 'Y = ', X[2], 'Z = ', X[3], 'H = ', X[4]) End;
k := k + 1; If k < = Nit Then GoTo 1; 2: End End.
```

Определение координат источника импульсного изотропного излучения

<sup>1.</sup> Ш а б ш а е в и ч В.С., и д р. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. М.: Радио и связь, 1982. 272 с.

<sup>2.</sup> Алдошина О.И., Фабриков А.В.//Оптика атмосферы и океана. 1994. Т.7. N 3. C.414–420.

<sup>3.</sup> И с и м а р у А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Т.1. Однородное рассеяние и теория переноса. М.: Мир, 1981. 280 с.

<sup>4.</sup> I s h i m a r u A. // Appl. Opt. 1989. V. 28. N 12. P. 2210–2215.

<sup>865</sup> 

5. Б р а н д С. Статистические методы анализа наблюдений. М.: Мир, 1975. 312 с.

НЦ оптико-физических исследований, Москва

Поступила в редакцию 30 августа 1994г.

A.V. Fabrikov, N.L. Stal', O.I. Aldoshina. Localization of Optical Isotropic Radiation Source by Means of Satellite Remote Sensing Through Cloudy Layer.

The model of the signal path propagation through cloudy layer of high optical thickness and the procedure of determination of impulse isotropic optical radiation source coordinates over observations through clouds within the network of satellite system are examined. The algorithm and the computer simulation program are given.