<Оптика атмосферы и океана>, **8**, N 6(1995)

УДК 551.501.7 + 621.372.542

И.В. Кузнецова, В.А. Федоров

ПОВЫШЕНИЕ ОПЕРАТИВНОСТИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ АНАЛИТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Для целей акустического зондирования атмосферы представлены алгоритмы, позволяющие увеличить оперативность спектрально-корреляционной обработки стационарных аналитических сигналов.

В настоящее время в различных областях науки и техники используются вычислительные методы, в которых применяется комплексное представление сигналов, реальные и мнимые части их связаны преобразованием Гильберта [1 –3]. Можно надеяться на успешное применение аналитических сигналов (АС) и в акустических содарах. При этом в отличие от традиционного вещественного представления акустической информации [4] появляется возможность корректного изучения амплитудной и фазочастотной модуляции сигналов, принимаемых локатором, что позволит увеличить информативность и достоверность зондирования. Наряду с указанными новыми возможностями не потеряет своей значимости при измерении скорости ветра содарами и обычный спектральный анализ, достоинства которого обсуждаются в [4]. При создании оперативных систем актуальна проблема повышения быстродействия данного метода. Ниже предлагается один из вариантов решения этой задачи для двух способов получения спектральной информации: периодограммного и корреляционного. Он основан на том, что дискретное преобразование Фурье (ДПФ) АС на основном найквистовом интервале отлично от нуля только на положительных частотах [1, 2].

Предполагается, что отраженный от неоднородностей атмосферы акустический сигнал преобразуется антенной системой локатора в электрический, усиливается, подвергается аналоговой фильтрации, дискретизируется, квантуется и поступает на вход блока предварительной обработки, где с помощью соответствующих цифровых фильтров с конечной импульсной характеристикой [1] формируется АС $z(n\Delta t)$. Так как полезная акустическая информация достаточно узкополосна [4], то для уменьшения ее объема и увеличения оперативности измерений целесообразно частоту дискретизации f_d выбирать, исходя из известных условий субдискретизации, т. е. привязывая f_d только к необходимой ширине частотного диапазона спектральных измерений [3]. Естественно, что при этом возрастают требования к степени спада амплитудно-частотной характеристики входного аналогового полосового фильтра за пределами его полосы пропускания.

Далее реальные и мнимые составляющие $z(n\Delta t)$ должны поступать на вход процессора быстрого преобразования Фурье (БПФ), вычисляющего ДПФ анализируемой выборки:

$$Z\left(\frac{k}{N\,\Delta t}\right) = \sum_{n=0}^{N-1} z(n\,\Delta t)\exp(-j2\pi\,k\,n/N)\,, \qquad (1)$$

где $k = 0, 1, ..., N-1$; N – число отсчетов; $\Delta t = 1/f_d$ – интервал дискретизации. Затем формируются отсчеты выборочного энергетического спектра (периодограмма):

$$G(k) = (\Delta t/N)\,|Z(k)|^2, \qquad (2)$$

по которому определяется скорость ветра в стробируемом атмосферном объеме [4].

Однако применение стандартного процессора БПФ в рассматриваемом случае характеризуется неоптимальным использованием алгоритма из-за производимых вычислений $Z(k)$ на отрицательных частотах, т. е. при $k = N/2, N/2 + 1, ..., N-1$, где ДПФ АС заведомо равно нулю [1, 2]. Таким образом, расчет ДПФ только одной реализации АС характеризуется избыточностью вычислений. Этого можно избежать при одновременной обработке сразу двух реализаций $z_1(n\Delta t)$ и $z_2(n\Delta t)$. Для этого достаточно осуществить предварительное гетеродинирование спектра одной из реализаций в отрицательную область частот на величину $f_{\text{гет}} = f_d/2$. При таком выборе $f_{\text{гет}}$ из-за линейности ДПФ не будет наблюдаться наложений одного спектра на другой, что в дальнейшем позволит провести их разделение. Как следует из свойств ДПФ [2], смещение спектра на величину $f_{\text{гет}}$ для комплексных сигналов достигается умножением исходной выборки на комплексную экспоненту $\omega(n\Delta t) = \exp(-j2\pi f_{\text{гет}} n\Delta t)$. При требуемой $f_{\text{гет}} = f_d/2$, $\omega(n\Delta t) = \exp(-j\pi n) = (-1)^n$. Следовательно, необходимое гетеродинирование осуществляется путем простого инвертирования знака каждого второго отсчета, например, выборки $z_2(n\Delta t)$. И на вход БПФ подается сумма

$$z(n\Delta t) = z_1(n\Delta t) + (-1)^n z_2(n\Delta t), \quad n = 0, 1, \dots, N-1, \tag{3}$$

причем комплексная последовательность $z(n\Delta t)$ уже не является реализацией АС, т.к. ее спектр расположен и на отрицательных частотах.

После вычисления (2) производится восстановление энергетических спектров отдельных реализаций:

$$G_1(k) = G(k), \quad G_2(k) = G(k + N/2), \quad k = 0, 1, \dots, N/2 - 1.$$

Таким образом, становится возможной одновременная спектральная обработка двух сигналов содара при сохранении первоначального объема входных данных для БПФ в N комплексных отсчетов. При этом дополнительные вычислительные затраты для реализации (3) составляют незначительную часть от объема вычислительных операций, необходимых для расчета ДПФ (1). Поэтому в данном случае можно говорить о повышении быстродействия примерно в два раза по сравнению с последовательным режимом спектральной обработки.

При корреляционном методе расчета энергетических спектров [1 – 3] вначале определяется автокорреляционная функция исходной выборки

$$B(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-m-1} z^*(n)\, z(n+m), \tag{4}$$

где $m = 0, 1, \dots, M-1$, $M \le N$, $*$ – символ комплексного сопряжения. Причем $B(m)$ удовлетворяет условию эрмитовой симметрии, т.е. $B(m) = B^*(-m)$, а ее связь с непрерывным выборочным спектром $G(f)$ определяется как [2]:

$$G(f) = \Delta t \sum_{m=-(M-1)}^{M-1} B(m) \exp(-j2\pi f m \Delta t), \quad -f_d/2 \le f < f_d/2. \tag{5}$$

Тогда можно показать, что вычисление выражения (5) с помощью стандартного процессора БПФ с основанием 2 сводится к добавлению к $B(m)$ необходимого нечетного числа нулевых элементов и формированию эрмитово симметричной относительно $m = L/2$ автокорреляционной последовательности длиной L отсчетов, т.е.

$$G(k / L\Delta t) = \Delta t \sum_{m=0}^{L-1} B(m) \exp(-j2\pi k m / L), \tag{6}$$

где

$$k = 0, 1, \dots, L-1; \; B(m) = \begin{cases} B(m), & m = 0, 1, \dots, M-1, \\ 0, & m = M, M+1, \dots, L/2; \end{cases} \quad B(L-m) = B^*(m), m = 1, 2, \dots, L/2-1.$$

Здесь и в дальнейшем $L \ge 2M - 1$ – ближайшее целое число, равное степени 2. Причем данный метод расчета выборочного спектра АС по сравнению с периодограммным характеризуется еще большей избыточностью вычислений. Здесь на выходе БПФ уже три четверти значений – нулевые. Одна из причин была рассмотрена выше, другая заключается в том, что $G(k/L\Delta t)$ – чисто вещественная функция.

Для устранения указанной избыточности воспользуемся очевидным соотношением, вытекающим из линейности ДПФ:

$$\text{ДПФ}\,\{x(n)+j\,y(n)\} = \text{ДПФ}\,\{x(n)\} + j\,\text{ДПФ}\,\{y(n)\}\,.$$

Таким образом, вещественные ДПФ $X(k)$, $Y(k)$ эрмитово симметричных последовательностей $x(n)$, $y(n)$ легко разделяются на выходе процессора БПФ.

С учетом вышеизложенного приведем алгоритм вычисления выборочных энергетических спектров АС по предварительно рассчитанным M-точечным автокорреляционным функциям $B_1(m)$, $B_2(m)$, $B_3(m)$, $B_4(m)$, $m = 0, 1, ..., M-1$:

1. Сформировать две L-точечные эрмитово симметричные последовательности

$$R_1(m) = \begin{cases} B_1(m) + (-1)^m B_2(m) & , \; m = 0, 1, \dots, M-1, \\ 0 & , \; m = M, M+1, \dots, L/2, \end{cases}$$

$$R_2(m) = \begin{cases} B_3(m) + (-1)^m B_4(m) & , \; m = 0, 1, \dots, M-1, \\ 0 & , \; m = M, M+1, \dots, L/2, \end{cases}$$

$$R_1(L-m) = R_1^*(m), \quad R_2(L-m) = R_2^*(m), \quad m = 1, 2, \dots, L/2-1.$$

2. Сформировать новую L-точечную (но уже не эрмитово симметричную) комплексную последовательность $B(m)$, $m = 0, 1, ..., L-1$:

$$\operatorname{Re} B(m) = \operatorname{Re} R_1(m) - \operatorname{Im} R_2(m),$$

$$\operatorname{Im} B(m) = \operatorname{Im} R_1(m) + \operatorname{Re} R_2(m).$$

3. Вычислить L-точечное БПФ с коэффициентом Δt последовательности $B(m)$ (т.е. реализовать соотношение (6)).

4. Восстановить отдельные выборочные энергетические спектры для $k = 0, 1, ..., L/2-1$:

$$G_1(k) = \operatorname{Re} G(k), \quad G_2(k) = \operatorname{Re} G(k + L/2),$$

$$G_3(k) = \operatorname{Im} G(k), \quad G_4(k) = \operatorname{Im} G(k + L/2).$$

Этот алгоритм позволит осуществлять одним процессором БПФ одновременную спектральную обработку всех четырех каналов содара: трех наклонных и одного вертикального. Как и для периодограммного метода, дополнительный объем вычислений по пп. 1, 2, необходимый для реализации указанной возможности, довольно незначителен по сравнению с объемом вычислительных операций по основному соотношению (6).

Рассмотрим вариант, когда при одном и том же физическом разрешении, обеспечиваемом длиной корреляционной последовательности $2\,M\Delta t$, необходимо получить разреженные спектральные отсчеты. В акустическом зондировании это соответствует измерению скорости ветра путем первоначального грубого определения максимума выборочного спектра с дальнейшим его уточнением различными аппроксимациями [4].

Обратимся к исходному соотношению (5). По сравнению с классическим вариантом (6) увеличим в два раза шаг расчета спектра по частоте. (При этом в частном случае $M = N$, $L = 2\,N$ получаемое спектральное разрешение совпадает с периодограммным разрешением (1)). Добавим слева и справа к последовательности $B(m)$ $L-2\,M+1$ нулей. Тогда

$$G(2\,k/L\,\Delta t) = \Delta t \sum_{m=-L/2}^{L/2-1} B(m)\exp(-j4\pi\,k\,m/L) =$$

$$= \Delta t \left\{ \sum_{m=-L/2}^{-1} B(m)\exp(-j4\pi\,k\,m/L) + \sum_{m=0}^{L/2-1} B(m)\exp(-j4\pi\,k\,m/L) \right\}.$$

Делая замену $n = L/2 + m$ в первой сумме, учитывая $B(m) = B^*(-m)$, $\exp(j2\pi\,k) = 1$, получаем

$$G(2\,k\,/\,L\,\Delta\,t) = \Delta\,t \sum_{m=0}^{L/2-1} [B(\,m) + B^*(L\,/\,2 - m)]\,\exp(-\,j4\pi\,k\,m\,/\,L)\,.$$

Так как $B(\,m) = 0$, $m \ge M$ и $B(\,L/2 - m) = 0$, $m = 0, 1, ..., L/2 - M$, то, используя эрмитову симметричность выражения в квадратных скобках относительно $m = L/4$, окончательно получаем

$$G\left[\frac{k}{(\,L\,/\,2)\,\Delta\,t}\right] = \Delta\,t \sum_{m=0}^{L/2-1} P(\,m)\,\exp\{-\,j2\pi\,k\,m\,/\,(L\,/\,2)\,\}, \tag{7}$$

где $k = 0, 1, ... , L\,/\,2 - 1$,

$$P(\,m) = \begin{cases} B(\,m), & m = 0, 1, ... , L\,/\,2 - M, \\ B(\,m) + B^*(L\,/\,2 - m), & m = L\,/\,2 - M + 1, ... , L\,/\,4, \end{cases} \tag{8}$$

$$P(\,L\,/\,2 - m) = P^*(\,m), \qquad m = 1, 2, ... , L\,/\,4 - 1.$$

Искомые спектральные отсчеты вычисляются $L/2$-точечным ДПФ при использовании только половины корреляционного интервала. Причем на этот интервал налагаются $2\,M - L/2 - 1$ отсчетов $B(\,m)$ из неиспользуемой половины; $P(\,m)$ – круговая автокорреляционная функция [1,2] исходной комплексной последовательности, соответствующая $G(2\,k/\,L\Delta\,t)$.

Для данного случая нетрудно видоизменить описанный выше алгоритм одновременного вычисления четырех выборочных спектров по $B_1(\,m)$, $B_2(\,m)$, $B_3(\,m)$, $B_4(\,m)$, $m = 0, 1, ... , M - 1$. Предварительно на основе (8) необходимо сформировать $L/2$-точечные эрмитово симметричные круговые автокорреляционные последовательности $P_1(\,m)$, $P_2(\,m)$, $P_3(\,m)$, $P_4(\,m)$. Затем сформировать $L/2$-точечные

$$R_1(\,m) = P_1(\,m) + (\,-\,1)^m\,P_2(\,m)\,,\ m = 0, 1, ... , L\,/\,4,$$

$$R_2(\,m) = P_3(\,m) + (\,-\,1)^m\,P_4(\,m)\,,\ m = 0, 1, ... , L\,/\,4,$$

$$R_1(\,L\,/\,2 - m) = R_1^*(\,m),\quad R_2(\,L\,/\,2 - m) = R_2^*(\,m),\quad m = 1, 2, ... , L\,/\,4 - 1.$$

Далее идет повторение пунктов 2 – 4 с заменой L на $L/2$.

При обработке больших длин выборок вещественных сигналов часто применяется метод вычисления их автокорреляционных функций с помощью БПФ [1, 2]. По существу, в нашем случае этот метод сводится к обращению выражения (6), где $G(\,k/\,L\Delta\,t)$ определяется периодограммным способом. Использование же соотношения (7) недопустимо из-за получающейся в итоге круговой корреляции (8).

С учетом вышеизложенного материала приведем алгоритм одновременного вычисления автокорреляционных функций (4) двух реализаций АС: $z_1(\,n\Delta\,t)$ и $z_2(\,n\Delta\,t)$, $n = 0, 1, ..., N - 1$, в частном случае $L = 2\,N$:

1. Используя (3), сформировать одну комплексную (неаналитическую) последовательность $z(\,n\Delta\,t)$ и дополнить ее N нулями.

2. Вычислить $2\,N$-точечное БПФ $Z(\,k)$, $k = 0, 1, ..., 2\,N - 1$ последовательности $z(\,n\Delta\,t)$.

3. Вычислить $G(\,k) = |\,Z(\,k)|^2/\,N$, $k = 0, 1, ... , 2\,N - 1$. (Если необходимы отсчеты спектра, то умножить еще на $\Delta\,t$).

4. Сформировать $2\,N$-точечную комплексную последовательность $S(\,k)$

$$\operatorname{Re} S(\,k) = G(\,k),\quad k = 0, 1, ... , N - 1,$$

$$\operatorname{Im} S(\,k) = G(\,k + N),\quad k = 0, 1, ... , N - 1,$$

$$\operatorname{Re} S(\,k) = \operatorname{Im} S(\,k) = 0,\quad k = N, N + 1, ... , 2\,N - 1.$$

5. Вычислить $2\,N$-точечное обратное БПФ

$$s(\,m) = \frac{1}{2\,N} \sum_{k=0}^{2N-1} S(\,k)\,\exp(\,j2\pi\,k\,m\,/2\,N)\,.$$

6. Восстановить отсчеты автокорреляционных функций $B_1(m)$, $B_2(m)$, $m = 1, 2, \ldots, N-1$:

$$\mathrm{Re}\, B_1(m) = [\mathrm{Re}\, s(m) + \mathrm{Re}\, s(2N-m)] / 2;$$

$$\mathrm{Im}\, B_1(m) = [\mathrm{Im}\, s(m) - \mathrm{Im}\, s(2N-m)] / 2;$$

$$\mathrm{Re}\, B_2(m) = [\mathrm{Im}\, s(m) + \mathrm{Im}\, s(2N-m)] / 2;$$

$$\mathrm{Im}\, B_2(m) = [\mathrm{Re}\, s(2N-m) - \mathrm{Re}\, s(m)] / 2;$$

$$\mathrm{Re}\, B_1(0) = \mathrm{Re}\, s(0), \quad \mathrm{Re}\, B_2(0) = \mathrm{Im}\, s(0).$$

В данной статье представлены алгоритмы, позволяющие увеличить оперативность спектрально-корреляционной обработки стационарных АС. Причем мы не касались вопросов применения временных, корреляционных и спектральных окон, подробно изложенных в литературе. Работоспособность всех предложенных алгоритмов была подтверждена с помощью имитационного моделирования реализаций случайных АС со спектрально-корреляционными и шумовыми параметрами, характерными для акустического зондирования атмосферы [4]. Так как рассмотренные алгоритмы носят достаточно общий характер, то, на наш взгляд, возможно их применение и в других практических приложениях.

1. Р а б и н е р Л . , Г о у л д Б . Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978. 848 с.
2. О п п е н г е й м А . В . , Ш а ф е р Р . В . Цифровая обработка сигналов. М.:Связь, 1979. 416 с.
3. М а к с Ж . Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. Т. 1. М.: Мир, 1983. 312 с.
4. К р а с н е н к о Н . П . Акустическое зондирование атмосферы. Новосибирск: Наука, 1986. 166 с.

Институт оптики атомсферы СО РАН,
Томск

Поступила в редакцию
13 сентября 1994 г.

I . V . K u z n e t s o v a , V . A . F e d o r o v . **Upgracing of Spectral Processing Speed of Analytical Signals.**

The algorithms are presented which allow one to increase speed of spectral-correlation processing of stationary analytical signals.