УДК 541.124/128+536.75.517.9

### Е. П. Гордов, О. Б. Родимова, В.А. Сенников, А.З. Фазлиев

# КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛИ КИСЛОРОДНОЙ АТМОСФЕРЫ. ЧАСТЬ І. ПРИБЛИЖЕНИЕ МАЛЫХ ИСТОЧНИКОВ И СТОКОВ

Показано, что стационарное состояние кислородной атмосферы крайне чувствительно к введению малых величин стоков и источников, и лишь в узкой области пространства параметров, характеризующих стоки и источники, при скоростях стоков, существенно меньших скорости фотохимического распада молекулы кислорода, возможны небольшие отклонения от равновесных концентраций озона, атомарного и молекулярного кислорода.

# 1. Введение

Накопленные в последнее время для разных географических точек экспериментальные данные [1] по исследованию изменений концентрации озона в стратосфере дают обширный материал для сравнения с численными расчетами и теоретическими обобщениями. С нашей точки зрения, численные расчеты и теоретические обобщения следовало бы предварять качественным анализом соответствующей системы уравнений для концентраций кислородосодержащих компонентов атмосферы. В связи с тем, что качественный анализ обычно выполняется для систем малой размерности, в фотохимии атмосферы он фактически проводится для модели чисто кислородной атмосферы [2–4].

Для того, чтобы учесть антропогенное и природное влияние на содержание атомарного кислорода и озона в атмосфере, необходимо рассмотрение дополнительных химических реакций между кислородными и иными частицами, которые можно аппроксимировать в системе уравнений, описывающих кислородную атмосферу, путем введения источников и стоков. В нашей статье анализируются качественные изменения концентрации кислородных частиц в модели кислородной атмосферы в приближении малых величин источников и стоков.

Во втором разделе приведены химические реакции, учитываемые при анализе стационарного состояния атмосферы и выделена иерархия безразмерных параметров. В третьем и четвертом разделах описаны основная система уравнений и ее стационарное (эталонное) решение. В пятом разделе рассмотрено влияние малых источников и стоков на отклонение стационарного состояния кислородной атмосферы от эталонного.

### 2. Кислородная атмосфера

Количество химических реакций, происходящих в атмосфере с участием кислородных частиц, достаточно велико, но, вводя понятие кислородной атмосферы, из всего их многообразия выделим те реакции, в которых участвуют только кислородные частицы, кислородные частицы и молекулы азота и фотохимические реакции, характеризующие распад озона и молекул кислорода. В выбранном классе реакций ограничимся теми, в которых задействовано не более трех частиц. Перечень таких реакций дан в табл. 1, все скорости химических реакций приведены для высоты 30 км, и по каждой из них дана ссылка на работу, из которой она извлечена. Одновременно в табл. 1 представлены безразмерные величины ξ,, являющиеся структурными элементами, имеющими определенную иерархию. Коэффициенты основных уравнений, определяющих динамику химических процессов в кислородной атмосфере, являются линейной комбинацией этих структурных элементов. Модель кислородной атмосферы со всеми реакцямии, перечисленными в табл. 1, будет являться основой для исследований. Скорости химических реакций существенно зависят от температуры, а последняя в атмосфере зависит от высоты, поэтому нами на основании данных (5) рассчитано изменение безразмерных величин  $\xi_1, \xi_3$ и  $\xi_4$  в зависимости от высоты. Как видно из рис. 1 и табл. 1, на всех представляющих интерес высотах между этими величинами сохраняется неравенство

1288

Гордов Е.П., Родимова О.Б., Сенников В.А., Фазлиев А.З.

Величины  $\xi_2$ ,  $\xi_5 - \xi_{11}$  практически не зависят от высоты. Это означает, что выводы, вытекающие из качественного анализа модели кислородной атмосферы, применимы, по крайней мере, в диапазоне высот 15–80 км.

Таблица 1

10		0	6
Кислородные реакции	Скорости реакции	Ссылка	Структурные элементы
$O + O_2 + N_2 \rightarrow O_3 + N_2$	$k_{\rm N2} = 1,11 \cdot 10^{-33}  {\rm c}^{-1}  {\rm cm}^6$	[5]	
$O + O_3 \rightarrow 2O_2$	$k_3 = 7,71 \cdot 10^{-16} \text{ c}^{-1} \text{ cm}^3$	[5]	$\xi_1 = k_3 / k_{N2} N = 2,37$
$O + O + N_2 \rightarrow O_2 + N_2$	$k_4^{N_2} = 8,56 \cdot 10^{-33} \text{ c}^{-1} \text{ cm}^6$	[5]	$\xi_2 = k_4^{N_2} / k_{N_2} N = 2,63$
$O_3 + hv \rightarrow O + O_2$	$J_3 = 5, 4 \cdot 10^{-4} \text{ c}^{-1}$	[5]	$\xi_3 = J_3 / k_{\rm N2} \rm NA = 10^{-4}$
$O_2 + hv \rightarrow 2O$	$J_2 = 7,4 \cdot 10^{-11} \text{ c}^{-1}$	[5]	$\xi_4 = J_2 / k_{N2} NA = 10^{-11}$
$O_3 + N_2 \rightarrow O + O_3 + N_2$	$k_{-2}^{N_2} = 5,22 \cdot 10^{-32} \text{ c}^{-1} \text{ cm}^3$	[2]	$\xi_5 = k_{-2}^{N_2} / k_{N_2} A = 10^{-16}$
$\mathrm{O_3} + \mathrm{O_3} \rightarrow \mathrm{O} + \mathrm{O_3} + \mathrm{O_2}$	$k_{-2}^{O_3} = 1,5 \cdot 10^{-31} \text{ c}^{-1} \text{ cm}^3$	[2]	$\xi_6 = k_{-2}^{O_3} / k_{N2} N = 5,4 \cdot 10^{-16}$
$O_3 + O_2 \rightarrow 2O_2 + O$	$k_{-2}^{O_2} = 6,57 \cdot 10^{-32} \text{ c}^{-1} \text{ cm}^3$	[2]	$\xi_7 = k_{-2}^{O_2} / k_{N2} N = 2,3 \cdot 10^{-16}$
$O + O_2 + O_2 \rightarrow O_2 + O_3$	$k_2^{O_2} = 1,11 \cdot 10^{-33} \text{ c}^{-1} \text{ cm}^6$	[2]	$\xi_8 = A k_2^{O_2} / k_{N_2} N = 0.3$
$O + O_2 + O_3 \rightarrow O_3 + O_3$	$k_2^{O_3} = 2,52 \cdot 10^{-33} \text{ c}^{-1} \text{ cm}^6$	[2]	$\xi_9 = A k_2^{O_3} / k_{N2} N = 0,6$
$O + O + O_2 \rightarrow O_3 + O$	$k_2^{\rm O} = 1, 1 \cdot 10^{-33}  {\rm c}^{-1}  {\rm cm}^6$	[2]	$\xi_{10} = A k_2^{O} / k_{N2} N = 0,6$
$O + O + O_2 \rightarrow 2O_2$	$k_4^{\text{O}2} = 10^{-32} \text{ c}^{-1} \text{ cm}^6$	-	$\xi_{11} = A k_4^{O_2} / k_{N2} N = 0.3$
$\mathrm{O} + \mathrm{O} + \mathrm{O}_3 \rightarrow \mathrm{O}_3 + \mathrm{O}_2$	$k_4^{O_3}$	-	$\xi_{12}$
$O + O_3 \rightarrow 2O + O_2$	$k_{-2}^{O}$	-	ξ <sub>13</sub>
$O + O + O \rightarrow O + O_2$	$k_4^{\rm O}$	-	$\xi_{14}$
	$N = 2,93 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$	[5]	$A = 1,46 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$

Основные реакции кислородной атмосферы (H = 30 км)

Наше рассмотрение модели кислородной атмосферы ограничено анализом стационарного состояния, локализованного в окрестности равновесных концентраций кислородных компонент при естественных условиях.



Рис. 1. Логарифмическая зависимость величин  $\xi_i$  (*i* = 1, 3, 4) от высоты в атмосфере

## 3. Основная система уравнений

Пусть x, y, z – концентрации молекулярного, атомарного кислорода и озона соответственно. Число молекул азота будем полагать неизменным. В рамках модели кислородной атмосферы система уравнений, определяющая динамику изменения кислородных частиц, имеет вид Качественный анализ модели кислородной атмосферы 1289

$$dx/dt = (k_{-2}^{N_2} N + J_3) z - J_2 x - k_{N2}Nxy + k_4^{N_2} Ny^2 + (2k_3 + k_{-2}^{O}) yz + k_{-2}^{O_2} xz + k_{-2}^{O_3} z^2 + (k_4^{O_2} - k_2^{O}) xy^2 - k_2^{O_2} x^2y + k_4^{O_3} y^2 z - k_2^{O_3} xyz + k_4^{O_4} y^3;$$

$$dy/dt = (k_{-2}^{N_2} N + J_3) z + 2 J_2 x - k_{N2}Nxy - 2 k_4^{N_2} Ny^2 - (k_3 + k_{-2}^{O}) yz + k_{-2}^{O_2} xz + k_{-2}^{O_3} z^2 - (2k_4^{O_2} + k_2^{O}) xy^2 - k_2^{O_2} x^2 y - 2 k_4^{O_3} y^2 z - k_{-2}^{O_3} xyz - 2 k_4^{O_3} y^3;$$

$$dz/dt = -(k_{-2}^{N_2} N + J_3) z + k_{N2}Nxy - (k_3 + k_{-2}^{O}) yz - k_{-2}^{O_2} xz - k_{-2}^{O_3} z^2 + k_{2}^{O_2} x^2 y + k_{2}^{O_3} xyz.$$
(2)

Из закона сохранения числа кислородных частиц следует соотношение

2x + y + 3z = A, (3)

где *А* – полное число кислородных частиц (количественное значение A дано в табл. 1). Соотношение (3) определяет треугольник реакций [9] (рис. 2). Искомое решение системы уравнений должно лежать в плоскости данного треугольника.

Для качественного анализа системы уравнений (2) удобно перейти в систему декартовых координат (w', u',  $\upsilon'$ ), выбранную так, чтобы ось w' была перпендикулярна плоскости *DBC*, ось u' направлена по прямой *DB* и начало координат находилось в точке D. В новой системе координат треугольник реакций лежит в плоскости (u', $\upsilon'$ ) и максимальная из нормированных равновесных концентраций кислородных частиц – концентрация молекулярного кислорода – в окрестности начала координат.

Переход к новой системе координат определяется следующими соотношениями:

$$w' = -A /\sqrt{14 + 1}/\sqrt{14 (2x + 3z + y)};$$
  

$$u' = 3 A/2 \sqrt{13} + 1/\sqrt{13} (-3x + 2z);$$
  

$$v' = A/\sqrt{182} + 1/\sqrt{182} (2x + 3z - 13y).$$
(4)



Рис. 2. Треугольник реакций в пространстве концентраций ( x, y, z)

Для удобства оперирования величинами разного порядка введем безразмерное время

$$t' = t k_{N2} NA$$

и безразмерные координаты

$$u' = A u, v' = A v, w = A w.$$

В системе координат (*u*,*v*,*w*) основная система динамических уравнений кислородной атмосферы примет вид:

(5)

Гордов Е.П., Родимова О.Б., Сенников В.А., Фазлиев А.З.

1290

$$dw/dt = 0;$$

$$du/dt = a_0 - a_1 u + a_2 \upsilon + a_3 u^2 - a_4 u \upsilon + a_5 \upsilon^2 + a_6 u \upsilon^2 + a_7 u \upsilon^2 + a_8 \upsilon^3;$$

$$d\upsilon/dt = b_0 + b_1 u - b_2 \upsilon + b_3 u^2 - b_4 u \upsilon + b_5 \upsilon^2 + b_6 u \upsilon^2 + b_7 u \upsilon^2 + b_8 \upsilon^3;$$
(6)

с условием w(0) = 0, являющимся следствием соотношения (3).

Система уравнений (6) является основой для последующего анализа стационарного решения. Коэффициенты, входящие в уравнения (6), представлены в табл. 2.



Рис. 3. Треугольник реакций в плоскости ( и, υ)

Коэффициенты основной системы уравнений

Таблица 2

 $\begin{array}{l} a_{0} = 3\xi_{4}/2\sqrt{13} \\ a_{1} = (10\xi_{3} + 9\xi_{4} + 10\xi_{5} + 5\xi_{7})/13 \\ a_{2} = 5/2\sqrt{14} + 3(5\xi_{3} - 2\xi_{4} + 5\xi_{5} + 5\xi_{7}/2)/13\sqrt{14} + 5\xi_{8}/4\sqrt{14} \\ a_{3} = 10(2\xi_{6} - 3\xi_{7})/13\sqrt{13} \\ a_{4} = (15 + 16\xi_{1} - 60\xi_{6}/13 + 25\xi_{7}/13 + 10\xi_{13})/2\sqrt{182} + (3\xi_{8} - \xi_{9})\sqrt{182} \\ a_{5} = (-10 + 24\xi_{1} - 39\xi_{2} - 30\xi_{7}/13 - 45\xi_{6}/13 + 15\xi_{13})/14\sqrt{13} + 65\xi_{10}/2 + 45\xi_{8}/2 - 15\xi_{9}/2 - 39\xi_{11}/2)/14\sqrt{13} \\ a_{6} = (135\xi_{8}/13 + 25\xi_{9}/13 - 15\xi_{10} + 9\xi_{11} - 6\xi_{12})/14 \\ a_{7} = 15(3\xi_{8} - 2\xi_{9})/13\sqrt{14} \\ a_{8} = (110\xi_{8}/13 + 30\xi_{9}/13 - 10\xi_{10} + 6\xi_{11} + 9\xi_{12} - 39\xi_{14})/14\sqrt{14} \\ b_{0} = \sqrt{14}\xi_{4}/\sqrt{13} \\ b_{1} = \sqrt{14}(2\xi_{5} - 6\xi_{4} + 2\xi_{5} + \xi_{7})/\sqrt{13} \\ b_{2} = 1/2 + (3\xi_{3} + 4\xi_{4} + 5\xi_{5} + 3\xi_{7}/2)/13 + \xi_{8}/4 \\ b_{3} = 2\sqrt{14}(2\xi_{6} - 3\xi_{7})/\sqrt{13} \\ b_{4} = (-3 + 2\xi_{1} + 12\xi_{6}/13 - 5\xi_{7}/13 - 2\xi_{13})/\sqrt{13} + (3\xi_{8} - \xi_{9})/\sqrt{13} \\ b_{5} = (2 + 3\xi_{1} - 26\xi_{2} + 9\xi_{7}/13 + 6\xi_{6}/13 - 3\xi_{13})/\sqrt{14 + 13} + 1/2\sqrt{182}(-13\xi_{10} + 9\xi_{8} + 3\xi_{9} - 26\xi_{11})/2\sqrt{182} \\ b_{6} = -(-27\xi_{8}/13 + 5\xi_{9}/13 - 3\xi_{10} - 6\xi_{11} - 4\xi_{12})/\sqrt{14} \\ b_{7} = 3(-3\xi_{8} + 2\xi_{9})/13 \\ b_{8} = (-22\xi_{8}/13 - 6\xi_{9}/13 + 2\xi_{10} + 4\xi_{11} + 6\xi_{12} - 26\xi_{14})/14 \end{array}$ 

Треугольник реакций лежит в плоскости (*u*, v) (рис. 3).

## 4. Стационарные решения

Прежде чем искать стационарные решения системы уравнений (6), отметим, что коэффициенты *a*, и *b*, определенные в табл. 2, связаны соотношением

Качественный анализ модели кислородной атмосферы

$$a_1 b_2 = a_2 b_1, (7)$$

выполняющимся с точностью до членов порядка  $\xi_4 = 10^{-11}$ . В силу малости свободных членов и равенства остальных коэффициентов величинам порядка единицы можно искать стационарные решения системы (6) в виде

$$u_0 = \upsilon_0 a_2 / a_1 + \Delta , \qquad (8)$$

где  $\Delta \ll \upsilon_0 a_2 / a_1$ .

При поиске стационарных решений в уравнениях (6) можно опустить кубические члены в силу их малости по сравнению с квадратичными и линейными членами. Подстановка  $u_0$  в систему уравнений (6) позволяет найти ее стационарное решение с выбранной точностью

$$\upsilon_0 = \sqrt{\frac{a_1 a_0 b_1 + b_0 a_1}{a_2 a_1 b_4 + a_4 b_1}} = \sqrt{\frac{14 \xi_3 \xi_4}{13(\xi_1 + 15 \xi_8 - 5 \xi_9)}} = \sqrt{\frac{14 \xi_3 \xi_4}{13 \xi_1}} \alpha , \qquad (9)$$

$$\Delta = \frac{a_0 b_4 + b_0 a_4}{a_1 b_4 + a_4 b_1},\tag{10}$$

$$u_0 = \sqrt{\frac{a_2 a_0 b_1 + b_0 a_1}{a_1 a_1 b_4 + a_4 b_1}} = 1/4 \sqrt{\frac{13 \xi_4}{\xi_1 \xi_3}} \alpha.$$
(11)

$$y_0 = A \alpha \sqrt{\frac{\xi_4 \xi_3}{\xi_1}}, z_0 = 1/2 A \alpha \sqrt{\frac{\xi_4}{\xi_3 \xi_1}},$$
 или  $z_0 = y_0/2 \xi_3$ . (12)

Связь между концентрациями озона и молекулярного кислорода, определяемая соотношением (12), хорошо известна [6]. Ниже мы будем ссылаться на решение (12) как на эталонное. Вычисление ляпуновских множителей показывает, что найденное стационарное решение является устойчивым, а времена релаксации в стационарное состояние имеют порядок  $t_1 \approx 2$  с,  $t_2 \approx 0.5 \cdot 10^7$  с.

Других устойчивых решений в окрестности точки  $(x_0, y_0, z_0)$  нет. Соотношение (11) показывает, что в основном порядке приближенное решение зависит от коэффициентов  $\xi_4$ ,  $\xi_3$ ,  $\xi_1$  и позволяет сделать общий вывод: *при анализе состояний кислородной атмосферы, близких к стационарному, принципиальным является учет шести реакций:* 

$$O + O_{2} + N_{2} \rightarrow O_{3} + N_{2}; O + O_{3} + O_{2} \rightarrow O_{3} + O_{3}; 2O_{2} + O \rightarrow O_{2} + O_{3};$$
  

$$O + O_{3} \rightarrow 2O_{2}; O_{3} + hv \rightarrow O + O_{2}; O_{2} + hv \rightarrow 2O.$$
(13)

Набор реакций (13) можно называть циклом Чепмена [7].

В дальнейшем при анализе систем с несохраняющимся числом кислородных частиц нам понадобятся уравнения (6) более общего вида, учитывающие ненулевое значение w. Нетрудно показать, что для анализа стационарного решения такой системы уравнений, определяющей поведение кислородной атмосферы в рамках модели Чепмена (см. реакции (13)), можно удерживать в этих уравнениях члены не выше квадратичных.

#### 5. Стоки и источники в кислородной атмосфере

1292

В верхней атмосфере наряду с химическими реакциями, описанными выше, нужно учитывать изменения концентраций кислородных частиц за счет стоков и источников. Природа стоков может быть различной (осаждение кислородных частиц на аэрозолях вулканического происхождения или локальные процессы окисления при пролете искусственных или естественных объектов и т.д.). Источниками могут быть биологические процессы или выбросы окислителя при запуске ракет. Здесь мы не будем детализировать природу стоков и источни-

Гордов Е.П., Родимова О.Б., Сенников В.А., Фазлиев А.З.

ков, а также рассматривать времена, на которых они действуют, т.к. мы описываем точечный процесс, а механизмов, действующих локально, как источники и стоки, существует достаточное количество. Влияние источников и стоков рассматривалось также в [8].

Величины стоков и источников опишем в уравнениях членами  $k_x x$ ,  $k_y y$ ,  $k_z z$  и  $l_i A$ .

В исходной системе координат (X, Y, Z) учет источников и стоков приводит к появлению дополнительных линейных членов, которые входят в основную систему уравнений в виде поправок

$$dx/dt = (...) - k_x x + l_x, dy/dt = (...) - k_y y + l_y, dz/dt = (...) - k_z z + l_z.$$
(14)

После нормировки, введенной ранее, стоки будем описывать коэффициентами  $\chi_i = k_i / (k_{N_2} N A)$ , а источники –  $\theta_i = l_i / (k_{N_2} N A^2)$ .

В системе координат (*w*, *u*, *v*) эти линейные поправки к системе уравнений, связанные со стоками и источниками, имеют вид

$$dw/dt = w_{0} + \gamma_{11} w + \gamma_{12} u + \gamma_{13} \upsilon;$$
  

$$du/dt = (...) + u_{0} + \gamma_{21} w + \gamma_{22} u + \gamma_{23} \upsilon;$$
  

$$d\upsilon/dt = (...) + \upsilon_{0} + \gamma_{31} w + \gamma_{32} u + \gamma_{33} \upsilon.$$
(15)

В (15) использованы обозначения:

$$w_{0} = \frac{1}{\sqrt{14}} (2 \theta_{x} + 3 \theta_{z} - \chi_{x}), \quad u_{0} = \frac{1}{\sqrt{13}} (2 \theta_{z} + 3 \theta_{x} - 3\chi_{x}/2), \quad v_{0} = -\frac{2 \theta_{x} + 3 \theta_{z} - 13 \theta_{y} - \chi_{x}}{\sqrt{182}},$$

$$\gamma_{11} = \frac{4\chi_{x} + 9\chi_{z} + \chi_{y}}{14}, \quad \gamma_{12} = \frac{6(\chi_{x} - \chi_{z})}{\sqrt{182}}, \quad \gamma_{13} = \frac{4\chi_{x} - 13\chi_{y} + 9\chi_{z}}{14\sqrt{13}},$$

$$\gamma_{21} = \frac{6(\chi_{x} - \chi_{z})}{\sqrt{182}}, \quad \gamma_{22} = \frac{9\chi_{x} + 4\chi_{z}}{13}, \quad \gamma_{23} = \frac{-6(\chi_{x} - \chi_{z})}{13\sqrt{14}},$$

$$\gamma_{31} = \frac{4\chi_{x} + 9\chi_{z} - 13\chi_{y}}{14\sqrt{13}}, \quad \gamma_{32} = \frac{-6(\chi_{x} - \chi_{z})}{\sqrt{182}}, \quad \gamma_{33} = \frac{4\chi_{x} + 169\chi_{y} + 9\chi_{z}}{182}.$$
(16)

Введение в рассмотрение источников и стоков ставит заново вопрос о количестве реакций, необходимом для корректного описания стационарного решения. Так как мы ставили задачу найти решения, близкие к эталонному решению, можно ограничиться приближением Чепмена. В системе координат (w, u, v) при учете шести реакций (13), а также стоков и источников динамические уравнения существенно отличаются от исследованных ранее уравнений неравной нулю производной от w, а структура остальных уравнений остается неизменной, перенормируются только коэффициенты.

$$dw/dt = w_{0} + \gamma_{11}w + \gamma_{12}u + \gamma_{13}v;$$

$$du/dt = A_{0} - A_{11}u + A_{12}v + A_{13}w - A_{222}v^{2} - A_{212}uv - A_{233}w - A_{213}wu - A_{223}wv;$$

$$dv/dt = B_{0} + B_{11}u - B_{12}v - B_{13}w - B_{222}v^{2} - B_{212}uv - B_{233}w^{2} - B_{213}wu - B_{223}wv.$$
(17)

Для нахождения стационарных состояний системы (17) и проведения их анализа на устойчивость исключим переменную w и получим уравнение на плоскость в пространстве переменных (u, v, w), являющееся аналогом соотношения (3). В развернутом виде этот аналог имеет вид

$$w = (w_0 + \gamma_{12} u + \gamma_{13} \upsilon)/\gamma_{11} = \delta_0 + \gamma_1 u + \gamma_2 \upsilon;$$
(18)  
$$\delta_0 = \sqrt{14} \frac{\Omega - \chi_x}{4\chi_x + 9\chi_z + \chi_y}; \quad \gamma_1 = 6 \sqrt{\frac{14}{13}} \frac{\chi_x - \chi_z}{4\chi_x + 9\chi_z + \chi_y}; \quad \gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{13}} - \frac{14}{\sqrt{13}} \frac{\chi_y}{4\chi_x + 9\chi_z + \chi_y}; \quad \Omega = 2\theta_x + \theta_y + 3\theta_z.$$

Качественный анализ модели кислородной атмосферы

1293

Перейдем к системе сферических координат в пространстве параметров ( $\chi_x, \chi_y, \chi_z$ ), положив

 $\chi_x = r \sin \varphi \cos \psi, \ \chi_y = r \cos \varphi \cos \psi, \ \chi_z = r \sin \psi.$ 

Введенные выше величины  $\gamma_{1,2}$ , как следует из их явного вида, не зависят от орбитальной координаты  $r = \sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2 + \chi_z^2}$ , т.е. пространство параметров является изотропным, зависимость от нее можно исключить из коэффициента  $\delta_0$ , положив  $|\chi_x - \Omega| < \xi_4$ .

После исключения переменной w остается система, состоящая из двух уравнений

$$0 = A A_0 - A_1 u + A_2 \upsilon - A_4 u \upsilon - A_3 u^2 - A_5 \upsilon^2,$$
  

$$0 = B B_0 - B_1 u - B_2 \upsilon - B_5 \upsilon^2 - B_4 u \upsilon - B_3 u^2.$$
(19)

Коэффициенты уравнений (19) включают в себя соответствующие коэффициенты системы уравнений (6) и поправки, линейные по величинам  $\gamma_i$ ,  $\delta_0$ ,  $\chi_i$ ,  $\theta_i$ .

Введение стоков и источников разрушает эталонное стационарное решение. Механизмы разрушения могут быть разными, и в значительной мере они зависят от того, в какой интервал из возможных четырех, определенных соотношением (1), попадают параметры χ<sub>i</sub> и θ<sub>i</sub>.

Здесь мы ограничимся рассмотрением интервала  $\chi_i$ ,  $\theta_i \ll \xi_4$ , соответствующего случаю малых источников и стоков. Это приближение позволяет избавиться в уравнениях (19) от членов, пропорциональных  $\chi_i$ ,  $\theta_i$ .

Несмотря на малость величины источников и стоков, все-таки стационарное решение системы (19) может существенно отличаться от эталонного решения и это связано с зависимостью коэффициентов уравнений (19) от величин  $\delta_0$ ,  $\gamma_i$ . Как видно из соотношений (18), эти величины зависят от отношения  $\chi_i / \chi_i$  и разности ( $\chi_x - \Omega$ ).



Рис. 4. Область допустимых значений скоростей реакций, характеризующих стоки, при которых стационарное решение отклоняется от эталонного решения не более чем на 10%

При условии  $\delta_0 \ll \xi_4$ , определяющем тесную связь между источниками и скоростью стока молекулярного кислорода, последовательный анализ отклонений от стационарного состояния приводит к выделению в пространстве параметров области, имеющей вид складки, ширина которой в самой широкой части не превышает  $\xi_4$  (рис. 4) и в которой сосредоточиваются устойчивые стационарные состояния, отклоняющиеся от эталонного не более чем на 10%. Определяющим условием, при котором реализуются малые отклонения, является близость между собой скоростей стоков молекулярного кислорода и озона ( $|\chi_x - \chi_z| \ll \xi_4$ ). Несоблюдение этого условия приводит к значительным отклонениям или к разрушению стационарного состояния.

Гордов Е.П., Родимова О.Б., Сенников В.А., Фазлиев А.З.

1294

#### 6. Заключение

Из приведенного выше следует, что стационарное состояние кислородной атмосферы крайне чувствительно к введению малых величин стоков и источников и лишь в узкой области пространства параметров, характеризующих стоки и источники, при скоростях стоков, существенно меньших скорости фотохимического распада молекулы кислорода, возможны небольшие отклонения от равновесных концентраций озона, атомарного и молекулярного кислорода.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (Грант 93-05-9026).

1. А т м о с ф е р а . Л.:Гидрометеоиздат, 1991. 510 с.

2. Мак-Ивен М., Филлипс Л. // Химия атмосферы. М.:Мир, 1978. 376 с.

3. Брасье Г., Соломон С. // Аэрономия средней атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1987. 414 с.

4. Гордов Е.П., Родимова О.Б., Сенников В.А. // Оптика атмосферыи океана. 1993. Т.6. №4. С.452-457.

Гордов Е.П., Родимова О.Б., Смирнов Ю.Е. // Оптика атмосферы. 1989. Т. 1. №7. С. 56–63. 5. Shimazaki T. // J. Atm. Terr. Phys. 1984. V. 46. №2. Р. 173–191.

6. О к а б е Х. // Фотохимия малых молекул. М.:Мир, 1981. 500 с.

7. Chapman S. // Phil. Mag. Ser.7.1930. V. 10. No64. P. 369-383.

8. Kozak J. J., Nicolis G., Kress J.W., Sanglier M. // J. Non-Equilib. Thermodyn. 1979. V. 4. P. 67-74. 9. А р и с Р. // Анализ процессов в химических реакторах. Л.: Химия, 1967. 328 с.

Институт оптики атмосферы СО РАН, Томск

Поступила в редакцию 30 января 1993

E.P. Gordov, O.B. Rodimova, V.A. Sennikov, and A.Z. Fazliev. Qualitative Analysis of Oxygen Atmosphere Model. 1. The Small Values of Sources and Sinks.

The steady state of the oxygen atmosphere is shown to be extremely sensitive to occurence of small sources and sinks. The small deviation from stationary concentrations of ozone, atomic and molecular oxygen are possible only in a narrow region of the space of the source and sink parameters when the sink rates are essentially smaller than the dissipation rate of the molecular oxygen.