

УДК 537.876.23, 537.877, 550.338.2, 551.510.535, 621.3.09

## Суперстатистика мерцаний оптических пучков на термически неравновесных трассах

Т.И. Арсеньян<sup>1</sup>, О.М. Вожник<sup>1</sup>, А.М. Зотов<sup>1</sup>, А.Г. Комаров<sup>2</sup>,  
А.В. Несторов<sup>2</sup>, Н.А. Сухарева<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет  
119991, г. Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

<sup>2</sup>Московский научно-исследовательский институт радиосвязи  
109029, г. Москва, Нижегородская ул., 32

Поступила в редакцию 5.02.2016 г.

Представлены методы анализа вариации интенсивности зондирующего оптического пучка на выходе нестационарной неравновесной трассы. Использован аппарат суперстатистики и неэкстенсивной статистической механики. На основе зависимости первых и вторых моментов экспериментально регистрируемых функций распределения интенсивности мерцаний в субапертуратах профиля выходного пучка предложены модели неравновесных течений, высказаны гипотезы о распределении температур и фазовых состояний аэродинамических потоков на трассе.

**Ключевые слова:** открытый оптический канал, статистика Тсаллиса, турбулентность, суперстатистика, индекс мерцаний; open optical channel, Tsallis statistics, turbulence, superstatistics, index of scintillations.

### Введение

Статистические свойства открытого оптического канала передачи данных принципиальны в задачах прогнозирования искажений диаграммы направленности сигнальных пучков, частотных параметров вариации интенсивности в заданной апертуре, технических решениях для служебных каналов позиционирования приемо-передающих модулей. Использование статистического аппарата квазистационарных состояний как для протяженных трасс, так и для среднемагистральных, развернутых в условиях городской застройки, не обеспечивает должной степени надежности прогноза на требуемом временном интервале из-за существенно различных временных масштабов наблюдаемых на трассе процессов.

Активно развивающаяся в последние годы концепция суперстатистики зарекомендовала себя как мощный инструмент описания сложных систем [1–4]. Основная ее идея заключается в том, что сложная система описывается как суперпозиция нескольких подсистем, эволюционирующих в собственных временных масштабах. Для суперстатистического подхода необходимо наличие такого «разделения» временной шкалы, чтобы система имела возможность

«релаксации» в локальное состояние равновесия и пребывания в нем в течение некоторого промежутка времени. Если имеется необходимое «разделение» временной шкалы, в большинстве случаев суперстатистические модели обеспечивают эффективное описание наблюдаемых явлений.

### 1. Суперстатистическое приближение

Статистические модели нестационарной неравновесной оптически прозрачной среды отбираются на основе динамических закономерностей энергии и массопереноса. Для подобных систем мало пригодны априорные положения о равнораспределении энергии между различными степенями свободы или о равенстве вероятностей заполнения доступных состояний [5, 6]. Впервые концепция небольцмановской статистики была предложена Тсаллисом (Tsallis) в 1988 г. [7] для широкого круга задач неравновесной термодинамики жидкости и газа, описания фазовых переходов первого и второго рода, физики плазмы, задач астрофизики. Ключевым параметром статистических моделей Тсаллиса стал априори неопределенный параметр  $q$ , иногда статистику Тсаллиса трактуют как  $q$ -зависящее обобщение статистики Больцмана.

Определим  $q$ -параметрическую энтропию по Тсаллису следующим образом [8]:

$$S_q = k \frac{1 - \sum_{i=1}^W p_i^q}{1 - q}. \quad (1)$$

\* Татьяна Ишхановна Арсеньян (arsenyan@mail.ru);  
Ольга Михайловна Вожник (vokhnik@rambler.ru); Алексей Михайлович Зотов (azotov@gmail.com); Александр Геннадьевич Комаров (ag\_komarov@mail.ru); Александр Викторович Несторов (nestorov@mniirs.ru); Наталья Александровна Сухарева (suhareva@phys.msu.ru).

Здесь  $W$  – число состояний микроканонического ансамбля;  $p_i$  – вероятность нахождения в состоянии  $i$ ;  $k$  – положительно определенная величина. При  $q \rightarrow 1$  выражение (1) переходит в формулу

$$\text{Больцмана: } S_1 = -k_B \sum_{i=1}^W p_i \log p_i \quad (k_B \text{ – постоянная}$$

Больцмана). Допустимые статистикой Тсаллиса профили энергетических распределений вычислим, введя дополнительные условия на сохранение нормировки  $q$ -параметрических вероятностей и  $q$ -параметрической внутренней энергии системы. Введем сопровождающее или эскортное распределение так:

$$P_i(q) = p_i^q / \sum_{i=1}^W p_i^q = p_i^q / Z_q, \quad (2)$$

где  $Z_q$  – обобщенная  $q$ -параметрическая сумма.

Условия нормировки параметрического распределения и определение параметрической внутренней энергии имеют вид

$$\sum_{i=1}^W P_i(q) = 1, \quad \sum_{i=1}^W P_i(q) E_i = U_q. \quad (3)$$

Здесь  $E_i$  – энергетические уровни системы;  $U_q$  –  $q$ -параметрическая внутренняя энергия системы.

Выполним поиск наиболее вероятного распределения при условиях (3) на основе модифицированного принципа максимальной энтропии Джейнса, определяя максимум функционала

$$L_T(q) = S_q - \alpha \sum_{i=1}^W P_i(q) - \gamma \sum_{i=1}^W P_i(q) E_i, \quad (4)$$

где  $\alpha, \gamma$  – параметры Лагранжа.

В результате получим обобщенное параметрическое распределение

$$\tilde{p}_i = (1/Z_q) [1 - (1-q)\gamma_q(E_i - U_q)]^{\left(\frac{1}{1-q}\right)}. \quad (5)$$

Обобщенная  $q$ -параметрическая статистическая сумма  $Z_q$  в выражениях (2) и (5) рассчитывается на основе нормировки  $q$ -параметрического распределения вероятности:

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_q &= \sum_{i=1}^W [1 - (1-q)\gamma_q(E_i - U_q)]^{\left(\frac{1}{1-q}\right)}, \\ \gamma_q &= \gamma \sqrt{\sum_{i=1}^W p_i^q}. \end{aligned} \quad (6)$$

Функция распределения вероятностей Тсаллиса (5) переходит в распределение Больцмана при  $q \rightarrow 1$ :

$$\tilde{p}_i = \exp(-\gamma E_i) / Z_B, \quad Z_B = \sum_{i=1}^W \exp(-\gamma E_i). \quad (7)$$

Отметим, что для  $q \neq 1$  наблюдается степенной закон зависимости вероятности от энергии состоя-

ния. Диапазон значений параметра специально не оговаривается, соответственно, допустимы любые действительные значения. Собственные значения энергии рассматриваемой системы – положительно определенные величины, следовательно, при  $q < 1$  возникают ограничения на допустимые диапазоны энергии состояний, не допускающие отрицательных величин вероятности заполнения состояний.

Параметрическая энтропия не подчиняется принципу суперпозиции, как это принято в классической статистической механике Больцмана. При объединении двух систем  $A$  и  $B$  в единую систему  $q$ -параметрическая энтропия преобразуется, согласно выражению (1), следующим образом:

$$S_q(A + B) = S_q(A) + S_q(B) + (1-q)S_q(A)S_q(B). \quad (8)$$

В зависимости от значения  $q$  энтропия объединенной системы может стать больше или меньше прямой суммы парциальных энтропий. Если  $q > 1$ , результирующее уменьшение энтропии фактически означает возникновение дополнительной упорядоченности системы с уменьшением числа доступных состояний. Подобный процесс можно рассматривать как фазовый переход второго рода, а параметр  $q$  интерпретировать как параметр порядка [9].

## 2. Обобщенный больцмановский фактор

Наглядная модель развития приложений неэкстенсивной статистики Тсаллиса описана Beck, Cohen [10–13]. Основная идея подобной модели – двойная шкала «времени эволюции» нестационарной и неравновесной физической системы. Сложная нестационарная система рассматривается как совокупность слабовзаимодействующих квазистационарных компонент. Каждая квазистационарная компонента локализована в ячейке фазового пространства, локальное максвелловское равновесие может быть описано больцмановским параметром или обратной температурой  $\beta$ . В результате радиационного или конвективного теплопереноса локальная температура меняется в крупном масштабе времени  $t$ , наблюдаемые в объединенной системе процессы (диффузия, конвекция, распространение излучения) происходят на иной шкале времени  $\tau \ll t$ .

Функцию распределения обратной температуры или больцмановского параметра  $f(\beta)$  введем в целом для системы в предположении статистической изотропности. Профиль распределения будет зависеть от типа процессов энергопереноса между парциальными ячейками фазового пространства. Для конвективных токов, аппроксимируемых совокупностью независимых гауссовых процессов  $X_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  с нулевым средним значением [14]:

$$f(\beta) = \frac{1}{\Gamma(n/2)} (n/2\beta_0)^{\frac{n}{2}-1} \exp(-n\beta/2\beta_0), \quad (9)$$

где  $\beta_0$  – среднее значение обратной больцмановской температуры. Первый момент и дисперсия  $\sigma$  функции

распределения (9) связаны с числом внутренних гауссовых процессов и общим энергозапасом физической системы следующим образом:

$$\bar{\beta} = \beta_0, \quad \sigma^2 = \overline{(\beta^2)} - \bar{\beta}^2 = (2/n)\beta_0^2. \quad (10)$$

Введем понятие обобщенного больцмановского фактора, характеризующего неравновесную среду развития быстрого процесса, для заданной функции распределения локальных температур следующим образом:

$$B(E) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\beta) \exp(-\beta E) d\beta. \quad (11)$$

Для рассматриваемого процесса  $n$  случайных гауссовых блужданий обобщенный больцмановский фактор имеет вид [15]:

$$B(E) \sim \frac{1}{[1 + (2\beta_0/n)E]^{n/2}}. \quad (12)$$

Если сравнить (5) и (12) в предположении подобия энергетических характеристик  $E$  и  $E_i$ , можно установить связь  $q$ -параметра Тсаллиса с параметрами рассматриваемой модели:

$$q = 1 + n/2, \quad \sigma^2 = (q - 1)\beta_0^2. \quad (13)$$

Выражение (12) получено для редкого частного случая аналитического интегрирования при выборе гауссовой модели множественных конвективных токов в рассматриваемой среде. Изменение типа течений с возмущенных конвективных на турбулентные потребует перехода к логнормальному профилю распределения локальной температуры, включение дополнительных факторов теплопереноса может практически исключить ее аналитическое представление. В ряде случаев полезно использовать степенную аппроксимацию корректирующего множителя в определении обобщенного больцмановского фактора, например такую:

$$B(E) = \exp(-\beta_0 E) \times \\ \times [1 + (1/2)(q - 1)\beta_0^2 E^2 - (1/3)(q - 1)^2 \beta_0^3 E^3 + \dots]. \quad (14)$$

Здесь  $E$  — запас энергии системы. Выражение (14) получено с учетом значения моментов функции распределения (13) и вспомогательного полиномиального представления

$$(1 + \beta E)^{-c} = \exp\{-[c \cdot \log(1 + \beta E)]\},$$

$c$  — положительно определенная величина. Первое слагаемое (14) соответствует равновесному состоянию системы в целом. Для удобства использования полиномиального разложения (14) преобразуем его к виду [15]:

$$B(E) = \exp(-\beta_0 E) [1 + (1/2)(q - 1)\beta_0^2 E^2 - g(q)\beta_0^3 E^3], \\ (15)$$

где  $g(q)$  — корректирующий полином. Здесь второе слагаемое может быть определено через второй центральный момент функции распределения  $\sigma$  как  $(\sigma^2 E^2 / 2)$  для всех типов функций распределения обратной температуры. Соответственно, сохраняется связь первого и второго моментов функции распределения и  $q$ -параметра Тсаллиса:

$$q = \langle \beta^2 \rangle / \langle \beta \rangle^2. \quad (16)$$

Проанализируем две простейшие суперстатистические системы — систему с бинарной температурой и систему с полосовым спектром температур. Двухтемпературные системы могут образовываться, например, при смешении потоков нагретого и холодного газа в зоне активных химических реакций. Пусть на трассе доступны фрагменты среды с двумя равновероятными разрешенными локальными равновесными состояниями, характеризующимися больцмановскими факторами  $\beta_1 = a$  и  $\beta_2 = a + b$  или соответствующими им локальными температурами  $T_a = 1/k_B a$ ,  $T_{a+b} = 1/k_B(a+b)$  (максимальной и минимальной температурами двухтемпературной системы). Плотность распределения вероятности может быть записана так:

$$f(\beta) = \delta(a)/2 + \delta(a+b)/2, \quad (17)$$

соответственно, среднее значение обратной больцмановской температуры и дисперсия функции распределения

$$\beta_0 = a + b/2, \quad \sigma^2 = \langle \beta^2 \rangle - \beta_0^2 = b^2/4, \quad (18)$$

где  $a$  и  $b$  определяются из локальных температур  $T_a$ ,  $T_{a+b}$ . Профиль обобщенного больцмановского распределения получим в результате усреднения квазиравновесных энергетических распределений с весовой функцией (17):

$$B(E) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\beta) \exp(-\beta E) d\beta = \\ = \frac{1}{2} \exp(-\beta E) [\exp(\sigma E) + \exp(-\sigma E)]. \quad (19)$$

В типичных условиях для рассматриваемой системы справедливо отношение  $\sigma \leq \beta_0$  и монотонное убывание заселенности состояний с ростом энергии. Нарушение неравенства  $\sigma \leq \beta_0$  возможно лишь при условии  $a \leq 0$ , что соответствует бесконечной или отрицательной локальной температуре подсистем, возникающей, например, при селективной лазерной накачке. Обобщение рассуждений на случай вырожденных температурных состояний или многоуровневых систем выполняется по аналогии с изложенным выше.

Система, находящаяся в динамическом равновесии с двумя терmostатами, обладающими различной собственной температурой, при интенсивном внутреннем энергообмене может быть описана как совокупность локальных термически равновесных

систем. Функция распределения для локальной температуры в простейшем случае может быть аппроксимирована однородным распределением в полосе  $\beta \in [a, a+b]$ :

$$f(\beta) = 1/b, \quad (20)$$

со средним и дисперсией

$$\beta_0 = a + b/2, \quad \sigma^2 = \langle \beta^2 \rangle - \beta_0^2 = b^2/12. \quad (21)$$

Соответствующий профиль обобщенного больцмановского распределения вычислим стандартным методом:

$$B(E) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\beta) \exp(-\beta E) d\beta = \\ = (1/bE) [\exp(-(\beta_0 - b/2)E) - \exp(-(\beta_0 + b/2)E)]. \quad (22)$$

Множители, стоящие в экспонентах правой части равенства (22), соответствуют минимальному и максимальному значениям локальных больцмановских факторов подсистем.

### 3. Экспериментальные серии

Серия экспериментов проводилась на модельной горизонтальной трассе, оснащенной снизу нагревательным элементом и линейкой горизонтальных сопел, позволяющих имитировать ветровую нагрузку [16]. Длина трассы определялась числом проходов между наклонными плоскими зеркалами и составляла от 1,5 до 12 м. Создаваемые на модельной трассе условия обеспечивают режим сильных флюктуаций. Для исключения неконтролируемых температурных и аэродинамических воздействий рабочая зона заключена в цилиндрическую трубу диаметром 0,2 м с щелевыми окнами на торцах. Зондирующем пучком служило излучение второй гармоники одномодового ( $\text{TEM}_{00}$ ) и одночастотного (длина когерентности 50 м) непрерывного твердотельного лазера на ионах  $\text{Nd}^{3+}$  с длиной волны 532 нм. Радиус пучка на входе трассы после расширительного телескопа составлял 0,5 см.

Динамика распределения интенсивности в попечном сечении на выходе трассы регистрировалась высокоскоростной камерой PULNiX-1300, позволяющей при разрешении рабочего поля  $320 \times 240$  точек и 8-битном кодировании интенсивности выполнять видеорегистрацию с частотой кадров 400 Гц и выше без дополнительного сжатия и фильтрации. Длительность отдельной выборки составляла не менее 20 с, шаг дискретизации – 2,5 мс, что соответствует 8000 кадров для одной выборки. Термическая неравновесность среды в зоне распространения пучка создавалась расположенным в нижней части ограничивающего кожуха протяженным нагревательным элементом, температура которого могла регулироваться от комнатной до значений 350 °C. После установления динамического равновесия усредненный по трассе градиент температур достигал 3500 °C/m. Выбранный диапазон управления гра-

диентом температуры позволял исследовать различные типы турбулентных возмущений профиля лазерного пучка – слабые возмущения, режим сильной турбулентности и режим когерентной турбулентности, сопровождающийся возникновением конвективных течений Рэлея–Бенара [17].

Последовательность кадров выборки анализируется как многомерный временной ряд, каждый из отсчетов которого относится к изображению в целом или к набору точек изображения. Описание изображения в целом может быть выполнено на основе динамических характеристик моментов пространственного распределения интенсивности, что ранее описано в работе [18].

Для изучения статистических свойств парциальных областей в плоскости изображения использована матрица субапертур с зоной покрытия, сравнимой с масштабами анализируемого изображения, и размерами отдельного элемента, близкими к характерному масштабу наблюдаемых неоднородностей в распределении интенсивности возмущенного пучка. Пример подобной  $3 \times 3$  матрицы для исходного гауссова пучка представлен на рис. 1. Основные признаки наблюдаемых вариаций распределений интенсивности – быстрая и глубокая модуляция средней интенсивности в каждой из субапертур, а также многообразие реализуемых профилей распределения интенсивности для отдельных кадров.

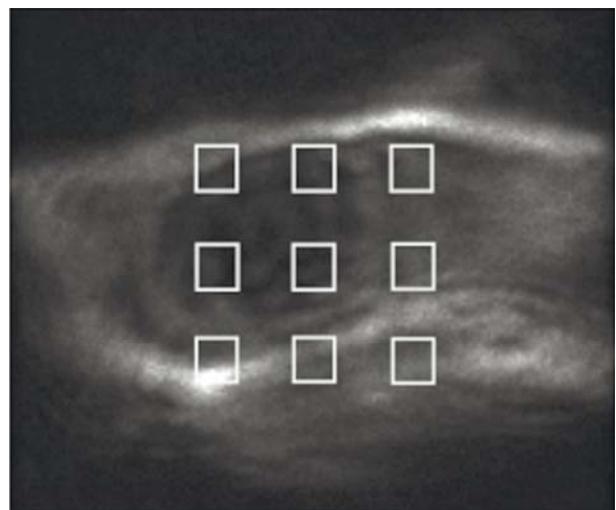
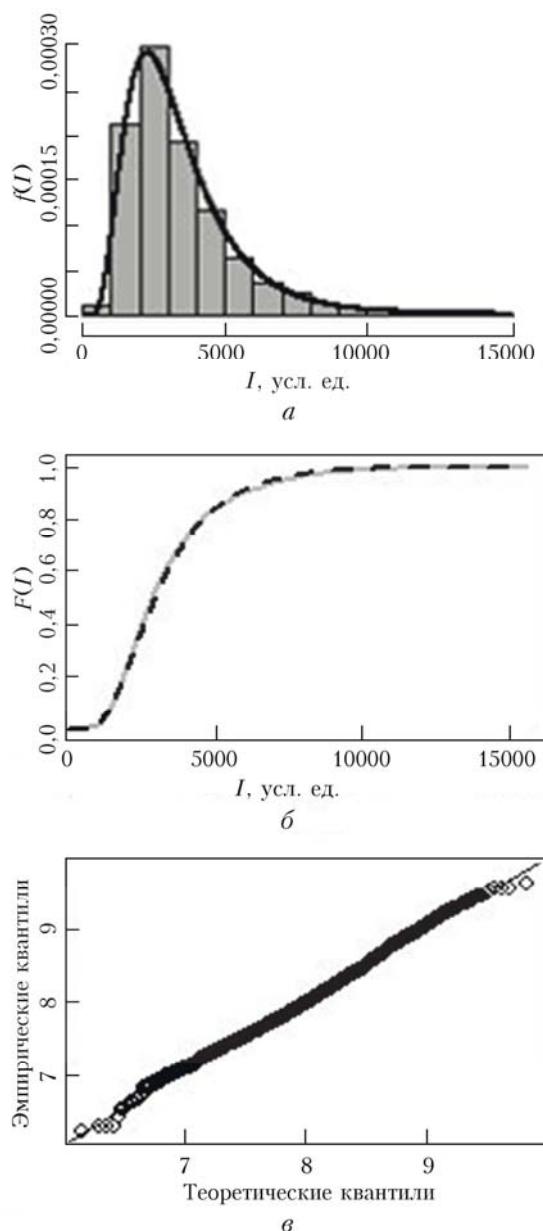


Рис. 1. Расположение девяти субапертур в плоскости регистрации пучка

Как следует из концепции суперстатистики [10], свойства исследуемого канала описываются на макроуровне логнормальным распределением [13]. Логнормальное распределение представляет мультипликативную статистику. Это не противоречит предположению о том, что статистические свойства сигнального оптического пучка на выходе оптической трассы отображают статистические свойства среды распространения. На рис. 2 показана типичная аппроксимация логнормальным распределением экспериментальных временных выборок флюктуаций

интенсивности в центральной квадратной субапертуре для гауссова пучка. Обработка проводилась в среде RStudio [19], представляющей интерфейс для языка R [16] и пакета EnvStats [20, 21]. Наблюдается хорошее соответствие теоретической модели и экспериментальных реализаций во всем диапазоне параметров ветровых и термических неоднородностей.



Предполагаемое распределение	Lognormal
Оценочные параметры	meanlog = 8,00 sdlog = 0,52
Число элементов ряда	3000
Статистика теста	W = 1

Рис. 2. Профиль функции распределения вероятности уровня засветки субапертуры (а, б) и  $QQ$ -распределение (в) для типичного экспериментального временного ряда

#### 4. Суперстатистика мерцаний

Зависимость характеристик логнормальных распределений, аппроксимирующих экспериментальные серии (положение максимума, модальность, первый и второй моменты), от величины внешних воздействий (термического и аэродинамического) позволяет установить характер термодинамической неравновесности, параметр порядка на оптической трассе.

Наглядные зависимости положения максимума функции распределения интенсивности пучка в апертуре от температуры и скорости боковых аэrodинамических потоков представлены на рис. 3. Первоначально с увеличением температуры в режиме «слабых» флюктуаций увеличение энерговложения в систему ведет к росту интенсивности турбулентных возмущений (левый участок рис. 3, а). В соответствии с законом «двух третей» происходит каскадное дробление вихрей. Постепенно с ростом интенсивности флюктуаций система оказывается хорошо перемешанной, а размеры неоднородностей – близкими к границе интервала диссипации, энергия вихрей переходит в тепло. Дробление вихрей прекращается, но начинают образовываться так называемые когерентные структуры, сопровождающие развитие течений Рэлея–Бенара. Переход от одного режима к другому при любой ветровой нагрузке характеризует присутствие некоторой «критической» точки. В рассматриваемой системе для всех режимов ветровой нагрузки критическая температура составила 75 °С. Развитие когерентных структур соответствует повышению параметра порядка и может быть интерпретировано как фазовый переход второго рода. В процессе упорядочения наблюдается смещение максимума плотности вероятности в сторону малых значений мерцаний интенсивности при увеличении энерговложений в систему.

Боковая ветровая нагрузка влияет на профиль функции распределения вероятности иначе. Слабые ветровые возмущения среды (скорость не превышает 2 м/с) приводят к «упорядочению» вариаций интенсивности, что проявляется в смещении максимума в сторону меньших значений. Последующее возрастание скорости бокового ветра сдвигает положение максимума функции распределения в сторону больших значений при малых температурах ( $T < 40$  °С), не влияет на его положение в среднем диапазоне температур ( $40$  °С  $\leq T \leq 120$  °С) и сдвигает в сторону меньших значений при высоких температурах ( $T > 120$  °С). Приводимые значения температур и ветровых нагрузок справедливы для конкретной геометрии эксперимента.

Дисперсия мерцаний в субапертурах практически линейно возрастает с ростом градиента температуры во всем диапазоне ветровых нагрузок (левый фрагмент рис. 4, а), что согласуется и с двухтемпературной, и с полосовой моделью систем (правые части (18) и (21)). При фиксированной температуре влияние ветровой нагрузки на дисперсию мерцаний

обнаруживает статистически значимые различия в определенных выше трех диапазонах температур. При малых и больших значениях температуры подложки ( $T < 30^{\circ}\text{C}$  и  $T > 120^{\circ}\text{C}$ ) наблюдается монотонное возрастание дисперсии с увеличением скорости поперечного ветра. В диапазоне температур подложки  $70^{\circ}\text{C} \leq T \leq 120^{\circ}\text{C}$  можно прогнозировать существование двухфазной квазиравновесной системы, что проявляется в немонотонном изменении дисперсии при увеличении скорости бокового ветра.

Экспериментальная оценка первого и второго моментов суперстатистических распределений не-

равновесной системы независимо от типа быстро-протекающих процессов позволяет определить в первом приближении значение  $q$ -параметра Тсаллиса, состояние фаз аэродинамических течений [9], характерные времена квазистационарности наблюдавших распределений [22]. Основное препятствие в непосредственном применении такого подхода состоит в продолжающихся дискуссиях о методах нормировки квазистатистических распределений, влияющих на абсолютное значение вычисляемого, например, согласно (16),  $q$ -параметра Тсаллиса или параметра порядка.

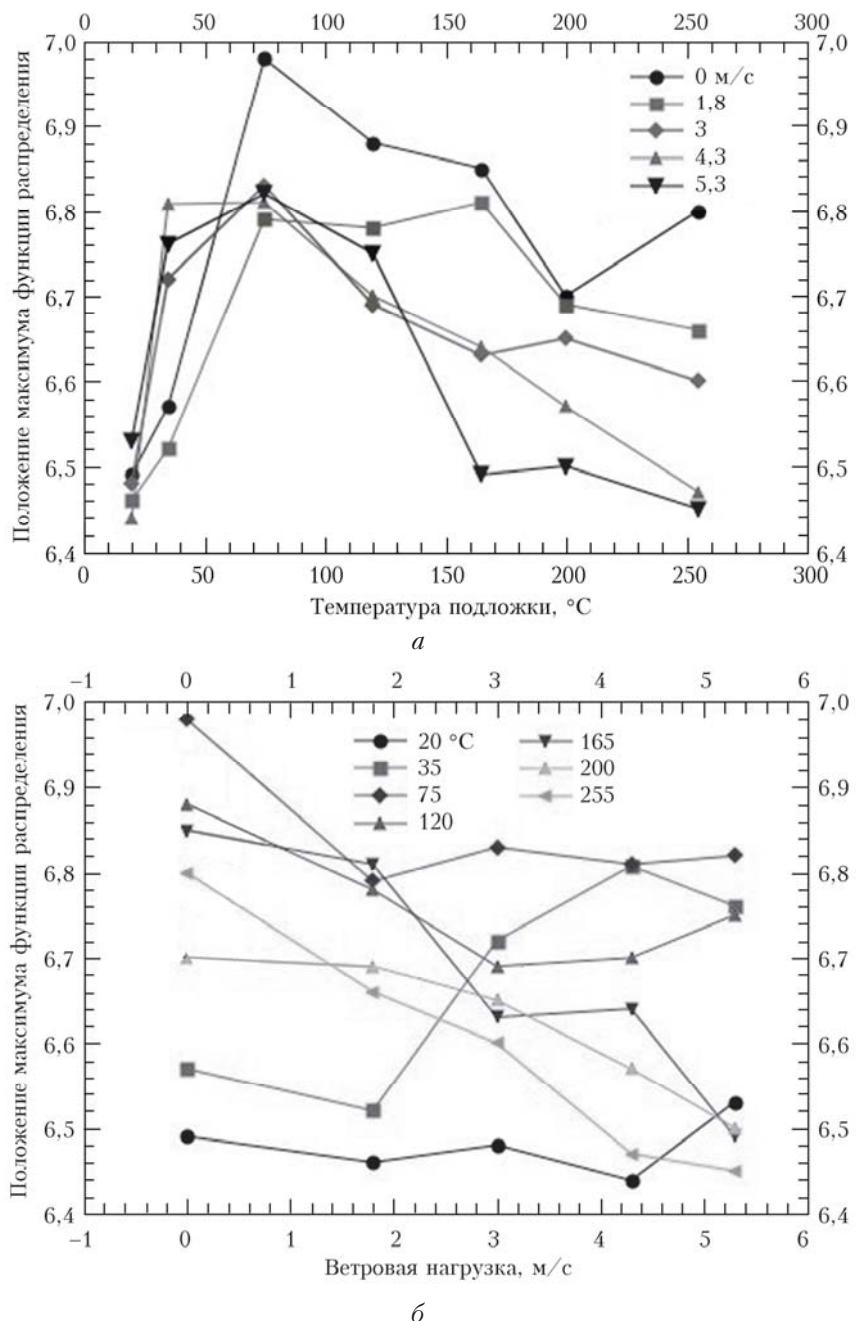


Рис. 3. Зависимости положения максимума функции распределения вероятностей от температуры подстилающей поверхности (а) и поперечной ветровой нагрузки (б)

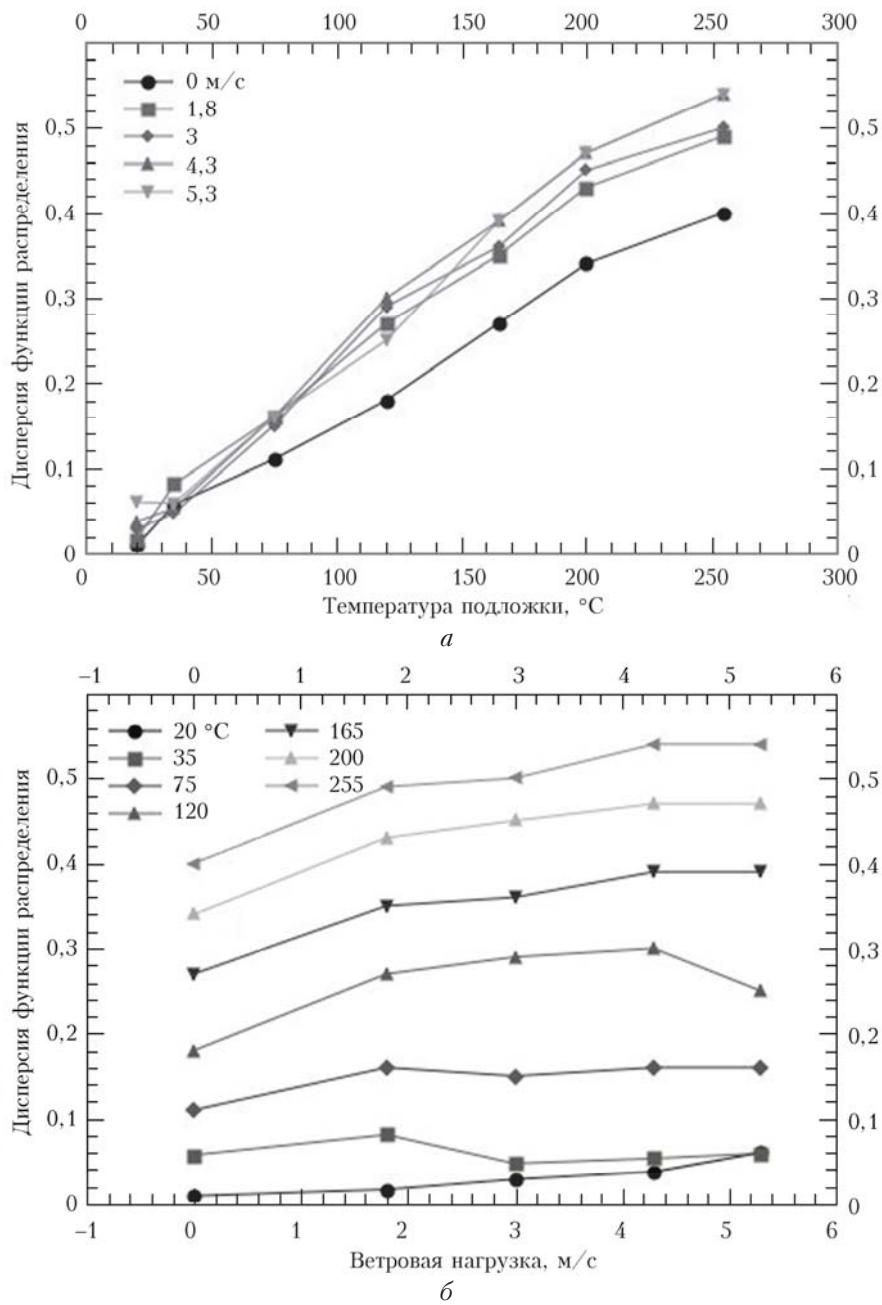


Рис. 4. Зависимости дисперсии функции распределения вероятностей от температуры подстилающей поверхности (а) и поперечной ветровой нагрузки (б)

В грубом приближении для исследованной модельной неравновесной системы можно предложить монотонное возрастание  $q$ -фактора в диапазоне температур и внесение дополнительной упорядоченности поперечной ветровой нагрузкой. При эмпирических оценках в качестве грубої нормировки можно использовать «показания» термически равновесной системы, для которой  $q = 1$ .

### Заключение

Характеристики статистически неравновесных распределений интенсивности сигнального пучка в плоскости регистрации соответствуют аналогич-

ным характеристикам турбулентного состояния трассы. Соответственно, обсуждаемый метод и его интерпретация могут быть использованы для прямого контроля режима стохастических процессов и процессов самоорганизации потоков в неоднородных полях скоростей температур.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-02-00461).

1. Beck C., Cohen E.G.D. Superstatistics // Phys. A (Amsterdam, Neth.). 2003. V. 322, N 1–4. P. 267–275.
2. Beck C., Cohen E.G.D., Swinney H.L. From time series to superstatistics // Phys. Rev. E. 2005. V. 72, N 5. 056133 (7 p.).

3. *Yalcin G.C., Beck C.* Environmental superstatistics // Phys. A (Amsterdam, Neth.). 2013. V. 392, N 21. P. 5431–5452.
4. *Nelson A.A., Rafael B.F.* Superstatistics and the quest of generalized ensembles equivalence in a system with long-range interactions // Phys. A (Amsterdam, Neth.). 2016. V. 446. P. 195–203.
5. *Abe S., Beck C., Cohen E.G.D.* Superstatistics, thermodynamics, and fluctuations // Phys. Rev. E. 2007. V. 76, N 3. 031102 (16 p.).
6. *Баширов А.Г.* Энтропия Рены как статистическая энтропия для сложных систем // Теоретическая и математическая физика. 2006. Т. 149, № 2. С. 299–317.
7. *Tsallis C.* Possible generalization of Boltzmann–Gibbs statistics // J. Statistical Phys. 1988. V. 52, N 1–2. P. 479–487.
8. *Tsallis C., Lambert P.W., Prato D.* A non extensive critical phenomenon scenario for quantum entanglement // Phys. A (Amsterdam, Neth.). 2001. V. 295, N 1–2. P. 158–171.
9. *Баширов А.Г.* Самоорганизация и второе начало термодинамики. Челябинск: Институт динамики геосфер РАН, 2007. 149 с.
10. *Beck C., Cohen E.G.D., Rizzo S.* Atmospheric turbulence and superstatistics // Europhys. news. 2005. V. 36, N 6. P. 189–191.
11. *Beck C.* Superstatistics in hydrodynamic turbulence // Phys. D (Amsterdam, Neth.). 2004. V. 193, N 1. P. 195–207.
12. *Beck C.* Dynamical foundations of nonextensive statistical mechanics // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87, N 18. 180601 (7 p.).
13. *Beck C., Lewis G.S., Swinney H.L.* Measuring nonextensivity parameters in a turbulent Couette–Taylor flow // Phys. Rev. E. 2001. V. 63, N 3. 035303 (15 p.).
14. *Aringazin A.K., Mazhitov M.I.* Gaussian factor in the distribution arising from the nonextensive statistics approach to fully developed turbulence. 2003. URL: <http://arxiv.org/pdf/cond-mat/0301040>
15. *Rabassa P., Beck C.* Extreme Value Laws for Superstatistics. 2014. URL: <http://arxiv.org/abs/1409.2415v2>
16. *Арсеньян Т.И., Сухарева Н.А., Сухоруков А.П., Чугунов А.А.* Индекс мерцаний гауссовских пучков в среде с сильной турбулентностью // Вестн. Московского ун-та. Сер. 3. Физика, астрономия. 2015. № 4. С. 35–43.
17. *Getling A.V.* Rayleigh–Benard Convection: Structure and Dynamics (Advanced Series in Nonlinear Dynamics). Singapore: World Scientific Publishing Co Pte Ltd, 1996. 245 р.
18. *Арсеньян Т.И., Сухарева Н.А., Сухоруков А.П.* Турбулентные возмущения лазерного пучка в фазовом пространстве // Вестн. Московского ун-та. Сер. 3. Физика, астрономия. 2014. № 1. С. 51–55.
19. *Integrated development environment (IDE) for R.* URL: <https://www.rstudio.com/>
20. *Graphical and statistical analyses of environmental data.* URL: <https://cran.r-project.org/web/packages/EnvStats/index.html>
21. *Millard S.P.* EnvStats: An R Package for Environmental Statistics. New York: Springer-Verlag, 2013. 280 р.
22. *Балеску Р.* Равновесная и неравновесная статистическая механика. Т. 1. М.: Мир, 1978. 404 с.

**T.I. Arsenyan, O.M. Vokhnik, A.M. Zotov, A.G. Komarov, A.V. Nesterov, N.A. Suhareva. Superstatistics of the optical beam scintillations over thermally nonequilibrium paths.**

The methods of analysis of sounding optical beam intensity variations at the nonstationary nonequilibrium path output are presented. The superstatistics and nonextensive statistical mechanics apparatus was used. The connections of the first and the second moments for the experimentally obtained distribution functions of the intensity scintillations inside the subapertures of the propagated beam profile were applied to get the models for nonequilibrium flows as well as the hypotheses about the temperature distributions and aerodynamic flow phase states over the paths.