# Е.О. Джетыбаев, Т.З. Мулдашев, И.В. Мишин

# РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКИХ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ АТМОСФЕРЫ

Сравниваются данные численных расчётов оптических передаточных функций атмосферы, полученные методами сферических гармоник, Монте-Карло, функции источников и итераций. Расчёты выполнены с использованием моделей реальной атмосферы.

## Введение

Оптические передаточные функции атмосферы, определяемые расчетным путем из решений краевых задач теории переноса излучения, используются при имитационном моделировании полей яркости уходящего коротковолнового излучения и атмосферной коррекции данных дистанционного зондирования подстилающих поверхностей. Методам их вычисления посвящено много работ ([1-9]), но отсутствие единого фонда соответствующих тестированных вычислительных алгоритмов создает для пользователей трудности, связанные с поиском и усвоением надежных алгоритмов и программ. В связи с этим сохраняет актуальность проверка точности и быстродействия различных вычислительных алгоритмов на основе согласованных сравнительных тестов.

Сравнения некоторых алгоритмов расчета характеристик переноса излучения в плоских слоях, моделирующих атмосферу, облака и туманы, выполнены в [2–4]. В [8] представлены результаты сравнения значений оптических передаточных функций безоблачной трехмерной атмосферы, полученных методами сферических гармоник, Монте-Карло и функции источников. В [9] аналогичные расчеты выполнены методом итераций. В [8, 9] были использованы оптические модели атмосферы [10, 11]. Настоящая статья содержит более общие сравнения значений оптических передаточных функций на основе извлечений численных материалов из [8, 9]. Основная цель статьи состоит в том, чтобы привлечь внимание разработчиков к тестированию численных методов теории переноса излучения для оптических моделей реальной атмосферы. Сравнение различных вычислительных программ необходимо для их классификации по точности и быстродействию.

#### Оптические модели.

Были взяты две оптические модели атмосферы: модель 1 [9] на длинах волн 0,55 и 0,75 мкм и модель II [10] на длинах волн 0,3471; 0,6943; 1,06 мкм. Особенность модели I состоит в следующем: слой атмосферы (высотой h = 50 км) разбит на 50 подслоев, значения  $\alpha(z)$ ,  $\sigma(z)$  заданы на границах подслоев; индикатриса рассеяния  $f(\cos\gamma)$  постоянна по высоте, значения  $f(\cos\gamma)$  даны с шагом 5°, а в области сильного изменения через 1°; в точках  $\gamma = 1,2,3,4^{\circ}$  значения  $f(\cos\gamma)$  получены интерполяцией [7] табличных данных [9]. Особенность модели II: слой атмосферы (h = 30 км) разбит на 35 подслоев; значения  $\alpha(z)$ ,  $\sigma(z)$  заданы на границах подслоев; по отношению к закону рассеяния атмосфера является трехслойной, значения  $f^{(i)}(\cos\gamma)$ , i = 1, 2, 3, даны на более частой сетке, чем в модели I; в передней части индикатрисы разбивка идет через 2°, поскольку индикатрисы  $f^{(i)}(\cos\gamma)$  менее вытя-

нуты, чем в модели 1; молекулярное рассеяние  $f_R(\cos\gamma) = \frac{3}{16\pi}(1 + \cos^2\gamma)$  учитывалось только в случае

 $\lambda = 0,3471$  мкм, при этом суммарные индикатрисы вычислялись по формуле  $f^{(i)}\cos\gamma = c_a^{(i)}f_a^{(i)}(\cos\gamma) + c_R^{(i)}f_R(\cos\gamma), \ u = 1, 2, 3, \ где \ c_a^{(i)} = \tau_a^{(i)} / \tau_0^{(i)}; \ c_R^{(i)} = \tau_R^{(i)} / \tau_0^{(i)}; \ \tau_0^{(i)} = \tau_a^{(i)} + \tau_R^{(i)}; \ \tau_a^{(i)} + \tau_R^{(i)}; \ \tau_a^{(i)} = \tau_a^{(i)} - \tau_a^{(i)} + \tau_R^{(i)}; \ \tau_a^{(i)} = \tau_R^{(i)} + \tau_R^{(i)}; \ \tau_a^{(i)} = \tau_R^{(i)} + \tau_R^{(i)}; \ \tau_a^{(i)} = \tau_R^{(i)} + \tau_R^{(i)}; \ \tau_a^{($ 

Модель переноса излучения определялась краевой задачей в трехмерной несферической атмосфере, ограниченной поверхностью с неоднородным альбедо:

$$\begin{cases} (s, \nabla I) + \alpha(z) I = \frac{\sigma(z)}{4\pi} \int_{\Omega} I(z, r, s') f(z, \cos \gamma) ds'; \\ I|_{z=0, s \in \Omega_{+}} = \pi S_{\lambda} \delta(s - s_{0}); \\ I|_{z=h, s \in \Omega_{-}} = \frac{q(r)}{\pi} \int_{\Omega_{+}} I(h, r, s') \mu' ds', \end{cases}$$
(1)

где  $I = I(z, \mathbf{r}, s) = I_{\lambda}(z, x, y, \theta, \varphi)$  — спектральная яркость излучения;  $\mathbf{r} = \{x, y\}$  — вектор горизонтальных координат;  $\mathbf{s} = \{\mu, \mathbf{s}_{\perp}\}$  — единичный вектор;  $\mu = \cos\theta$ ;  $\mathbf{s}_{\perp} = \sqrt{1-\mu^2} \{\cos\varphi, \sin\varphi\}; \theta, \varphi$  — зенитный и азимутальный углы распространения излучения;  $\mathbf{s}_0 = \{\zeta, \sqrt{1-\zeta^2}, 0\}$  — направление падения солнечных лучей;  $\zeta = \cos\theta_0; \theta_0$  — зенитный угол Солнца;  $\Omega_-, \Omega_+$  — верхняя и нижняя полусферы;  $\pi S_{\lambda}$  солнечная постоянная, вт/(мкм · см<sup>2</sup> · ст);  $q(\mathbf{r})$  — альбедо поверхности;  $\alpha(z)$  — коэффициент ослабления;  $\sigma(z)$  — объемный коэффициент рассеяния; z — вертикальная координата; h — толщина атмосферы;  $f(z, \cos\gamma)$  индикатриса рассеяния;  $\cos\gamma = \mathbf{s} \cdot \mathbf{s}'; \mathbf{s}, \mathbf{s}'$  — направление рассеянного и падающего лучей.

Решение краевой задачи (1) с точностью до нелинейной составляющей относительно вариации  $\tilde{q}(\mathbf{r})$  для направлений  $\mathbf{s} \in \Omega$  имеет вид [6]

$$I = D + \frac{\bar{q}E\Psi_0}{1 - \bar{q}c_0} + \frac{E}{1 - \bar{q}c_0} \cdot \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Psi(z, p, s)\bar{q}(p) e^{-l(p, r)}}{1 - \bar{q}C(p)} dp,$$
(2)

где  $D = D(z, \mu, \zeta, \varphi)$  — яркость атмосферной дымки;  $\pi E = \pi \left[ \frac{1}{\pi} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{1} D(h, \mu, \zeta, \varphi) \mu d\mu d\varphi + \zeta S_{\lambda} e^{-\tau_0 / \zeta} \right]$  — ос-

вещенность земной поверхности при  $\overline{q} = 0$ , усредненная по горизонтальным координатам;  $\Psi(z, \boldsymbol{p}, \boldsymbol{s}) = e^{i(\boldsymbol{p}, \tilde{r})}[e^{-\tau_0/\eta} + Ae^{i\Phi}]$  — оптическая пространственно-частотная характеристика атмосферы;  $\Psi_0 = e^{-\tau_0/\eta} + A_0;$   $c_0 = 2 \int_0^1 \Psi_0(h, \mu) \mu d\mu$  — сферическое альбедо;  $\eta = |\mu| = \cos\Theta';$   $\Theta' = \pi - \Theta;$  $A = A(z, \boldsymbol{p}, \boldsymbol{s}), \Phi = \Phi(z, \boldsymbol{p}, \boldsymbol{s})$  — амплитудная и фазовая характеристики атмосферы как фильтра про-

 $A = A(z, p, s), \Phi = \Phi(z, p, s)$  — амплитудная и фазовая характеристики атмосферы как фильтра пространственных частот изображения;  $p = \{p_x, p_y\}$  — вектор пространственных частот;  $A_0 = A_0(z, \mu) = A(z, p, s)|_{p=0}$  — норма амплитудной характеристики атмосферы;  $\overline{q}, \tilde{q}(p)$  — среднее и Фу-

рье- спектр вариации альбедо подстилающей поверхности  $C \equiv c(p) = \frac{1}{\pi} \int_{\Omega_+} \Psi(h, p, s) \mu ds, \quad \tilde{r} = s_\perp h / \eta$  — век-

тор смещения.

Оптические передаточные функции  $D, E, A_0, c_0, A, \Phi, C$ , определяющие действие передаточного оператора атмосферы, естественно использовать как объекты для тестовых расчетов. Заметим, что при известных  $A, \Phi$  функция размытия точки  $v(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} A e^{i_0 - i(\mathbf{r}, \mathbf{p})} d\mathbf{p}$  вычисляется в общем случае

методом быстрого преобразования Фурье.

#### Численные методы и результаты расчетов

Из литературных источников известно, что D, E,  $A_0$ ,  $c_0$ , A,  $\Phi$ , C вычислялись методом итераций [5, 9] и методом сферических гармоник [9, 12, 13]. Методом Монте-Карло [1] кроме независящих от p величин D, E,  $A_0$ ,  $c_0$  вычислялась только функция A [14, 15]. Функция D, E,  $A_0$ ,  $c_0$ , A вычислялись также приближенным методом [6, 16].

Погрешность методов Монте-Карло (ММК) и итераций (МИ) определяется количеством моделируемых траекторий фотонов и выбором разностной схемы соответственно. Погрешность методов сферических гармоник (МСГ) и функции источника (МФИ) зависит от порядка  $P_{2N+1}$  - приближения. Обычно число N определяется на этапе разложения индикатрисы рассеяния по полиномам Лежандра. Реальная погрешность расчетов может быть выше методической погрешности, так как зависит от тех или иных стандартных вычислительных процедур. В настоящей работе применялись ММК [1, 17], МСГ [12, 13] и МФИ на базе  $P_1$  - приближения (МФИ<sub>1</sub>) [6, 16]. Последний метод наиболее грубый и вызывает интерес лишь в связи с простотой реализации в системах оперативной обработки информации.

В нижеследующих сравнениях за эталонные будем принимать расчеты ММК и МИ [9]. В алгоритме ММК при моделировании траектории фотона используется оценка по направлению. Первые два столкновения производятся без вылета из среды и поглощения; соответствующее смещение учитывается весовыми коэффициентами. Прямое моделирование траектории вводится с третьего столкновения. Дисперсия ошибки ММК при расчете D, E,  $A_0$ ,  $c_0$  составила в среднем 1%. Относительная погрешность МИ в расчетах [9] также составляет в среднем приблизительно 1%. Точность остальных алгоритмов оценивалась практически путем сравнения численных результатов. В табл. 1 показано, какие оптические характеристики позволяет получить каждая из соответствующих программ.

Возможности вычислительных программ

Метод	Оптические передаточные функции					
		E	$A_0$	<i>C</i> <sub>6</sub>	A	[Φ
МСГ	+	+	+	+	+	+
ΜΦИι	+	+	+	+	+	
MMK	+	+	+	+	_	_

Функции *A*,  $\Phi$  с помощью ММК не вычислялись. Вычисления М $\Phi$ И<sub>1</sub> функции  $\Phi$  характеризуются невысокой точностью и не дают физически объяснимые зависимости  $\Phi = \Phi(\boldsymbol{p})$ .

Во всех алгоритмах интенсивность однократного рассеяния вычисляется аналитически. В программах МСГ и ММК применялась кусочно-постоянная аппроксимация коэффициентов  $\alpha(z)$ ,  $\sigma(z)$ . При реализации МФИ<sub>1</sub> истинное поглощение не учитывалось; при вычислении *A* высотная зависимость  $\sigma(z)$  аппроксимировалась экспонентой, а индикатриса трехслойной атмосферы — функцией  $f(\cos\gamma) = \sum_{i=1}^{3} \tau_0^{(i)} f^{(i)}(\cos\gamma) / \tau_0$ . Время расчета одного варианта, включающего вычисление *E* и  $c_0$ , а

также угловых зависимостей D,  $A_0$  при двух значениях  $\varphi$  и фиксированном  $\Theta_0$ , по программам ММК, МСГ и МФИ, на ЕС-1045 составило 10 мин, 2 мин и 30 с соответственно.



Рис. 1. Угловые зависимости D и  $A_0$  по модели I (*a*) и модели II (*б*) для  $\theta_0 = 45^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$ : точки – МСГ; кружки – МФИ<sub>1</sub>, треугольники – МИ

Расчеты передаточных функций для указанных выше оптических моделей атмосферы проводились с точностью до  $S_{\lambda}$ . Значения входных параметров принимались следующими: z = 0,  $\varphi = 0$  и 180°,  $\Theta_0 = 0$  и 45°. На рис. 1 представлены угловые зависимости D,  $A_0$  для случаев  $\lambda = 0,75$  мкм (модель I) и  $\lambda = 0,3471$  мкм (модель II). В табл. 2 даны соответствующие значения E,  $c_0$ . На рис. 2, 3 представлены нормированная амплитудная  $A/A_0$  и фазовая  $\Phi$  характеристики для  $\lambda = 0,3471$  мкм. Для сравнения на рис. 1-3 и в табл. 2 приведены также данные расчетов МИ [9].

Таблица 2

## Значения оптических передаточных функций, полученные различными методами

Метод -	λ=0,75 мкм		λ=0,3471 мкм		
	E	$c_0$	E	C <sub>0</sub>	
ми	0,6530	0,1036	0,4406	0,3598	
МСГ	0,6491	0,1049	0,4348	0,3563	
МФИ1	0,6670	0,0865	0,4518	0,3839	



Рис. 2. Нормированная амплитудно-частотная характеристика  $A/A_0$  по модели II для  $\eta = 0,997$ ,  $\varphi = 0^\circ$ ,  $p_y = 0$ : точки — МСГ; кружки — МФИ<sub>1</sub>; крестики — МИ

Выполненные расчеты показали, что значения D, E,  $A_0$ ,  $c_0$ , полученные МСГ и ММК, практически совпадают. Поэтому полученные ММК расчетные значения этих величин на рис. 1 и в табл. 2 не приводятся. Как видно из рис. 1–3, данные МСГ хорошо согласуются с данными МИ [9]. При совпадении расчетов МСГ (точки) и МИ (треугольники), последние на графики не наносились. Несмотря на хорошее согласие расчетов МСГ и МИ функции  $\Phi$ , необходимо сделать следующее замечание. На рис. 3 функция  $\Phi = \Phi(p_x)$  имеет немонотонную производную. Если принять естественное предположение о монотонности  $d\Phi/dp_x$ , то следует сделать вывод о том, что ошибки данных расчетов  $\Phi$  с помощью МСГ и МИ превышают 1%. Такой вывод следует и из численных экспериментов, показывающих, что  $\Phi$  более чувствительна к погрешностям вычислений, чем A.



Рис. 3. Фазовая характеристика по модели II для <br/>  $\eta=0,997, \ \phi=180^\circ, \ p_y=0:$ сплошная линия — МСГ; крестики — МИ



Рис. 4. Относительная погрешность МФИ<sub>1</sub> в зависимости от среднего альбедо подстилающей поверхности по модели I для  $\lambda = 0.55$  мкм,  $\theta_0 = 45^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$ :  $1 - \eta = 0.997$ ;  $2 - \eta = 0.818$ 

Погрешность МФИ<sub>1</sub> является заметной функцией оптических характеристик атмосферы и геометрии наблюдения. Наименее точно вычисляется яркость атмосферной дымки D при  $\Theta' > 30^{\circ}$  и амплитудная характеристика A при  $|p| > 0,5 \text{ км}^{-1}$ . На рис. 4 приведена относительная ошибка расчета средней яркости уходящего излучения ( $\gamma = [(\overline{I}_{MC\Gamma} - \overline{I}_{M\Phi H_1}) / \overline{I}_{MC\Gamma}] \cdot 100\%$  в зависимости от среднего альбедо подстилающей поверхности. Нетрудно видеть, что ошибка МФИ<sub>1</sub> для углов наблюдения  $\Theta' \leq 30^{\circ}$  и альбедо  $\overline{q} \leq 0,05$  в случаях, показанных на рис. 4, не превышает 10%. Аналогичная оценка получается и для других  $\lambda$ .

## Заключение

В статье представлены результаты тестирования вычислительных алгоритмов решения задачи переноса излучения в атмосфере. В качестве тестовых взяты функции, определяющие действие оптического передаточного оператора атмосферы. Расчеты оптических передаточных функций атмосферы методами Монте-Карло, сферических гармоник и функции источников на базе  $P_1$ -приближения показали качественное совпадение результатов. Сравнение результатов расчетов показало, что при вычислении  $D, E, A_0, c_0, A, \Phi$  метод сферических гармоник [12, 13] не уступает по точности методам Монте-Карло [17] и итераций [9], обладая существенно большим быстродействием. Приближенный М $\Phi U_1$  пригоден для расчетов яркости поля излучения с ошибкой  $\leq 10\%$ , если  $\Theta' \leq 30^\circ$  и  $\bar{q} \geq 0,05$ .

3. Бирюков Ю.Л., Крылов Ю.В. //Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1974. Т. 10. № 11. С. 1231-1235.

4. Karp A. H./JQSRT. 1981. V. 25. № 5. P. 403-412.

5. Численное решение задач атмосферной оптики / Под ред. М.В. Масленникова, Т.А. Сушкевич. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР, 1984. 234 с.

6. Креков Г.М., Орлов В.М., Белов В.В. и др. Имитационное моделирование в задачах оптического дистанционного зондирования. Новосибирск: Наука, 1988. 165 с.

7. На за ралиев М.А. Численное моделирование радиационных полей в атмосфере методом Монте-Карло: Автореф. дис. д-рафиз.-мат. наук. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1985. 30 с.

8. Джетыбаев Е.О., Мишин И.В., Мулдашев Т.З. и др. Расчет оптических передаточных характеристик атмосферы. М., 1989. 55 с. (Препринт/ИКИ АН СССР, № 1475).

9. Иолтуховский А.А., Стрелков С.А., Сушкевич Т.А. Тестовые модели численного решения уравнения переноса. М., 1988. 25 с. (Ирепринт/ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР, № 150).

10. Elterman L. UV, visible and IR attenuation for altitudes to 50 km/Report AFCRL-68-0153-Environ. Res. Papers, 1968. № 285. 60 p.

11. Креков Г.М., Рахимов Р.Ф. Оптико-локационная модель континентального аэрозоля. Новосибирск: Наука, 1982. 198 с.

12. Мулдашев Т.З., Султангазин У.М. //ЖВМиМФ. Т. 26. № 6. С. 882-893.

13. Мулдашев Т.З. Метод сферических гармоник для расчета оптической пространственно-частотной характеристики атмосферы. М., 1987. 24 с. Деп. в ВИНИТИ. № 1879-В87.

14. Каргин Б.А. Космические методы изучения природной среды Сибири и Дальнего Востока. Новосибирск: Наука, 1983. С. 169-174.

15. Золотухин В.Г., Мишин И.В., Усиков Д.А. //Исследование Земли из космоса. 1984. № 4. С. 14-22.

16. Мишин И.В., Тищенко А.П. //Исследование земли из космоса. 1981. № 1. С. 48-57.

17. Джетыбаев Е.О. Алгоритмы статистического моделирования в задаче дистанционного оптического зондирования системы атмосфера—океан. Автореф. дис. канд. физ.-мат. наук. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1983. 12 с.

Институт математики и механики АН КазССР,

Алма-Ата

Поступила в редакцию 23 января 1989 г.

Всесоюзный научно-технический информационный центр, Москва

# E.O. Dzhetibaev, T.Z. Muldashev, I.V. Mishin. Calculation of Optical Transfer Functions of the Atmosphere.

The calculational data on the atmospheric optical transfer functions have been obtained by spherical harmonics, Monte-Carlo, source functions and iteration methods are compared. The calculations have been carried out using atmospheric models.

<sup>1</sup> Марчук Г.И., Михайлов Г.А., Назаралиев М.А. Метод Монте-Карло в атмосферной оптике. Новосибирск: Наука, 1976. 280 с.

<sup>2.</sup> Standard procedure to compute atmospheric radiative transfer in a scattering atmosphere /edited by J. Lenoble. Boulder, Colorado: NCAR, 1977. V. 1. 124 p.