

С.А. Шленов, В.П. Кандидов

## Формирование пучка филаментов при распространении фемтосекундного лазерного импульса в турбулентной атмосфере. Часть 2. Статистические характеристики

Международный учебно-научный лазерный центр МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Москва

Поступила в редакцию 17.05.2004 г.

На основе модели фазовых экранов, имитирующих широкий спектр атмосферной турбулентности, численно исследована многофиламентация мощного фемтосекундного лазерного импульса. На примере импульса, рассеянного за одиночным фазовым экраном, рассмотрены стохастический процесс последовательного формирования филаментов и статистические характеристики этой последовательности. Показано, что с расстоянием увеличивается вероятность наблюдения большего числа филаментов. Методом Монте-Карло установлено, что в турбулентной атмосфере статистические характеристики пучка филаментов сильно зависят от структурной постоянной  $C_n^2$  и слабо от внутреннего масштаба  $l_0$ .

В настоящей работе на основе модели фазовых экранов, развитой в [1], анализируется формирование пространственно-временных траекторий «горячих» точек в сечении лазерного импульса, образующих пучок филаментов. Методом Монте-Карло исследуются статистические характеристики пучка филаментов при рассеянии импульса на фазовом экране и при его распространении в турбулентной атмосфере.

### Стохастическое формирование филаментов

Анализ формирования многих филаментов в турбулентной атмосфере удобно начать на примере отдельных реализаций процесса распространения мощного пучка ( $P_0 \gg P_{cr}$ ) за одиночным фазовым экраном. Для этого использован экран, у которого величина флуктуаций фазы соответствует прохождению трассы длиной 10 м в среде со структурной постоянной  $C_n^2 = 1,5 \cdot 10^{-14} \text{ см}^{-2/3}$ , внешним масштабом турбулентности  $L_0 = 1 \text{ м}$  и внутренним масштабом  $l_0 = 1 \text{ мм}$ . Рассматривается импульс с параметрами, характерными для натурных экспериментов [2–5], длительностью 100 фс, длина волны  $\lambda = 800 \text{ нм}$ , пиковая мощность  $P_0$  составляет  $2 \cdot 10^{11} \text{ Вт}$ , что приблизительно в 30 раз превышает критическую мощность самофокусировки в воздухе. Радиус пучка  $a_0$  по уровню  $e^{-1}$  равен 0,92 см.

Сравнительный анализ пространственных масштабов светового поля и атмосферной турбулентности представлен на рис. 1. На выбранный фазовый экран наложена темная окружность радиуса  $a_0$ , характеризующая размер лазерного пучка. Внутренний масштаб турбулентности  $l_0$  нанесен в виде отрезка в правом нижнем углу экрана. Характер-

ный размер сформировавшегося филамента в этом масштабе мог бы быть представлен маленькой точкой. Внешний масштаб турбулентности  $L_0$  почти в 50 раз превышает линейный размер окна, приведенного на рис. 1.

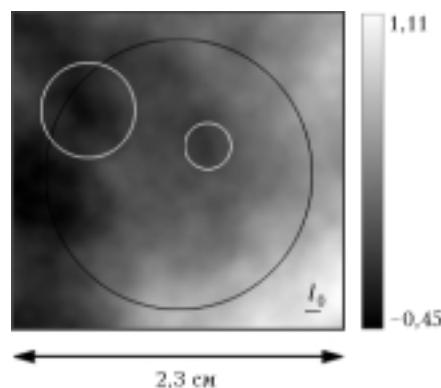


Рис. 1. Полутоновая картина флуктуаций фазы на фрагменте фазового экрана размером 2,3×2,3 см с характерными пространственными масштабами светового поля и турбулентности: лазерный пучок — темная окружность; области, содержащие критические мощности самофокусировки, — белые окружности; внутренний масштаб  $l_0$  — отрезок внизу справа

Темные пятна на фазовом экране — это места локальной фокусировки излучения в поперечном сечении импульса. На них белыми окружностями отмечены те области фокусировки, в которых содержится мощность порядка критической. Радиус области, которая находится ближе к центру сечения, составляет около 1,6 мм. Среднеквадратичные флуктуации фазы на таком масштабе, как это следует из анализа структурной функции [1], составляют величину примерно 0,1 рад. Радиус окружности,

содержащей критическую мощность на периферии импульса, где интенсивность ниже, чем в приосевой области, возрастает до 3 мм. Следует ожидать, что именно эти части сечения импульса и могут оказаться теми местами, где будут формироваться филаменты. При этом ближайшая к центру область фокусировки имеет наименьший масштаб и именно здесь следует ожидать появление первого филамента.

Исследование формирования «горячих» точек при многофиламентации лазерного импульса осуществлялось численным решением стохастического уравнения для медленно меняющейся амплитуды светового поля [1].

Детальный расчет картины распространения пучка показывает, что возникшая на месте центральной «фокусирующей линзы» положительная флуктуация интенсивности (рис. 2, яркое белое пятно вправо и вверх от центра) по мере распространения импульса на расстоянии  $z_f$  формирует нелинейный фокус с лавинообразным ростом интенсивности, следовательно, здесь возникает филамент.

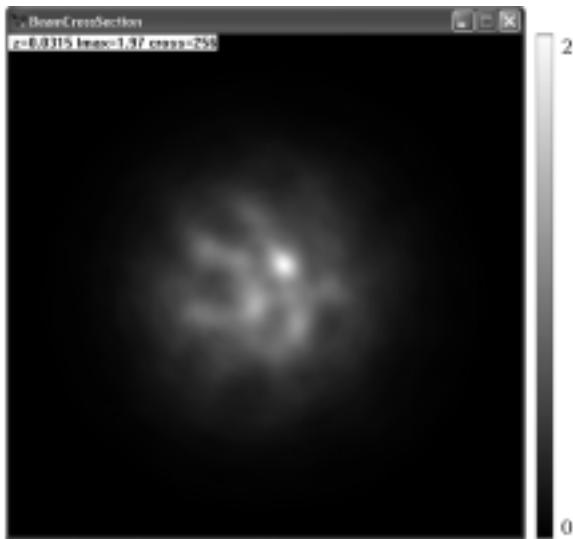


Рис. 2. Распределение интенсивности в поперечном сечении импульса на расстоянии  $z = 21$  м за фазовым экраном. Яркое белое пятно в окрестности центра пучка свидетельствует о зарождении первого филамента

Места появления второго и последующих филаментов хотя и зависят от флуктуаций фазы на экране, но их точные координаты может дать только численный расчет нелинейной дифракции пучка с учетом керровской самофокусировки.

Расстояние, на котором образуются очередные филаменты, иллюстрирует рис. 3. Здесь на карте с координатами «бегущее время  $t/\tau_0$  – расстояние от экрана  $z$ » нанесены «горячие» точки в центральном слое импульса  $t = 0$  и во временных слоях, сдвинутых к переднему фронту на интервал  $t/\tau_0$ . Эти точки соединены отрезками прямой, что позволяет при достаточно малом шаге по времени проследить за историей филамента как непрерывной цепочки «горячих» точек, формирующихся в последовательные моменты времени. На рис. 3 «горячие»

точки перенумерованы в порядке их появления в центральном временном слое ( $t = 0$ ), который совпадает с осью абсцисс. «Горячие» точки во временных слоях, смещенные от центрального к переднему фронту импульса, лежат на соответствующих прямых, параллельных оси абсцисс.

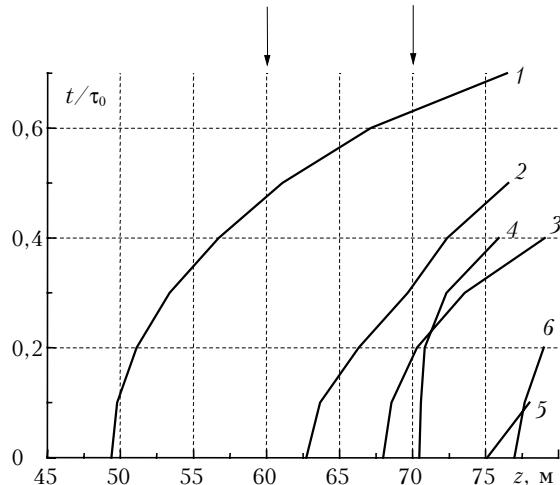


Рис. 3. Пространственно-временные срезы «горячих» точек, образующихся на расстоянии  $z$  от экрана в различные моменты «бегущего» времени  $t$  для гауссовского импульса с пиковой мощностью  $P_0 = 2 \cdot 10^{11}$  Вт, радиусом поперечного сечения  $a_0 = 0,92$  см, рассеянного на фазовом экране с параметрами  $C_n^2 = 1,5 \cdot 10^{-14}$  см $^{-2/3}$ ,  $L_0 = 1$  м,  $l_0 = 1$  мм,  $\Delta z = 10$  м. Обозначения кривых соответствуют порядковому номеру филамента в центральном слое импульса

Разумеется, ближе всего к экрану филаменты образуются в центральном слое импульса, так как здесь самая большая мощность. На фронте импульса мощность меньше, и формирование нелинейного фокуса, принадлежащего тому же самому филаменту, происходит дальше от экрана. Поэтому кривые пространственно-временного «следа» филамента отклоняются вправо. Слои импульса, следующие за центральным, не рассматриваются, так как они испытывают сильную дефокусировку в лазерной плазме, которая не включена в численную модель.

Представленные результаты показывают, что за рассматриваемым экраном первый филамент образуется в импульсе с выбранными параметрами на расстоянии около 49 м. До этого расстояния филаменты не образуются. Находясь, например, на расстоянии 60 м, которое отмечено стрелкой на рис. 3, наблюдатель по-прежнему будет видеть только один филамент, в котором «горячая» точка обусловлена нелинейной фокусировкой во временном слое, смещенном вперед от центрального на  $0,45\tau_0$ . На расстоянии 70 м, также отмеченном стрелкой на рис. 3, наблюдатель увидит уже три филамента, которые были образованы «горячими» точками в различных временных слоях импульса. В слое, смещенном вперед от центрального на  $0,6\tau_0$  – первая, на  $0,3\tau_0$  – вторая, на  $0,2\tau_0$  – третья точки.

В силу стохастического характера рассматриваемой филаментации на рис. 3 можно наблюдать

пересечение «следов» филаментов, например кривые 3, 4. Точка пересечения означает, что на этом расстоянии происходит одновременное формирование двух «горячих» точек, представляющих два филамента, в одном и том же временном слое импульса. Видно, что с увеличением расстояния от экрана  $z$  очередность формирования этих филаментов во времени меняется.

Разумеется, рассмотренный экран — это лишь одна из возможных реализаций в ансамбле случайных фазовых экранов с заданными статистическими свойствами. Подобная картина пространственно-временных «следов» филаментов получена и при других фазовых экранах. Чтобы получить средние характеристики картины формирования многих филаментов, перейдем к статистическому анализу задачи методом Монте-Карло.

### Многофиламентация импульса, рассеянного фазовым экраном

Для получения статистических характеристик процесса многофиламентации был синтезирован ансамбль случайных фазовых экранов с заданными статистическими характеристиками. Рассматривались экраны с модифицированным кармановским спектром и параметрами: структурная постоянная  $C_n^2 = 1,5 \cdot 10^{-14} \text{ см}^{-2/3}$ , внешний масштаб  $L_0 = 1 \text{ м}$ , внутренний  $l_0 = 1 \text{ мм}$ , толщина слоя турбулентной среды  $\Delta z = 10 \text{ м}$ . С каждым расположенным в начале трассы экраном проводилось численное моделирование нелинейной дифракции пучка и определялись координаты  $x, y, z$  начала формирования последовательности «горячих» точек, образующих филаменты. Усреднение проводилось по ансамблю из 100 реализаций многофиламентации импульса, рассеянного на статистически независимых экранах. Длина всей трассы составляла 80 м.

Средние значения расстояния  $z_f$ , на котором формируется филамент, в зависимости от его номера представлены на рис. 4, а для трех значений пиковой мощности импульса. Здесь же приведен статистический разброс (среднеквадратическое отклонение) этих значений, вызванный случайнм характером фазовых возмущений на экране.

С расстоянием увеличивается число филаментов в поперечном сечении импульса. С ростом пиковой мощности импульса филаменты начинают формироваться ближе к фазовому экрану, их число на заданном расстоянии увеличивается. Так, при повышении пиковой мощности в два раза (с  $10^{11}$  до  $2 \cdot 10^{11} \text{ Вт}$ ) средняя дистанция до начала первого филамента сокращается также почти в два раза. Число филаментов, наблюдаемых на расстоянии  $z = 65 \text{ м}$ , возрастает от одного до 7–9. Кроме этого уменьшается случайное отклонение расстояния до плоскости образования филамента в отдельных реализациях от его среднего значения. Таким образом, при увеличении пиковой мощности с большей точностью можно прогнозировать расстояние до начала очередного филамента, в том числе до появления самого первого филамента.

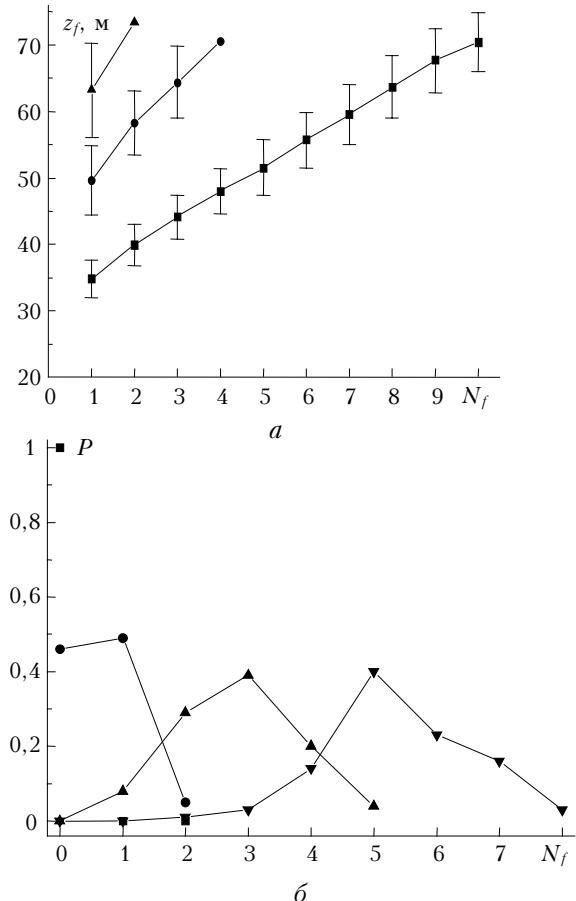


Рис. 4. Расстояние  $z_f$  до начала формирования очередного  $N_f$ -го филамента при различных пиковых мощностях импульса  $P_0 = 1,0 \cdot 10^{11} \text{ Вт}$  (треугольники),  $1,3 \cdot 10^{11} \text{ Вт}$  (кружки),  $2 \cdot 10^{11} \text{ Вт}$  (квадраты) (а) и вероятность  $P$  наблюдения ровно  $N_f$  филаментов на заданном расстоянии  $z = 25 \text{ м}$  (квадраты),  $35 \text{ м}$  (кружки),  $45 \text{ м}$  (треугольники вверх) и  $55 \text{ м}$  (треугольники вниз) от экрана при  $P_0 = 2 \cdot 10^{11} \text{ Вт}$  (б).

Параметры фазового экрана такие же, как на рис. 3.

Из рис. 4 видно, что вследствие случайного разброса расстояний до начала филамента в общем случае нельзя с уверенностью сказать, сколько филаментов будет образовываться от импульса к импульсу на заданном расстоянии от экрана. Вероятностную картину существования определенного числа филаментов на ряде расстояний  $z$  при распространении последовательности импульсов иллюстрирует рис. 4, б. Здесь для удобства точки, относящиеся к одной дистанции, соединены отрезками прямой. На расстоянии 25 м (квадраты) заведомо не будет ни одного филамента. На расстоянии 35 м (кружки) только с вероятностью 47% не сформируется филамент ( $N_f = 0$ ), и примерно с такой же вероятностью можно наблюдать один филамент ( $N_f = 1$ ). При этом вероятность наблюдения двух и более филаментов не превышает 5%. С увеличением дистанции наблюдения  $z$  до 45 м (треугольники вершиной вверх) с вероятностью около 40% существуют три филамента, с вероятностью 30% — два и 20% — четыре филамента. На дистанции 55 м (треугольники вершиной вниз) наиболее вероятно

(40%) наблюдение пяти филаментов. Таким образом, максимум вероятности смещается в область большего числа филаментов с увеличением расстояния от фазового экрана.

## Пучок филаментов в турбулентной атмосфере

Для анализа влияния параметров атмосферной турбулентности на статистические характеристики пучка филаментов выполнена серия численных экспериментов по распространению коллимированного гауссовского пучка на атмосферной трассе, случайные флуктуации показателя преломления на которой были представлены последовательностью фазовых экранов. При этом трасса протяженностью 80 м разбивалась на слои, длина которых составляла 10 м. Турбулентный набег фазы на каждом из этих слоев моделировался фазовым экраном. Следует отметить, что наибольшее влияние на характеристики формирующихся филаментов оказывают слои среды на начальной части трассы, которые непосредственно примыкают к выходной апертуре лазерной системы. Анализ проводился по ансамблю из 100 импульсов, каждый из которых распространялся через статистически независимые последовательности статистически независимых фазовых экранов.

На рис. 5, а приведены средние значения расстояний, на которых происходит образование очередного филамента в турбулентной атмосфере. Качественно кривые повторяют аналогичные зависимости для случая одного экрана (см. рис. 4, а). Заметим только, что на нижней кривой отложен не статистический разброс координаты филамента, а доверительные интервалы для среднего значения, рассчитанные для уровня значимости 0,3. Полученное увеличение числа филаментов с расстоянием соответствует экспериментальным данным [5].

Хорошо видно, что с ростом интенсивности турбулентности (увеличением структурной постоянной  $C_n^2$ ) происходит более быстрое по трассе образование филаментов. Так, при увеличении  $C_n^2$  в 5 раз формирование нескольких первых филаментов происходит в среднем на 5 м ближе к выходной апертуре пучка (сравните кружки и квадраты). Увеличение же внутреннего масштаба турбулентности  $l_0$ , напротив, приводит к замедлению процесса формирования филаментов, хотя и не очень значительному (квадраты и треугольники). Последнее легко объяснить физически. Большее значение внутреннего масштаба соответствует подавлению мелко-масштабных флуктуаций фазы, которые как раз и содержат мощность порядка критической в окрестности оси пучка. В результате уменьшения амплитуды флуктуаций, содержащих критическую мощность, формирование «горячих» точек происходит медленнее.

Положение филаментов в поперечном сечении лазерного импульса иллюстрирует рис. 5, б, где представлены средние значения и доверительные

интервалы для смещения очередного филамента от оси импульса. Видно, что первый филамент в среднем образуется ближе всего к оси пучка, где интенсивность выше.

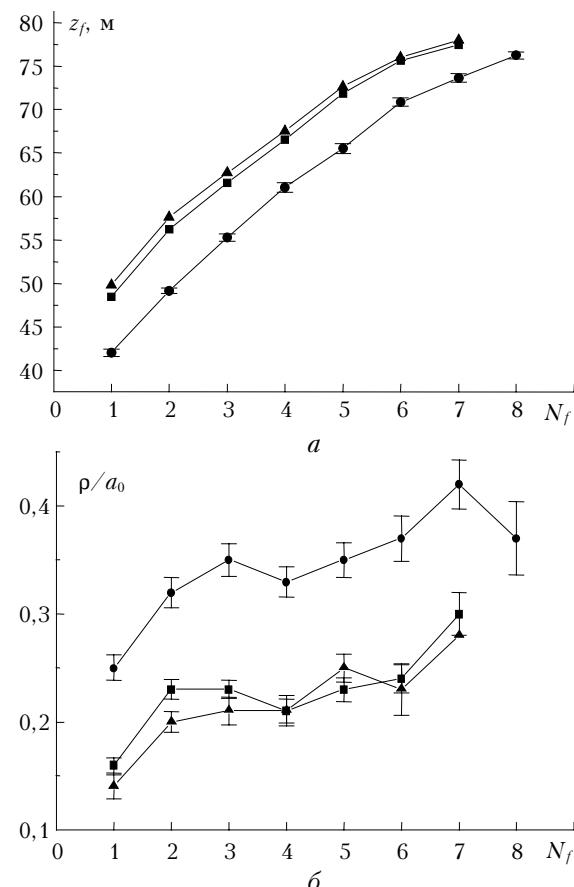


Рис. 5. Расстояние  $z_f$  до начала формирования филаментов (а) и средний размер  $\rho/a_0$  филаментов (б) в атмосфере с различными параметрами турбулентности:  $C_n^2 = 1,5 \cdot 10^{-14} \text{ см}^{-2/3}$ ,  $l_0 = 1 \text{ мм}$  (кружки);  $C_n^2 = 3 \cdot 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$ ,  $l_0 = 1 \text{ мм}$  (квадраты);  $C_n^2 = 3 \cdot 10^{-15} \text{ см}^{-2/3}$ ,  $l_0 = 5 \text{ мм}$  (треугольники) при распространении импульса с пиковой мощностью  $P_0 = 1,2 \cdot 10^{11} \text{ Вт}$  и  $a_0 = 0,82 \text{ см}$

С ростом номера филамента прослеживается тенденция увеличения его отклонения от оси импульса. С ростом интенсивности турбулентности возрастает вероятность появления филаментов на периферии поперечного сечения (кружки). В том числе и первый филамент в среднем образуется на большем расстоянии от оси. При пятикратном увеличении значения  $C_n^2$  среднее отклонение первого филамента от оси лазерного импульса возросло для рассматриваемых условий почти в два раза. При этом и следующие филаменты в среднем начинают формироваться дальше от оси, что соответствует увеличению поперечного размера той области в плоскости поперечного сечения, в которой локализованы филаменты.

Таким образом, с увеличением интенсивности атмосферной турбулентности пучок стохастических филаментов становится шире. Влияние внутреннего

масштаба на уширение пучка филаментов, так же как и на расстояние до области филаментации, не слишком велико, хотя и можно заметить тенденцию образования более узкого пучка филаментов с ростом  $l_0$ .

## Выводы

1. Стохастический анализ последовательного формирования филаментов в импульсе рассеянным одиночным фазовым экраном показал, что число филаментов увеличивается с расстоянием. Непрерывные последовательности «горячих» точек в плоскостях поперечного сечения, образующие филамент, зарождаются в центральном слое импульса и по мере его распространения смещаются во временные слои на переднем фронте импульса. Наблюдаемая в экспериментах локализация энергии в нескольких филаментах является следствием последовательного образования с расстоянием максимумов интенсивности в непрерывной цепочке временных слоев импульса. Вследствие стохастического характера многофиламентации возможно возникновение в одном временном слое двух или нескольких «горячих» точек на одном и том же расстоянии.

2. Рассчитанная функция плотности вероятности числа филаментов позволяет оценить наиболее вероятное число филаментов на заданном расстоянии от выходной апертуры в натурном эксперименте, а также среднее число филаментов и стандартное отклонение.

3. В турбулентной атмосфере формируется пучок случайно образующихся филаментов. С расстоянием среднее число филаментов в пучке и его поперечный размер увеличиваются. При возрастании структурной постоянной атмосферной турбу-

лентности пучок филаментов зарождается раньше, и на заданном расстоянии он оказывается шире. Внутренний масштаб атмосферной турбулентности слабо влияет на статистические характеристики пучка филаментов, с ростом этого параметра незначительно увеличивается расстояние до начала пучка и сокращается его поперечный размер.

Статья написана при поддержке РФФИ, грант № 03-02-16939, Европейского офиса по научным исследованиям армии США, контракт № 62558-03-M0029 и гранта CRDF GAP № RPO-1390-TO-03.

1. Шленов С.А., Кандидов В.П. Формирование пучка филаментов при распространении фемтосекундного лазерного импульса в турбулентной атмосфере. Часть 1. Метод // Оптика атмосф. и океана. 2004. Т. 17. № 8. С. 630–636.
2. Kasparian J., Rodriguez M., Mejean G., Yu J., Salmon E., Wille H., Bourayou R., Frey S., Andre Y.-B., Mysyrowicz A., Sauerbrey R., Wolf J.-P., Woste L. White-light filaments for atmospheric analysis // Science. 2003. V. 301. N 5629. P. 61–64.
3. Андрианов К.Ю., Кандидов В.П., Косарева О.Г., Чин С.Л., Талебпур А., Петит С., Лиу Б., Ибасаки А., Наде М.-К. Влияние качества пучка на филаментацию мощного лазерного импульса в воздухе // Изв. РАН. Сер. Физ. 2002. Т. 66. № 8. С. 1091–1102.
4. Chin S.L., Talebpour A., Yang J., Petit S., Kandidov V.P., Kosareva O.G., Tamarov M.P. Filamentation of femtosecond laser pulses in turbulent air // Appl. Phys. B. 2002. V. 74. P. 67–76.
5. Liu W., Hosseini S.A., Ferland B., Chin S.L., Kosareva O.G., Panov N.A., Kandidov V.P. Experimental observation and simulations of the self-action of white light laser pulse propagating in air // New J. Phys. 2004. V. 6. N 6. P. 1–22.

*S.A. Shlenov, V.P. Kandidov. Filament bunch formation under femtosecond laser pulse propagation in the turbulent atmosphere. Part 2. Statistical characteristics.*

Multifilamentation of powerful femtosecond laser pulse has been numerically investigated on the basis of the model of phase screens emulating the wide band of atmospheric turbulence. As an example, a single phase screen was used to analyze the stochastic process of consecutive filamentation and statistical characteristics of these filaments. It is shown that the probability to observe a large number of filaments increases with distance. It is established by the Monte Carlo technique that statistical characteristics of the filament bunch are strongly dependent on the structure constant  $C_n^2$ , the dependence on the internal scale of turbulence  $l_0$  being rather weak.