

Т.Б. Журавлева, И.М. Насретдинов, С.М. Сакерин,  
К.М. Фирсов, Т.Ю. Чеснокова

## Численное моделирование угловой структуры яркости неба вблизи горизонта при наблюдении с Земли. Часть 2. Аэрозольно-газовая атмосфера

Институт оптики атмосферы СО РАН, г. Томск

Поступила в редакцию 19.09.2003 г.

Представлен эффективный алгоритм расчета солнечной диффузной радиации методом сопряженных блужданий в сферической аэрозольно-газовой атмосфере. Молекулярное поглощение и спектральные аппаратные функции фотометров учитываются через параметры разложения функции пропускания в ряд экспонент. На основе результатов численного моделирования показано, что пренебрежение молекулярным поглощением в «окнах прозрачности» приводит к ошибкам в радиационных расчетах, которые увеличиваются при переходе от измерений в альмукантарата Солнца к пригоризонтной зоне небосвода и в типичных атмосферных условиях составляют  $\approx 2\text{--}40\%$ . Влияние аэрозоля на диффузную радиацию выражается в следующих закономерностях: яркость неба убывает с уменьшением альбедо однократного рассеяния почти линейно, тогда как ее зависимость от аэрозольной толщи может быть немонотонной для азимутальных углов наблюдения меньше  $90^\circ$ .

### Введение

Уточнение радиационных моделей и развитие методик решения обратных задач при наземных наблюдениях безоблачного дневного неба требуют совершенствования алгоритмов радиационных расчетов и более полного учета условий реальных экспериментов. Это обусловлено тем, что с приближением угла визирования к горизонту в максимальной степени проявляется влияние сферичности атмосферы, многократного рассеяния и молекулярного поглощения.

В первой части нашей работы [1] проведено тестирование алгоритма расчета рассеянной радиации методом сопряженных блужданий, исследовано влияние сферичности атмосферы и вертикальной стратификации оптических характеристик аэрозоля на поле яркости безоблачного неба вблизи горизонта *без учета поглощения атмосферными газами*. Показано, что: 1) при малых аэрозольных оптических толщах и (или) больших зенитных углах Солнца неучет сферичности атмосферы может привести к погрешности в расчетах радиации до 10%; 2) на формирование угловой структуры солнечной радиации в зоне горизонта оказывает влияние не только оптическая толща атмосферы, но и значение коэффициента аэрозольного ослабления в приземном слое. В этом состоит принципиальное отличие расчетов яркости неба в пригоризонтной области от альмукантарата Солнца при зенитных углах менее  $\sim 80^\circ$ , где достаточная точность вычислений достигается заданием только интегральной характеристики — оптической толщи атмосферы (см., например, [2, 3]).

В настоящей статье рассмотрен алгоритм решения уравнения переноса излучения (УПИ) с учетом молекулярного поглощения и спектральных аппаратных функций реальных фотометров. Применение в данной задаче известного подхода *line-by-line (LBL)*, позволяющего учитывать тонкую структуру спектров поглощения, в сочетании с методом Монте-Карло является очень громоздким и затратным даже для современных вычислительных средств. Поэтому для учета молекулярного поглощения использован метод «рядов экспонент», эффективность которого была обоснована ранее на примере частной задачи — моделирования освещенности земной поверхности для плоской модели атмосферы [4]. В работе представлены также оценки ошибок, возникающих в радиационных расчетах из-за неучета поглощения излучения атмосферными газами, и анализируется влияние оптических характеристик аэрозоля на яркость неба вблизи горизонта.

### 1. Метод численного моделирования

В задачах переноса излучения в рассеивающей и поглощающей атмосфере при учете тонкой структуры молекулярного поглощения традиционно используется метод *LBL* (см., например, специальный выпуск ICRCM [5]). Для численного решения УПИ на основе статистических алгоритмов в комбинации с подходом *LBL* разработана эффективная модификация этого метода, подробно описанная в монографии [6]. Суть этой модификации состоит в том, что при расчете радиации в спектральном участке

$\Delta\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$  вводится дополнительная случайность (рандомизация): длины волн  $\lambda \in \Delta\lambda$  выбираются случайным образом, образуя равномерно распределенную выборку, что существенно уменьшает объем вычислений. Недостаток данного подхода состоит в том, что включение процедуры *LBL* в компьютерные реализации алгоритмов метода Монте-Карло требует их радикальных изменений.

В последнее десятилетие в радиационных расчетах для учета молекулярного поглощения наряду с методом *LBL* активно используется идеология «рядов экспонент». Традиционная схема его применения состоит в следующем [7–10]:

1) проводятся массовые расчеты функций пропускания для различных метеорологических ситуаций и геометрии наблюдений;

2) накопленный массив данных используется для определения параметров разложения функции пропускания в ряд экспонент с учетом того, что характеристики молекулярного поглощения зависят от температуры и давления воздуха.

Использование «рядов экспонент» обеспечивает достаточно высокую точность решения УПИ: например, по данным Эллингсона, погрешность расчета исходящих потоков длинноволнового излучения для безоблачной атмосферы составляет  $\sim 0,3\%$  [11]. Безусловное преимущество этого подхода состоит в том, что он позволяет разделить во времени расчеты характеристик молекулярного поглощения и численное моделирование переноса радиации (метод Монте-Карло) в рассеивающей и поглощающей атмосфере. К числу недостатков следует отнести то, что эффективность параметризации характеристик молекулярного поглощения в значительной степени зависит от искусности исследователя и того, насколько удачно выбраны базовые метеорологические профили. Другая сложность связана с проблемой учета спектральных аппаратных функций реальных приборов.

В данной статье для учета молекулярного поглощения использована модификация метода «рядов экспонент», которая позволяет избежать указанных выше проблем. Обусловленная молекулярным поглощением полосовая (или эффективная) функция пропускания в спектральном интервале  $\Delta\lambda$  представляется в виде

$$T_{\Delta\lambda}^G(m) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} F(\lambda) I_0(\lambda) T^G(m, \lambda) d\lambda / I_{0, \Delta\lambda},$$

$$I_{0, \Delta\lambda} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} F(\lambda) I_0(\lambda) d\lambda. \quad (1)$$

Здесь  $F(\lambda)$  – аппаратная функция;  $I_0(\lambda)$  – спектральная солнечная постоянная;

$$T^G(m, \lambda) = \exp \left( -m \int_0^{H_{atm}} \kappa_{mol}(\lambda, h) dh \right)$$

– монохроматическая функция пропускания в вертикально неоднородной атмосфере Земли;  $\kappa_{mol}(\lambda, h)$

– коэффициент молекулярного поглощения на длине волны  $\lambda$  и высоте  $h$ ;  $m$  – оптическая масса в направлении на Солнце;  $H_{atm}$  – высота верхней границы атмосферы. Учитывая слабую селективность  $I_0(\lambda)$ , в большинстве случаев для расчетов полосовой функции пропускания удобно использовать соотношение

$$T_{\Delta\lambda}^G(m) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} F(\lambda) T^G(m, \lambda) d\lambda / \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} F(\lambda) d\lambda.$$

В соответствии с подходом [4]  $T_{\Delta\lambda}^G(m)$  может быть преобразована к виду

$$T_{\Delta\lambda}^G(m) = \int_0^1 \exp \left( -m \int_0^{H_{atm}} k(g, h) dh \right) dg =$$

$$= \sum_{i=1}^N C_i \exp \left( -m \int_0^{H_{atm}} k(g_i, h) dh \right), \quad (2)$$

где  $k(g, h)$  – эффективный коэффициент поглощения в пространстве кумулятивных длин волн  $g$ ;  $g_i$ ,  $C_i$  – узлы и коэффициенты гауссовских квадратурных формул;  $\sum_{i=1}^N C_i = 1$ . Следует отметить, что в отличие

от быстроосциллирующей функции  $\kappa_{mol}(\lambda, h)$ ,  $k(g, h)$  является кусочно-непрерывной, монотонно возрастающей функцией  $\lambda$ . Именно это обстоятельство позволяет, применяя гауссовские квадратурные формулы для численного интегрирования по переменной  $g$ , легко получить короткий ряд экспонент в представлении (2). Эффективные коэффициенты поглощения  $k(g, h)$  рассчитываются через обратную к ним функцию  $g(k, h)$ :

$$g(k, h) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} F(\lambda) I_0(\lambda) U(\lambda, h) d\lambda / I_{0, \Delta\lambda},$$

$$U(\lambda, h) = \begin{cases} 1, & \kappa_{mol}(\lambda, h) \leq k, \\ 0, & \kappa_{mol}(\lambda, h) > k. \end{cases} \quad (3)$$

Ранее в работах [4, 6] было показано, что в спектральном интервале  $\Delta\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$  радиационные характеристики (яркость, поток)  $Q_{\Delta\lambda}$  могут быть представлены в виде

$$Q_{\Delta\lambda} = \sum_{i=1}^N C_i Q_i, \quad (4)$$

где  $Q_i$  – монохроматическая радиация на кумулятивной длине волны  $g_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ . Это означает, что расчет  $Q_{\Delta\lambda}$  реализуется в два этапа: на первом шаге рассчитывается конечный набор эффективных коэффициентов молекулярного поглощения  $\{k_i(h)\}_{i=1}^N$  [ $k_i(h) \equiv k(g_i, h)$ ], а на втором – для каждого набора  $k_i(h)$ ,  $i = 1, \dots, N$  (обычно  $N \sim 5 \div 10$ ), тем или иным способом решается уравнение переноса излучения.

Справедливости ради следует отметить, что рассмотренный подход по сравнению с эффективной модификацией метода *LBL* [6] несколько проигрывает в скорости и точности. Однако, в целом, существует ряд важных аргументов в пользу его применения. Во-первых, время счета возрастает не столь существенно, так как оно пропорционально числу членов ряда экспонент, который является достаточно коротким. Во-вторых, разделение во времени расчета коэффициентов молекулярного поглощения и решения УПИ позволяет, с минимальной коррекцией, использовать алгоритмы и программы, разработанные ранее для расчета радиации без учета поглощения газами. В-третьих, имеется возможность легко учесть спектральные особенности аппаратной функции и солнечной постоянной.

В соответствии с вышесказанным для расчета яркости диффузной радиации при заданных координатах точки наблюдения  $r^*$  и направлении визирования  $\omega_k = (\xi, \phi_k)$  будем использовать соотношение

$$B_{\Delta\lambda}(r^*, \omega_k) = \sum_{i=1}^N C_i B_i(r^*, \omega_k), \quad (5)$$

где  $\xi$  и  $\phi_k$  – зенитный и азимутальный углы детектора,  $k = 1, 2, \dots, N_\phi$ . Вычисление монохроматической яркости  $B_i(r^*, \omega_k)$ , соответствующей  $i$ -му набору эффективных коэффициентов молекулярного поглощения  $k_i(h)$ ,  $i = 1, \dots, N$ , выполнено методом сопряженных блужданий с учетом сферичности атмосферы [1]. Отметим, что в пределах рассматриваемого спектрального диапазона  $\Delta\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$  оптические характеристики аэрозоля полагаются постоянными. В дальнейшем для простоты в обозначениях интегральной по спектру яркости  $B_{\Delta\lambda}$  будем опускать индекс « $\Delta\lambda$ ».

Яркость неба в безоблачной атмосфере рассчитывалась для четырех спектральных участков – 0,50; 0,87; 1,245 и 2,137 мкм с типичными для фотометров аппаратными функциями. Оптические характеристики аэрозоля выбирались в соответствии с рекомендациями *WCP* [12] для континентальных условий; в интервале высот 0–12 км использовался экспо-

ненциальный профиль коэффициента ослабления аэрозоля [1]. Конкретные значения аэрозольной оптической толщи  $\tau_{aer}$  (для двух типов аэрозольного замутнения) и альбедо однократного рассеяния  $\Lambda_{aer}$  для различных спектральных участков будут приведены в табл. 2, столбцы 2, 3. Зенитный угол детектора в области горизонта составлял  $\xi = 89^\circ$ . Основные расчеты выполнены для зенитных углов Солнца  $\xi_\odot = 60 \pm 85^\circ$ , азимутальных углов наблюдения в диапазоне  $0 \leq \phi \leq 180^\circ$  и альбедо подстилающей поверхности  $A_s = 0,2; 0,8$ .

Эффективные коэффициенты поглощения рассчитаны с использованием спектроскопической базы данных HITRAN-2000 [<http://www.hitran.com>]. Вертикальные профили температуры, давления воздуха и концентраций атмосферных газов ( $H_2O$ ,  $CO_2$ ,  $O_3$ ,  $CH_4$  и др.) задавались согласно метеомодели *AFGL* для лета умеренных широт [13]. Для заданных спектральных участков и зенитного угла Солнца  $\xi_\odot = 60^\circ$  оптические толщи поглощения  $\tau_{\Delta\lambda}^G(m) = -\ln T_{\Delta\lambda}^G(m)$  составили 0,02–0,07 (рис. 1).

Погрешность радиационных расчетов, обусловленная переходом от метода *LBL* к эффективным коэффициентам поглощения в неоднородной атмосфере, для рассматриваемых спектральных интервалов и указанных атмосферных условий не превышала 0,3–0,5% (количество членов ряда в (2)  $N = 10$ ). Поскольку относительная погрешность расчета  $B_i(r^*, \omega_k)$ ,  $i = 1, \dots, N$ , как правило, не выходила за пределы 1%, ошибки вычисления  $B_{\Delta\lambda}$  составляли примерно 1,5%.

## 2. Влияние аппаратной функции

Прежде чем перейти к радиационным расчетам, рассмотрим, насколько важно учитывать при их проведении вид аппаратной функции  $F(\lambda)$ , которая, в основном, определяется контуром пропускания светофильтра. Влияние  $F(\lambda)$  оценим на примере вычисления прямой радиации, поскольку, как будет показано ниже, влияние молекулярного поглощения и, следовательно, аппаратной функции на прямую и диффузную радиацию, как минимум, сопоставимо.

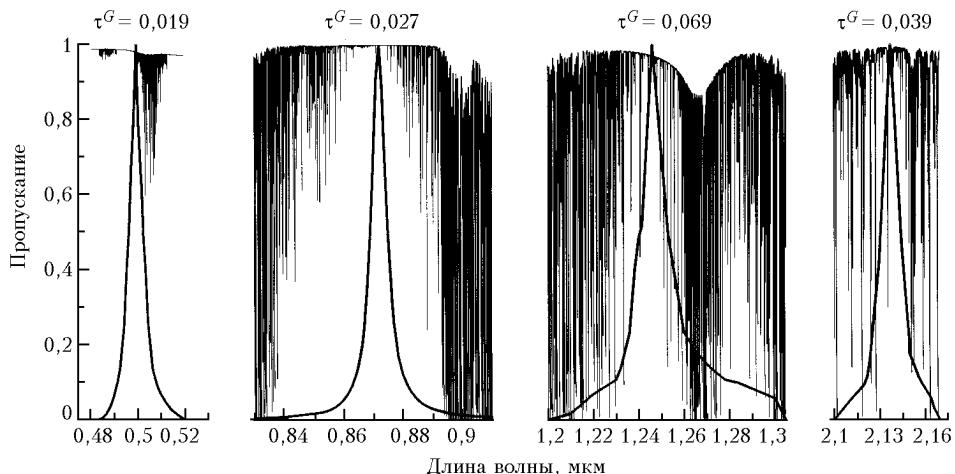


Рис. 1. Спектр поглощения, аппаратные функции интерференционных фильтров и оптические толщи поглощения для выбранных спектральных участков ( $\xi_\odot = 60^\circ$ )

Прямая радиация  $I_{\Delta\lambda}$ , измеряемая в спектральном интервале  $(\lambda_1, \lambda_2)$ , определяется соотношением

$$I_{\Delta\lambda} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_0(\lambda) T^A(\lambda) T^G(\lambda, m) F(\lambda) d\lambda, \quad (6)$$

где  $T^A(\lambda)$  – пропускание атмосферы, обусловленное молекулярным рассеянием и аэрозольным ослаблением. Ввиду малой селективности  $T^A(\lambda)$  и с учетом (1) формулу (6) можно упростить:

$$I_{\Delta\lambda} = I_{0,\Delta\lambda} T_{\Delta\lambda,\max}^A T_{\Delta\lambda}^G(m). \quad (7)$$

Здесь  $T_{\Delta\lambda,\max}^A$  – значение  $T^A(\lambda)$  в точке, соответствующей максимуму аппаратной функции.

В спектральных диапазонах, где нет заметного молекулярного поглощения, вместо реальной аппаратной функции  $F(\lambda)$  часто применяются ее различные приближения (как правило, в виде П-образного контура). Наличие полос поглощения атмосферными газами может радикально изменить ситуацию, и использование таких аппроксимаций вместо реального контура пропускания фильтра приведет к существенным погрешностям в радиационных расчетах. Необходимо также иметь в виду, что значительный вклад в величину  $T_{\Delta\lambda}^G$  (и, следовательно,  $I_{\Delta\lambda}$ ) может вносить поглощение излучения в участках, относящихся к крыльям контура пропускания фильтра, где точность описания  $F(\lambda)$  может быть достаточно низкой. В связи с последним обстоятельством возникает вопрос: насколько необходимо при расчетах  $I_{\Delta\lambda}$  учитывать  $F(\lambda)$  в пределах полного контура фильтра  $(\lambda_1, \lambda_2)$  или можно ограничиться рассмотрением более узкого спектрального интервала  $(\lambda'_1, \lambda'_2)$ ?

Рассмотрим эталонный модельный контур, максимально приближенный к реальному и заданный в спектральном интервале  $(\lambda_1, \lambda_2)$ . Оценим погрешность в расчетах  $I_{\Delta\lambda}$ , которая возникает при замене эталонного контура на его «усеченный» вариант в диапазоне  $(\lambda'_1, \lambda'_2)$ . Пусть  $\delta_T$  – относительная ошибка расчета полосовой функции пропускания:

$$\delta_T = \left( T_{\Delta\lambda}^{G,cut}(m) - T_{\Delta\lambda}^G(m) \right) / T_{\Delta\lambda}^G(m), \quad (8)$$

где

$$T_{\Delta\lambda}^{G,cut}(m) = \int_{\lambda_1}^{\lambda'_2} T^G(\lambda, m) F(\lambda) I_0(\lambda) d\lambda / \int_{\lambda_1}^{\lambda'_2} F(\lambda) I_0(\lambda) d\lambda.$$

Очевидным следствием формулы (8) является соотношение

$$T_{\Delta\lambda}^{G,cut}(m) = T_{\Delta\lambda}^G(m) (1 + \delta_T). \quad (9)$$

Тогда на основе (7) погрешность вычисления  $I_{\Delta\lambda}$

$$\delta_I = \left( T_{\Delta\lambda}^{G,cut}(m) \int_{\lambda_1}^{\lambda'_2} F(\lambda) I_0(\lambda) d\lambda - T_{\Delta\lambda}^G(m) I_{0,\Delta\lambda} \right) / \left( T_{\Delta\lambda}^G(m) I_{0,\Delta\lambda} \right)$$

может быть с учетом (10) преобразована к виду

$$\delta_I = (1 + \delta_T) \int_{\lambda_1}^{\lambda'_2} F(\lambda) I_0(\lambda) d\lambda / I_{0,\Delta\lambda} - 1. \quad (11)$$

Отсюда следует, что точность радиационных расчетов зависит от точности вычисления  $T_{\Delta\lambda}^G$  и для «усеченного» реального контура фильтра  $\delta_I \leq \delta_T$ .

Если вместо реальной аппаратной функции  $F(\lambda)$  используется какое-либо ее приближение  $F_1(\lambda)$ , то для оценки погрешности вычисления  $I_{\Delta\lambda}$  получается соотношение, аналогичное (11). В этом случае помимо  $\delta_T$  на значение  $\delta_I$  может в той или иной степени повлиять отношение функций  $F(\lambda)I_0(\lambda)$  и  $F_1(\lambda)I_0(\lambda)$ , проинтегрированных по соответствующим спектральным участкам.

Оценим относительные погрешности расчетов полосовой функции пропускания, которые являются следствием использования различных аппроксимаций  $F(\lambda)$  и обрезания интервала  $(\lambda_1, \lambda_2)$ , на примере типичной для интерференционного фильтра аппаратной функции в спектральном участке 1,245 мкм для следующих ситуаций (табл. 1):

- 1) эталонный контур фильтра в интервале  $(\lambda_1, \lambda_2)$  с полушириной  $\Delta\lambda_{0,5} \approx 12$  нм (ширина в области 50%-го пропускания от максимума);
- 2) П-образный контур с шириной  $\sim \Delta\lambda_{0,5}$ ;
- 3) гауссовский контур, совпадающий с реальным в центральной части;
- 4) эталонный контур с усеченными крыльями  $(\lambda'_2 - \lambda'_1) \approx 5\Delta\lambda_{0,5}$ ;
- 5) эталонный контур с усеченными крыльями  $(\lambda''_2 - \lambda''_1) \approx 8\Delta\lambda_{0,5}$ .

Таблица 1

**Функции  $T_{\Delta\lambda}^G$  и оптические толщи  $t_{\Delta\lambda}^G$  для различных  $F(\lambda)$  при  $\xi_{\odot} = 60^\circ$  (лето умеренных широт;  $T_{\Delta\lambda}^{G,1}$  – функция пропускания для эталонного контура пропускания интерференционного фильтра)**

Характеристика	Вид аппаратной функции $F(\lambda)$				
	1	2	3	4	5
$T_{\Delta\lambda}^G$	0,9154	0,9673	0,9645	0,9285	0,9251
$(\Delta T_{\Delta\lambda}^G / T_{\Delta\lambda}^{G,1})$ , %	–	5,7	5,4	1,4	1,06
$t_{\Delta\lambda}^G = -\ln T_{\Delta\lambda}^G$	0,0884	0,0333	0,0362	0,0742	0,0778

Из приведенных результатов следует, что использование в «окнах прозрачности» ИК-диапазона упрощенных аппаратных функций  $F(\lambda)$  типа П-образного и гауссовского контуров приводит к ошибкам расчета полосовых функций пропускания более  $\approx 5\%$ . Расчеты, выполненные для 4-го и 5-го контуров, позволяют оценить вклад в  $T_{\Delta\lambda}^G(m)$  участков,

относящихся к крыльям контура пропускания фильтра. Они показывают, что для получения приемлемого соответствия численных расчетов и данных реальных измерений необходимо учитывать  $F(\lambda)$  в достаточно широком диапазоне спектра  $(\lambda'_2 - \lambda'_1) > 10\Delta\lambda_{0,5}$ .

### 3. Влияние молекулярного поглощения

Как отмечалось выше, в расчетах рассеянной радиации часто предполагается, что молекулярным поглощением можно пренебречь. Такое допущение имеет основание для «окон прозрачности» видимой области спектра и зенитных углов наблюдения до  $70-80^\circ$ , но не столь очевидно при переходе в ближний ИК-диапазон и к зенитным углам  $\xi > 80^\circ$ , когда роль кратного рассеяния, отягощенного поглощением, увеличивается. В связи с этим представляет интерес оценить влияние поглощения атмосферными газами на яркость неба не только для зондирования в направлении на горизонт, но и для известной задачи солнечного альмукантарата при больших зенитных углах.

Влияние молекулярного поглощения на расчеты яркости оценивалось в виде абсолютных ( $\Delta$ ) и относительных ( $\delta$ ) ошибок:

$$\Delta = B^A - B^{AG}, \quad \delta = 100\%(B^A - B^{AG}) / B^{AG}. \quad (12)$$

Здесь символы « $AG$ » и « $A$ » использованы для обозначения расчетов, выполненных с учетом и без учета молекулярного поглощения соответственно. Для полноты анализа дополнительно рассматривались ошибки в компонентах яркости, обусловленных однократным (символ « $0$ ») и многократным (символ « $m$ ») рассеянием.

Из общих соображений понятно, что ошибки (12) должны расти при увеличении молекулярного поглощения и количества актов взаимодействия, т.е. при увеличении оптической толщины поглощения и зенитного угла наблюдения. Наиболее просто это можно показать на примере компоненты яркости, обусловленной однократным рассеянием. Воспользовавшись исходными выражениями из работ [14, 15] для плоскопараллельной вертикально однородной атмосферы, однократно рассеянную радиацию в альмукантарата Солнца можно записать в следующем виде:

аэрозольная атмосфера –

$$B_{0,alm}^A(\theta) = I_{0,\Delta\lambda}[\tau_{aer}\Lambda_{aer}g_{aer}(\theta) + \tau_R g_R(\theta)]\exp[-(\tau_{aer} + \tau_R)m]; \quad (13a)$$

аэрозольно-газовая атмосфера –

$$B_{0,alm}^{AG}(\theta) = I_{0,\Delta\lambda}T_{\Delta\lambda}^G(m)[\tau_{aer}\Lambda_{aer}g_{aer}(\theta) + \tau_R g_R(\theta)]\exp[-(\tau_{aer} + \tau_R)m], \quad (13b)$$

где  $m \approx \sec\xi_\odot$  для  $\xi_\odot \leq 80^\circ$ ;  $\tau_R$  – оптическая толщина молекулярного (рэлеевского) рассеяния;  $g_{aer}(\theta)$  и

$g_R(\theta)$  – аэрозольная и рэлеевская индикатрисы рассеяния излучения;  $\theta$  – угол рассеяния, связанный с азимутальным углом  $\phi$  соотношением  $\cos\theta = \sin\xi\sin\xi_\odot\cos\phi + \cos\xi\cos\xi_\odot$ .

Аналогичные выражения можно записать для геометрии горизонтального наблюдения:

$$B_{0,H}^A(\theta) = I_{0,\Delta\lambda} \frac{\tau_{aer}\Lambda_{aer}g_{aer}(\theta) + \tau_R g_R(\theta)}{\tau_{aer} + \tau_R} \times \exp[-(\tau_{aer} + \tau_R)m], \quad (14a)$$

$$B_{0,H}^{AG}(\theta) = I_{0,\Delta\lambda}T_{\Delta\lambda}^G(m) \frac{\tau_{aer}\Lambda_{aer}g_{aer}(\theta) + \tau_R g_R(\theta)}{\tau_{aer} + \tau_R + \tau_{\Delta\lambda}^G(m)} \times \exp[-(\tau_{aer} + \tau_R)m]. \quad (14b)$$

Из (13), (14) несложно получить формулы для ошибок, возникающих при неучете поглощения:

$$\delta_{0,alm} = [T_{\Delta\lambda}^G(m)]^{-1} - 1,$$

в «окнах прозрачности» ( $T_{\Delta\lambda}^G \rightarrow 1$ )

$$\delta_{0,alm} \approx \tau_{\Delta\lambda}^G(m), \quad (15a)$$

$$\delta_{0,H} = [T_{\Delta\lambda}^G(m)]^{-1} \left[ 1 + \frac{\tau_{\Delta\lambda}^G}{\tau_{aer} + \tau_R} \right] - 1. \quad (15b)$$

(Выражения для абсолютных ошибок имеют аналогичный вид, так как  $\Delta = \delta B^{AG}$ ).

Полученные соотношения показывают, что так же, как для прямого излучения, пренебрежение поглощением атмосферными газами приводит к завышению радиации, а величина различий определяется наклонной оптической толщиной поглощения  $\tau_{\Delta\lambda}^G(m)$ . В геометрии горизонтального наблюдения (15b) ошибки возрастают с уменьшением оптической толщины ( $\tau_{aer} + \tau_R$ ), и при равенстве других оптических характеристик их величина больше, чем в альмукантарата Солнца:  $\delta_{0,H} > \delta_{0,alm}$ . Приведенные выше приближенные оценки касаются зависимости лишь однократной компоненты ошибок  $\delta_0$  от основного фактора – молекулярного поглощения. Влияние других условий на величину ошибок  $\Delta$  и  $\delta$  дают результаты численного моделирования, полученные для сферической вертикально неоднородной атмосферы.

На рис. 2 представлены результаты расчетов диффузной радиации  $B^A(\phi)$ ,  $B^{AG}(\phi)$  и величины различий  $\Delta(\phi)$  для двух значений аэрозольной толщины и альбедо подстилающей поверхности. Как в альмукантарата Солнца, так и при зондировании в горизонтальном направлении угловой ход абсолютных ошибок  $\Delta(\phi)$  качественно повторяет зависимость яркости  $B^{AG}(\phi)$  с максимальными значениями в области углов рассеяния «вперед». Увеличение  $A_s$  приводит к росту абсолютных ошибок, что является следствием увеличения актов рассеяния и поглощения, тогда как величина относительных ошибок  $\delta$  меняется несущественно.

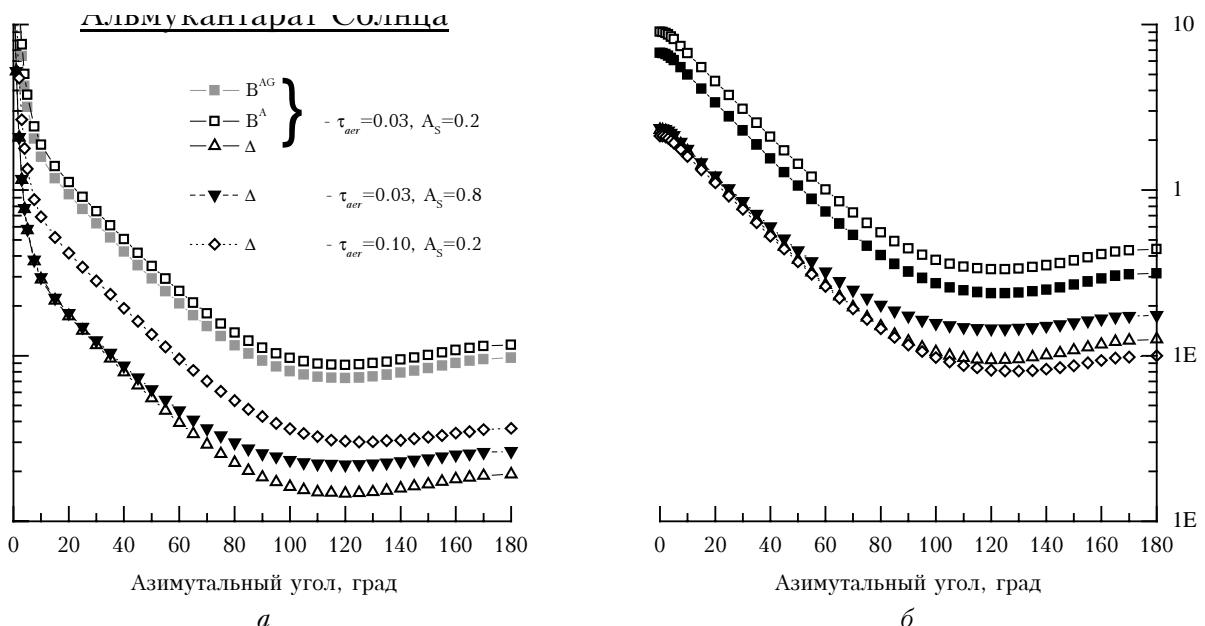


Рис. 2. Угловые зависимости яркости неба  $B^{AG}$ ,  $B^A$  и абсолютных ошибок  $\Delta$  в альмукантаре Солнца (a) и области горизонта (б) ( $\lambda = 1,245$  мкм;  $\xi_\odot = 80^\circ$ )

Влияние аэрозольной оптической толщины на  $\Delta$  зависит от геометрии эксперимента. Как следует из обобщенных данных для разных условий и спектральных каналов (табл. 2, рис. 2), при наблюдениях в альмукантаре Солнца рост  $\tau_{aer}$  приводит к увеличению абсолютных различий  $\Delta_{alm}$ , тогда как значения  $\delta_{alm}$  остаются почти неизменными. Зависимость  $\Delta_H$  и  $\delta_H$  от  $\tau_{aer}$  в области горизонта не является однозначной и определяется совокупностью ряда факторов, в частности, сложным влиянием сферичности атмосферы при изменении  $\tau_{aer}$  и зенитного угла Солнца.

Ошибки в разных спектральных каналах распределены в соответствии с величиной оптических толщин поглощения  $\tau_{\Delta\lambda}^G(m)$ . Из приведенных на рис. 3 результатов следует, что для альмукантарата Солнца

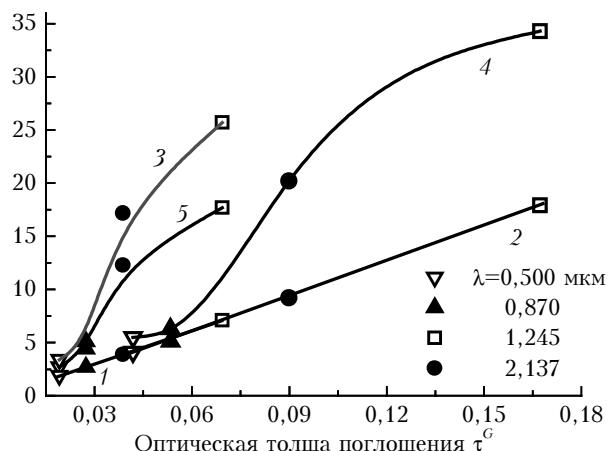


Рис. 3. Влияние неучета молекулярного поглощения на яркость неба в зависимости от  $\tau_{\Delta\lambda}^G(m)$  для  $A_s = 0,2$ ,  $\tau_{aer} = 0,03$ ,  $\varphi = 0^\circ$ : 1 –  $\delta_{alm}(\xi_\odot = 60^\circ)$ ; 2 –  $\delta_{alm}(\xi_\odot = 80^\circ)$ ; 3 –  $\delta_H(\xi_\odot = 60^\circ)$ ; 4 –  $\delta_H(\xi_\odot = 80^\circ)$ ; 5 –  $\delta_H(\xi_\odot = 80^\circ; \tau_{aer} = 0,1)$

(кривые 1, 2) зависимость  $\delta_{alm} = f(\tau_{\Delta\lambda}^G)$  близка к линейной и практически совпадает с приближенной формулой для однократного рассеяния (15а). В области горизонта зависимость  $\delta_H$  от  $\tau_{\Delta\lambda}^G(m)$  имеет более сложный характер (кривые 3–5), так как  $\delta_H$  определяется также значениями  $\tau_{aer}$  и  $\xi_\odot$  [см. приближение (15б)]. Тем не менее общая тенденция состоит в увеличении  $\delta_H$  при росте молекулярного поглощения и зенитного угла  $\xi_\odot$ .

Отметим, что в широком диапазоне входных параметров задачи для всех спектральных интервалов (см. табл. 2) выполняется соотношение  $\delta_H > \delta_{alm}$ , а общий диапазон ошибок находится в пределах  $\delta \approx 2\text{--}40\%$ : минимальные значения имеют место в спектральном канале 0,5 мкм в альмукантаре Солнца ( $\xi_\odot = \xi = 60^\circ$ ); максимальные – в канале 1,245 мкм при наблюдении в области горизонта ( $\xi_\odot = 80^\circ$ ,  $\xi = 89^\circ$ ).

В заключение данного раздела рассмотрим зависимость  $\delta$  и относительных погрешностей однократного ( $\delta_0$ ) и многократного ( $\delta_m$ ) рассеяния от azimuthального угла наблюдения  $\varphi$  (рис. 4). В альмукантаре Солнца, независимо от  $\tau_{aer}$  и других условий, однократная компонента  $\delta_{0,alm}(\varphi) \approx \text{const}$ , а многократная  $\delta_{m,alm}(\varphi)$  монотонно увеличивается с ростом  $\varphi$  (в каналах со слабым поглощением это практически не проявляется). При наблюдениях в горизонтальном направлении угловой ход  $\delta_H$ ,  $\delta_{0,H}$  и  $\delta_{m,H}$  при малых аэрозольных оптических толщинах выражен незначительно. По мере увеличения  $\tau_{aer}$  зависимость относительных различий от azimuthального угла наблюдения несколько усиливается, особенно для компоненты однократного рассеяния  $\delta_{0,H}$  и  $\delta_H$ .

Во всех случаях максимальная погрешность, обусловленная неучетом молекулярного поглощения, имеет место для многократной компоненты:

Таблица 2

**Абсолютные  $\Delta$  (мкВт · см<sup>-2</sup> · сп<sup>-1</sup>) и относительные  $\delta$  (%) ошибки расчета диффузной радиации (спектральные каналы расположены в порядке увеличения  $\tau_{\text{aer}}^G(m)$ ,  $A_s = 0,2$ )**

$\lambda$ , мкм	$\Lambda_{\text{aer}}$	$\tau_{\text{aer}}$	$\xi_{\odot} = 60^\circ$				$\xi_{\odot} = 80^\circ$			
			$\varphi = 10^\circ$		$\varphi = 90^\circ$		$\varphi = 10^\circ$		$\varphi = 90^\circ$	
			$-\Delta \cdot 10^{-8}$	$-\delta, \%$	$-\Delta \cdot 10^{-8}$	$-\delta, \%$	$-\Delta \cdot 10^{-8}$	$-\delta, \%$	$-\Delta \cdot 10^{-8}$	$-\delta, \%$
Альмукантарат Солнца ( $\xi = \xi_{\odot}$ )										
0,50	0,898	0,06	2,8	2,0	0,9	2,3	9,3	5,2	2,6	5,6
		0,4	7,7	1,9	1,4	2,2	9,2	5,1	1,8	5,3
0,87	0,840	0,03	2,5	2,8	0,3	3,1	8,5	4,2	0,9	4,4
		0,2	11,9	2,8	1,2	3,1	23,6	4,2	1,9	4,3
2,137	0,771	0,03	2,8	3,9	0,1	4,9	14,3	9,4	0,3	10,6
		0,1	8,6	4,0	0,3	4,8	35,5	9,4	1,0	10,6
1,245	0,781	0,03	5,5	7,3	0,5	8,6	28,9	18,2	1,8	19,8
		0,1	16,3	7,3	1,3	8,5	68,9	18,3	4,3	20,1
Горизонт ( $\xi = 89^\circ$ )										
0,50	0,898	0,06	8,3	3,0	2,9	3,3	16,1	6,0	2,8	6,3
		0,4	5,6	2,2	1,7	2,4	4,7	5,3	1,2	5,3
0,87	0,840	0,03	19,9	5,1	4,3	5,4	37,8	5,5	3,4	5,9
		0,2	20,0	4,0	3,9	4,1	23,8	4,7	2,3	4,7
2,137	0,771	0,03	25,9	17,2	3,7	18,0	90,1	20,3	3,0	21,3
		0,1	28,5	12,3	4,2	12,8	88,2	16,2	3,4	17,0
1,245	0,781	0,03	71,8	25,8	13,1	28,4	171,7	34,5	12,2	37,9
		0,1	71,9	17,7	12,7	18,4	159,7	27,4	11,6	28,3

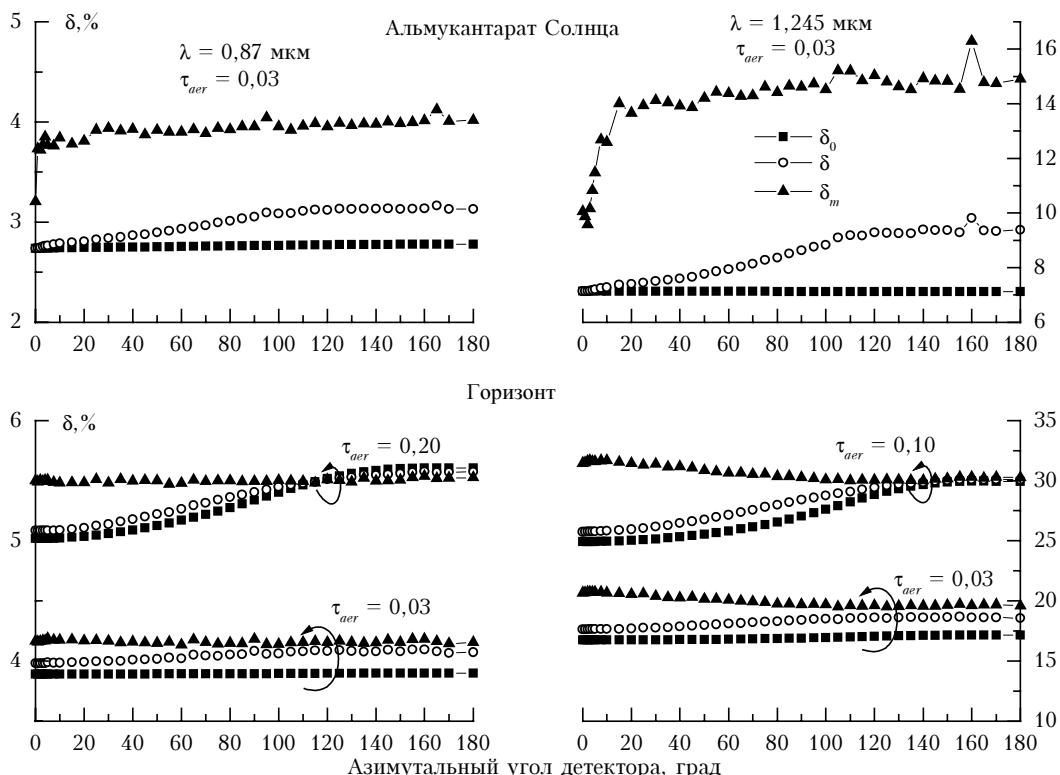


Рис. 4. Азимутальные зависимости относительных погрешностей расчета яркости для различных спектральных каналов ( $\xi_{\odot} = 60^\circ$ ,  $A_s = 0,2$ )

$\delta_m > \delta$ ,  $\delta_m > \delta_0$ . Вместе с тем величина ошибки  $\delta$  не сильно отличается от однократной компоненты  $\delta_0$ , и азимутальная зависимость  $\delta(\varphi)$  близка к линейной  $\delta(\varphi) \approx \delta_0(\varphi = 0)(1 + K\varphi)$ : например, в солнечном альмукантарате  $\delta(\varphi = 0) \approx \delta_0(\varphi = 0)$ , а при  $90^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$   $\delta(\varphi)$  и  $\delta_0(\varphi)$  различаются не более чем в 1,2 раза. Этот факт может иметь полезное практическое значение, а именно: для учета молекулярного поглощения при расчетах поля яркости можно

сначала вычислить яркость неба в приближении аэрозольной атмосферы  $B^A$  на основе любой доступной процедуры, а затем ввести поправку на поглощение атмосферными газами на основе данных о  $\delta_0$ , характеризующей различие расчетов яркости для однократной компоненты. Покажем это на примере яркости неба в альмукантарате. В соответствии с (12) яркость  $B^{AG} = B^A / (1 - \delta)$ , а величину  $\delta$ , как отмечалось выше, можно представить в виде

линейной зависимости от  $\phi$ . Тогда, учитывая (15а), окончательно получим

$$B^{AG}(\phi) \approx B^A(\phi) / [1 - \delta_0(1 + K\phi)] = \\ = B^A(\phi) / [1 - (1 + K\phi)\tau_{\Delta\lambda}^G(m)], \quad (16)$$

где коэффициент  $K$  для всех рассмотренных условий изменяется в небольших пределах  $K \approx (1,25 \pm 0,2) \cdot 10^{-3}$ .

#### 4. Влияние аэрозоля

В «окнах прозрачности» коротковолновой области спектра основное влияние на приходящую радиацию оказывает аэрозоль. Угловая зависимость однократной компоненты яркости в пригоризонтной области небосвода  $B_{0,H}^{AG}(\theta)$  определяется индикатрикой рассеяния света на уровне подстилающей поверхности  $h = 0$ , учитывающей относительный вклад индикатрис аэрозольного  $g_{aer}(\theta)$  и молекулярного  $g_R(\theta)$  рассеяния (см. [1]):

$$g(\theta) = \frac{\sigma_{aer}(0)\Lambda_{aer}(0)}{\sigma_{aer}(0)\Lambda_{aer}(0) + \sigma_R(0)} g_{aer}(\theta) + \\ + \frac{\sigma_R(0)}{\sigma_{aer}(0)\Lambda_{aer}(0) + \sigma_R(0)} g_R(\theta),$$

где  $\sigma_{aer}$  и  $\sigma_R$  – коэффициенты аэрозольного ослабления и молекулярного рассеяния.

Многократно рассеянная компонента яркости имеет качественно такую же угловую структуру, но ее зависимость от  $g(\theta)$  более сложная и вытянутость  $B_{m,H}^{AG}(\theta)$  не столь значительна по сравнению с  $B_{0,H}^{AG}(\theta)$ . Для типичных значений аэрозольной оптической толщины угловый ход яркости  $B_H^{AG}(\theta)$  формируется в основном  $B_{0,H}^{AG}(\theta)$  (рис. 5).

Более подробно закономерности формирования поля яркости вблизи горизонта  $B_H^{AG}(\xi, \phi)$  будут рассмотрены в последней – 3-й части работы; здесь мы ограничимся обсуждением вопроса о влиянии на яркость неба аэрозольной оптической толщи и альбедо однократного рассеяния на примере спектрального интервала 0,5 мкм ( $\tau_R = 0,146$ ;  $A_s = 0,2$ ).

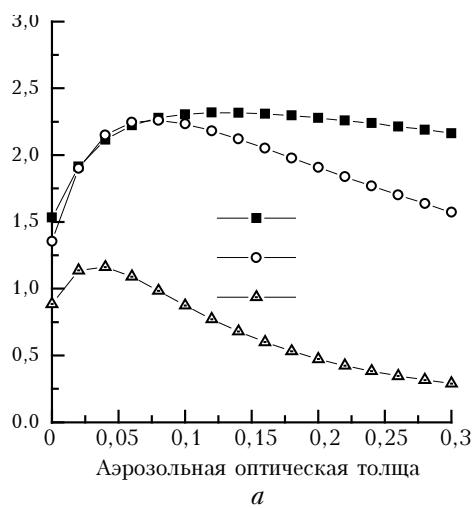


Рис. 6. Зависимость яркости в пригоризонтной области небосвода от аэрозольной оптической толщи для двух азимутальных углов детектора

В соответствии с теорией переноса излучения в атмосфере на зависимость диффузной радиации от  $\tau_{aer}$  оказывают воздействие два фактора. С одной стороны, возрастание аэрозольной оптической толщины означает рост числа рассеивателей и, следовательно, обуславливает увеличение яркости. С другой стороны, приращение  $\tau_{aer}$  приводит к более значимому ослаблению излучения, достигающего элементарного рассеивающего объема и, как следствие, обуславливает уменьшение диффузной радиации. Конкуренция этих противоположных факторов может быть причиной отклонения от монотонной зависимости яркости неба при росте аэрозольной оптической толщины. Наличие и положение максимума яркости неба как функции  $\tau_{aer}$  определяется также геометрией эксперимента и значениями других оптических характеристик атмосферы.

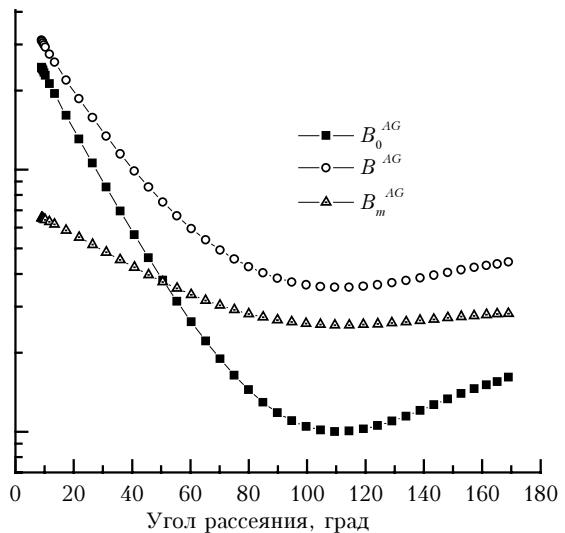
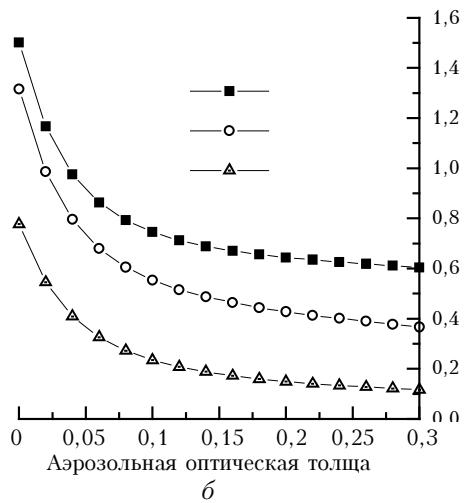


Рис. 5. Угловая структура яркости  $B_H^{AG}(\phi)$  и ее одно-  $B_{0,H}^{AG}(\phi)$  и многократно рассеянной компонент  $B_{m,H}^{AG}(\phi)$  при  $\tau_{aer} = 0,2$  и  $\xi_\odot = 85^\circ$

На рис. 6 представлены расчеты яркости неба в пригоризонтной области для типичных аэрозольных толщ и зенитных углов Солнца  $\xi_\odot \geq 60^\circ$ .



При азимутальных углах наблюдения  $\phi < 90^\circ$  яркость  $B_H^{AG}$  имеет хорошо выраженный максимум, положение которого смещается в область меньших значений  $\tau_{aer}$  по мере увеличения  $\xi_\odot$  (рис. 6, а). При увеличении азимута ( $\phi > 90^\circ$ )  $B_H^{AG}(\tau_{aer})$  превращается в монотонно убывающую функцию  $\tau_{aer}$  (рис. 6, б). Анализ результатов показывает, что при больших зенитных углах Солнца  $\xi_\odot \geq 75^\circ$  и  $\tau_{aer} \geq 0,05$  яркость пригоризонтной области небосвода убывает с увеличением  $\tau_{aer}$  во всем диапазоне углов наблюдения  $0 \leq \phi \leq 180^\circ$  (рис. 7).

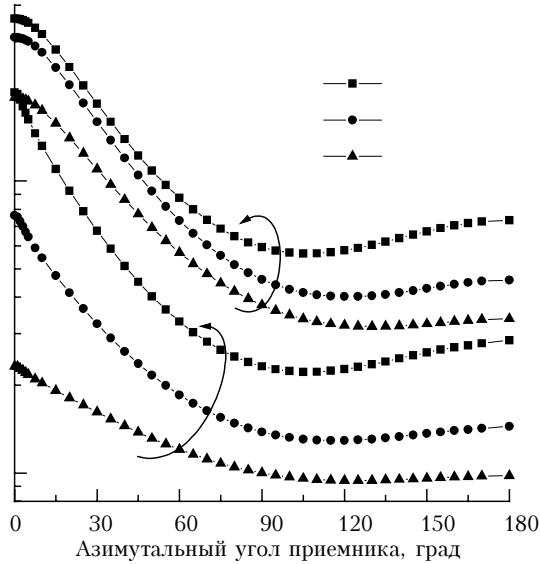


Рис. 7. Влияние аэрозольной оптической толщины на угловую структуру яркости  $B_H^{AG}(\phi)$  при различных зенитных углах Солнца

Заметим, что немонотонный характер зависимости яркости  $B_H^{AG}(\tau_{aer})$  определяется прежде всего ее однократной компонентой; качественно аналогично ведет себя многократная компонента, но ее максимум менее выражен и смещен в сторону больших значений  $\tau_{aer}$ .

В работе [1] мы показали, что влияние вариаций альбедо однократного рассеяния аэрозоля на  $h > 2$  км на  $B_H^{AG}(\phi)$  является пренебрежимо малым. Рассмотрим, как зависит приходящая радиация от  $\Lambda_{aer}$  в более плотном приземном слое  $h < 2$  км.

Из анализа результатов расчетов следует, что в отличие от аэрозольной толщи зависимость  $B_H^{AG}$  и ее составляющих от  $\Lambda_{aer}$  является более простой и характеризуется практически линейным спадом при уменьшении  $\Lambda_{aer}$ . Для понимания механизма воздействия  $\Lambda_{aer}$  на поле яркости приходящей радиации рассмотрим, как меняются  $B_H^{AG}$ ,  $B_{0,H}^{AG}$  и  $B_{m,H}^{AG}$  в пределах типичного диапазона значений  $0,85 \leq \Lambda_{aer} \leq 1$  и  $\tau_{aer} = 0,2$  (рис. 8).

Однократно рассеянная компонента яркости формируется под воздействием «индикатрисного» эффекта [формула (14)]:

1) в направлении рассеяния «вперед» ( $\phi = 30^\circ$ ) преобладающее влияние на величину  $B_{0,H}^{AG}(\phi)$  оказы-

вает аэрозоль, вследствие чего диапазоны изменения  $B_{0,H}^{AG}(\phi)$  и  $\Lambda_{aer}$  практически совпадают (~ 17%);

2) при больших азимутах ( $\phi = 150^\circ$ ) увеличивается роль молекулярного рассеяния и влияние  $\Lambda_{aer}$  на компоненту  $B_{0,H}^{AG}(\phi)$  ослабевает (~ 10%).

Более существенная зависимость от  $\Lambda_{aer}$  наблюдается для многократной компоненты яркости из-за увеличения актов «рассеяния и поглощения»: в зависимости от  $\phi$  изменения  $B_{m,H}^{AG}$  составляют 30–36%. Увеличение в указанных пределах поглощающей способности аэрозоля сопровождается уменьшением яркости неба на 26–32%. Важно, что изменение зенитного угла Солнца практически не сказывается на зависимости яркости  $B_H^{AG}$  от  $\Lambda_{aer}$ .

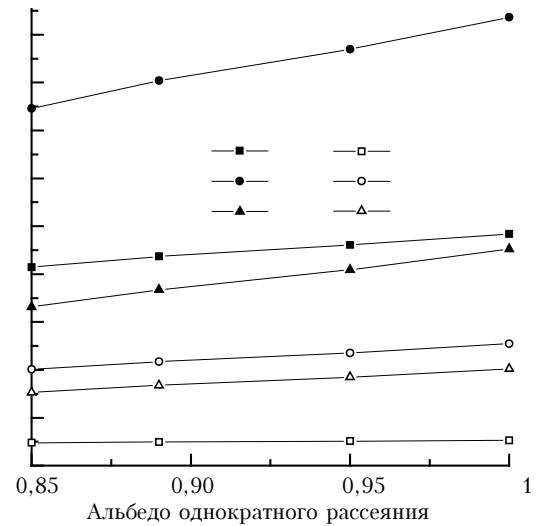


Рис. 8. Зависимость яркости от альбедо однократного рассеяния аэрозоля при  $\tau_{aer} = 0,2$  и  $\xi_\odot = 75^\circ$

Отметим, что рассмотренные закономерности формирования яркости неба в пригоризонтной области небосвода остаются справедливыми и для других «окон прозрачности» коротковолновой области спектра.

## Заключение

В данной статье описан эффективный алгоритм расчета диффузной солнечной радиации методом сопряженных блужданий в сферической безоблачной атмосфере. Молекулярное поглощение и спектральные аппаратные функции фотометров учитываются через параметры разложения функции пропускания в ряд экспонент.

На ряде типичных примеров (спектральных участков и атмосферных условий) показана необходимость учета поглощения атмосферными газами при расчетах яркости неба в «окнах прозрачности» при больших зенитных углах наблюдения. Показано, что пренебрежение молекулярным поглощением приводит к относительным погрешностям  $\delta = 2\text{--}40\%$ , зависящим в основном от наклонной оптической толщины поглощения, причем эти погрешности возрастают

при переходе от измерений в альмукантаре Солнца к измерениям в пригоризонтной зоне небосвода. Особенности поведения относительной погрешности  $\delta$  открывают возможность приближенного учета молекулярного поглощения при проведении расчетов полей яркости [например, для альмукантара в виде аппроксимации (16)].

На примере спектрального канала 0,5 мкм рассмотрено влияние аэрозоля на яркость неба в пригоризонтной зоне небосвода. Показано, что для азимутальных углов наблюдения  $\phi < 90^\circ$  зависимость яркости неба от аэрозольной толщи может быть немонотонной с максимумом в области  $\tau_{aer} \approx 0,03-0,15$ . Эта закономерность может наблюдаться и для отдельных компонент яркости, обусловленных однократным и многократным рассеянием. Яркость неба в задней полусфере (относительно направления на Солнце) монотонно уменьшается с ростом  $\tau_{aer}$  для типичных атмосферных условий.

Зависимость яркости неба вблизи горизонта от альбедо однократного рассеяния близка к линейной (увеличение яркости с ростом  $\Lambda_{aer}$ ) и более значимо оказывается на радиации, обусловленной многократным рассеянием. Влияние  $\Lambda_{aer}$  на однократную компоненту яркости максимально вблизи солнечного вертикала ( $\phi \rightarrow 0$ ), где диапазоны изменения яркости и  $\Lambda_{aer}$  совпадают. При увеличении азимута зависимость  $B_H^{AG}(\Lambda_{aer})$  становится все более слабой из-за перераспределения вклада аэрозольного и молекулярного рассеяния.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 02-05-64492) и DOE's ARM Program (контракт № 5012).

1. Журавлева Т.Б., Насреддинов И.М., Сакерин С.М. Численное моделирование угловой структуры яркости неба вблизи горизонта при наблюдении с Земли. Часть I. Аэрозольная атмосфера // Оптика атмосф. и океана. 2003. Т. 16. № 5–6. С. 537–545.
2. Лившиц Г.Ш. Рассеяние света в атмосфере. Алма-Ата: Наука, 1965. 177 с.

*T.B. Zhuravleva, I.M. Nasredinov, S.M. Sakerin, K.M. Firsov, T.Yu. Chesnokova. Numerical simulation of angular structure of the near-horizon sky brightness in ground-based observations. Part 2. The aerosol-gas atmosphere.*

An efficient algorithm is presented for calculation of the diffuse solar radiation by the conjugate walk method in the spherical aerosol-gas. Molecular absorption and spectral instrumental function of photometers are taken into account through parameters of exponential series expansion of the transmission function. Based on the results of computer simulation it is shown that the neglect of molecular absorption in atmospheric windows leads to errors in radiative calculations, which increase as well pass on from the solar almucantar to the near-horizon sky zone, and under typical atmospheric conditions these errors are 2 to 40%. The effect of aerosol on the diffuse radiation shows itself in the following regularities: the sky brightness decreases almost linearly with the decrease of the single scattering albedo, while its dependence on the aerosol depth may be nonmonotonic for azimuth observation angles smaller than  $90^\circ$ .

3. Dubovik O., Holben B., Kaufman Y., Yamasoe M., Smirnov A., Tanre D., and Slutsker I. Single-scattering albedo of smoke retrieved from the sky radiance and solar transmittance measured from ground // J. Geophys. Res. D. 1998. V. 103. №. 24. P. 31903–31923.
4. Фирсов К.М., Чеснокова Т.Ю., Белов В.В., Серебренников А.Б., Пономарев Ю.Н. Ряды экспонент в расчетах переноса излучения методом Монте-Карло в пространственно неоднородных аэрозольно-газовых средах // Вычисл. технол. 2002. Т. 7. № 5. С. 77–87.
5. J. of Geophys. Res. 1991. V. 96 (D5).
6. Мицель А.А., Фирсов К.М., Фомин Б.А. Перенос оптического излучения в молекулярной атмосфере. Томск: СТТ, 2001. 444 с.
7. Chou M., Kouvaris L. Calculations of transmission functions in the Infrared CO<sub>2</sub> and O<sub>3</sub> bands // J. Geophys. Res. D. 1991. V. 96. № 5. P. 9003–9012.
8. Riviere Ph., Soufani A., Taine J. Correlated-k and fictitious gas methods for H<sub>2</sub>O near 2.7 μm // J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer. 1992. V. 48. № 2. P. 187–203.
9. Stam D.M., Stammes P., Hovenier J.W., de Haan J.F. The correlated k-distribution method for polarised light // Proc. of the International Radiation Symposium, IRS '96: Current Problems in Atmospheric Radiation. Fairbanks, Alaska, 19–24 August 1996. P. 830–833.
10. Armbruster W., Fisher J. Improved method of exponential sum fitting of transmission to describe the absorption of atmospheric gases // Appl. Opt. 1996. V. 35. № 12. P. 1931–1941.
11. Ellingson R.G. The state of the ARM-IRF Accomplishments trough 1997 // Proc. of the Eighth Atmospheric Radiation Measurement (ARM) Science Team Meeting. Tuscon, Arisona. 1998. P. 245–248.
12. A preliminary cloudless standard atmosphere for radiation computation. World Climate Research Programme. WCP 112, WMO/TD N 24. 1986. 60 p.
13. Anderson G., Clough S., Kneizys F., Chetwynd J., and Shettle E. 1986: AFGL Atmospheric Constituent Profiles (0–120 km), Air Force Geophysics Laboratory, AFGL-TR-86-0110, Environmental Research Paper N. 954.
14. Плясковская-Фесенкова Е.В. Исследование рассеяния света в земной атмосфере. М.: Изд-во АН СССР, 1957. 219 с.
15. Смиржалов В.А. Прикладная оптика атмосферы. СПб.: Гидрометеоиздат, 1997. 334 с.