

Ф.А. Стариков

Распространение излучения с частичной пространственной когерентностью в поперечно ограниченной случайно-неоднородной усиливающей среде

Российский федеральный ядерный центр – ВНИИЭФ, г. Саров, Нижегородской обл.

Поступила в редакцию 21.02.2000 г.

С помощью квазиоптического уравнения для поперечной корреляционной функции амплитуды поля исследуется распространение лазерного излучения с частичной пространственной когерентностью в поперечно-ограниченной оптически неоднородной протяженной активной среде. Учитываются дифракция, рефракция на регулярном профиле диэлектрической проницаемости, регулярное усиление, рассеяние на флуктуациях диэлектрической проницаемости и усиления, рассеяние на случайных осевых отклонениях среды. Показано, что флуктуации коэффициента усиления приводят к дополнительному регулярному усилению спонтанного излучения, которое доминирует над рассеянием излучения на них. При условии мелкомасштабности осевых флуктуаций и малости усиления на их продольной длине корреляции они слабо влияют на интенсивность усиленного спонтанного излучения, тогда как их влияние на когерентность может быть более заметным.

Введение

Распространение излучения в поперечно ограниченной среде имеет особенности по сравнению с распространением в поперечно неограниченной статистически-однородной среде (например, при свободном распространении в атмосфере) в зависимости от граничных условий на боковой поверхности. Так, в случае протяженного свободно разлетающегося усиливающего плазменного шнура излучение, вышедшее через боковую поверхность шнура, уже не может участвовать в процессах рассеяния и рефракции и вернуться в плазменный канал, однако может давать заметный вклад в выходное распределение интенсивности излучения. При усилении спонтанного (пространственно некогерентного) излучения в случайно-неоднородной среде конкурирует ряд процессов, которые часто взаимно противоположны. С одной стороны, пространственная селекция излучения в усиливающем канале ведет к улучшению когерентности и обострению диаграммы направленности излучения, а, с другой – рассеяние излучения ухудшает качество пучка. Это дополнительно осложняется наличием регулярной рефракции и ее особенностями, неоднородностью усиления, наличием нерезонансного поглощения и т.п. Данная проблема подробно изложена в обзоре [1].

Для описания распространения сравнительно узконаправленных пучков частично-когерентного лазерного излучения в оптически неоднородных усиливающих средах традиционным является использование квазиоптического параболического уравнения для комплексной амплитуды поля излучения. Метод классической геометрической оптики неприемлем, и учитывать волновые эффекты необходимо, когда дифракционная длина излучения на поперечном размере оптических неоднородностей такая же или больше длины трассы распространения. Описать реальные ситуации позволяет численное решение параболического уравнения при произвольных распределениях оптических

параметров [2–5]. Но при наличии флуктуаций поля излучения источника нужно проводить множество численных расчетов параболического уравнения с усреднением параметров выходного излучения по времени или ансамблю [3–5], что требует много компьютерного времени. При дополнительном включении в рассмотрение случайных параметров среды метод параболического уравнения тем более усложняется.

Обойти проблему усреднения по ансамблю реализаций и наиболее просто найти средние энергетические и когерентные свойства излучения позволяет переход от параболического уравнения к уравнению для поперечной корреляционной функции (ПКФ) комплексной амплитуды поля [6–8]. Когда поперечная длина когерентности существенно меньше ширины пучка, ПКФ-метод позволяет получить результат в численных расчетах значительно быстрее, чем в методе статистических испытаний параболического уравнения [5]. С помощью ПКФ-метода проведены исследования динамики спонтанного излучения в усиливающей случайно-неоднородной среде (см., например, [7, 9–15], а также обзор [1]). Важно, что уравнение для ПКФ решается не только численно, но и, в отличие от стохастического параболического уравнения, допускает в ряде случаев аналитические решения и оценки, что позволяет глубже понять динамику излучения.

В работах [7, 9–15] получены основные закономерности динамики спонтанного излучения в активной среде с флуктуациями диэлектрической проницаемости, аналогичными обычным турбулентным флуктуациям в атмосфере. В работе [16] рассматривалось влияние осевой неоднородности среды, т.е. ее хаотического поперечного смещения, на усиливающееся когерентное излучение. В настоящей работе в рамках ПКФ-метода проводятся одновременный учет обычных и осевых флуктуаций диэлектрической проницаемости и коэффициента усиления и сравнение их влияния на усиленное спонтанное излучение.

1. Уравнение для ПКФ и его анализ

Динамика излучения в оптически неоднородной активной среде в квазистационарном случае описывается параболическим уравнением для медленно меняющейся комплексной амплитуды поля излучения E :

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \frac{i}{2k} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}^2} + \frac{ik}{2} [\varepsilon(\mathbf{r}, z) = 1] - \frac{\alpha(\mathbf{r}, z)}{2} \right] E(\mathbf{r}, z) = 0, \quad (1)$$

где $\mathbf{r} = i\mathbf{x} + j\mathbf{y}$ – поперечный радиус-вектор; z – продольная координата; k – волновое число; α – коэффициент усиления слабого сигнала (важный случай нелинейности α , см. подробно в [1, 15]); ε – диэлектрическая проницаемость ($\varepsilon \approx 1$).

Аналитически решить уравнение (1) в общем виде невозможно. Широкое практическое применение имеет его прямое численное решение. При этом шаг поперечной сетки $\Delta x \sim \lambda/\theta$, где θ – максимальный угол расходимости излучения в процессе решения. При существенной роли оптических неоднородностей количество счетных точек велико, а шаг интегрирования по z $\Delta z \sim k\Delta x^2$ мал. Поэтому, например для коротковолнового диапазона, современные вычислительные средства позволяют рассматривать только плоскую среду [3, 4]. Кроме того, полученные решения параболического уравнения следует усреднять по ансамблю реализаций поля и параметров среды, что требует много времени для расчетов.

Для того чтобы обойти проблему усреднения по ансамблю реализаций, из стохастического уравнения (1) получаем уравнение для второго момента амплитуды поля – поперечной корреляционной функции (ПКФ) $B = \langle E(\mathbf{r}_1, z) E^*(\mathbf{r}_2, z) \rangle$, где угловые скобки означают статистическое усреднение. При усреднении учитываем наличие в плазме случайных оптических неоднородностей двух типов. Первый тип отвечает «обычным» флуктуациям диэлектрической проницаемости и усиления, которые характеризуются пространственным спектром, дисперсией и длинами корреляции. По способу описания они аналогичны, например, флуктуациям турбулентной атмосферы. Второй тип флуктуаций связан с хаотическими отклонениями среды (например, плазменного шнура) как целого от прямолинейного вида. Их можно назвать осевыми флуктуациями (в англоязычной литературе употребляется термин «hose-like» [16]). Осевые флуктуации логично моделировать как хаотическое поперечное смещение регулярных профилей коэффициента усиления и показателя преломления. Поэтому ε и α представлены в виде:

$$\varepsilon(\mathbf{r}, z) = \bar{\varepsilon}(\mathbf{r} + \tilde{\mathbf{r}} z) + \tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}, z);$$

$$\alpha(\mathbf{r}, z) = \bar{\alpha}(\mathbf{r} + \tilde{\mathbf{r}} z) + \tilde{\alpha}(\mathbf{r}, z),$$

где $\bar{\varepsilon}$ и $\bar{\alpha}$ – регулярные составляющие; $\tilde{\varepsilon}$ и $\tilde{\alpha}$ – флуктуационные составляющие; $\tilde{\mathbf{r}}$ – случайное поперечное смещение регулярных профилей $\bar{\varepsilon}$ и $\bar{\alpha}$. Флуктуации $\tilde{\varepsilon}$, $\tilde{\alpha}$, $\tilde{\mathbf{r}}$ статистически независимы и имеют нулевые средние. Считая осевые флуктуации поперечно мелкомасштабными, когда выполняются условия $\nabla_{\perp} \bar{\varepsilon} \gg L_{\perp} \nabla_{\perp}^2 \bar{\varepsilon}$ и $\nabla_{\perp} \bar{\alpha} \gg L_{\perp} \nabla_{\perp}^2 \bar{\alpha}$, получаем

$$\varepsilon(\mathbf{r}, z) \cong \bar{\varepsilon}(\mathbf{r}, z) + \tilde{\mathbf{r}}(z) \nabla_{\perp} \bar{\varepsilon}(\mathbf{r}, z) + \tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}, z);$$

$$\alpha(\mathbf{r}, z) \cong \bar{\alpha}(\mathbf{r}, z) + \tilde{\mathbf{r}}(z) \nabla_{\perp} \bar{\alpha}(\mathbf{r}, z) + \tilde{\alpha}(\mathbf{r}, z),$$

где ∇_{\perp} – поперечный градиент; L_{\perp} – среднеквадратичное поперечное смещение среды. Корреляционные функции $\tilde{\varepsilon}$, $\tilde{\alpha}$ и $\tilde{\mathbf{r}}$ для простоты анализа считаем гауссовыми:

$$\langle \tilde{\alpha}(\mathbf{r}_1, z) \tilde{\alpha}(\mathbf{r}_2, z') \rangle = \sigma_{\alpha}^2 \exp[-r'^2/2l_{\alpha\perp}^2 - (z-z')^2/2l_{\alpha\parallel}^2];$$

$$\langle \tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}_1, z) \tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}_2, z') \rangle = \sigma_{\varepsilon}^2 \exp[-r'^2/2l_{\varepsilon\perp}^2 - (z-z')^2/2l_{\varepsilon\parallel}^2], \quad (2)$$

$$\langle \tilde{\mathbf{r}}(z) \tilde{\mathbf{r}}(z') \rangle = L_{\perp}^2(z) \exp[-(z-z')^2/2L_{\parallel}^2],$$

где σ_{ε}^2 и σ_{α}^2 , $l_{\varepsilon\perp}$ и $l_{\alpha\perp}$, $l_{\varepsilon\parallel}$ и $l_{\alpha\parallel}$ – дисперсия, поперечная и продольная длины корреляции $\tilde{\varepsilon}$ и $\tilde{\alpha}$ соответственно; L_{\parallel} – продольная длина корреляции $\tilde{\mathbf{r}}$. Если продольная длина когерентности усиленного излучения в среде заметно превышает $l_{\varepsilon\parallel}$, $l_{\alpha\parallel}$ и L_{\parallel} , то можно использовать марковское приближение [17]. В его рамках функции корреляции (3) аппроксимируются дельта-функциями по z :

$$\langle \tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}_1, z) \tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}_2, z') \rangle = A_{\varepsilon}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) \delta(z-z');$$

$$\langle \tilde{\alpha}(\mathbf{r}_1, z) \tilde{\alpha}(\mathbf{r}_2, z') \rangle = A_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) \delta(z-z'); \quad (3)$$

$$\langle \tilde{\mathbf{r}}(z) \tilde{\mathbf{r}}(z') \rangle = A_h(z) \delta(z-z').$$

Приравнивая интегралы по z' в бесконечных пределах, взятые от корреляционных функций (2) и (3), находим

$$A_{\varepsilon}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) = (2\pi)^{1/2} \sigma_{\varepsilon}^2(\mathbf{r}, z) l_{\varepsilon\parallel}(\mathbf{r}, z) \exp[-r'^2/2l_{\varepsilon\perp}^2(\mathbf{r}, z)], \quad (4)$$

$$A_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) = (2\pi)^{1/2} \sigma_{\alpha}^2(\mathbf{r}, z) l_{\alpha\parallel}(\mathbf{r}, z) \exp[-r'^2/2l_{\alpha\perp}^2(\mathbf{r}, z)], \quad (5)$$

$$A_h(z) = (2\pi)^{1/2} L_{\perp}^2(z) L_{\parallel}(z). \quad (6)$$

С использованием (3) уравнение для ПКФ в итоге имеет вид

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \frac{i}{k} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r} \partial \mathbf{r}'} + \frac{ik}{2} \mathbf{r}' \nabla_{\perp} \bar{\varepsilon}(\mathbf{r}; z) - \bar{\alpha}(\mathbf{r}; z) + \frac{\pi k^2}{4} H(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) \right] \times \\ \times B(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) = 0, \quad (7)$$

где $\mathbf{r} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$, $\mathbf{r}' = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$. Поперечный дифференциальный оператор в (7) в приближении двумерной плоской среды можно записать в виде

$$\frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r} \partial \mathbf{r}'} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial x'},$$

а в случае трехмерной аксиально-симметричной среды он принимает более сложную форму:

$$\frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r} \partial \mathbf{r}'} = \cos \varphi \left(\frac{\partial^2}{\partial r \partial r'} - \frac{1}{r r'} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) - \sin \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r'} + \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r} \right),$$

φ – угол между \mathbf{r} и \mathbf{r}' . Влияние случайных параметров среды определяется функцией $H(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) = H_{\varepsilon} + H_{\alpha} + H_h$, где

$$H_{\varepsilon}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) = \frac{A_{\varepsilon}(\mathbf{r}_1, 0; z) + A_{\varepsilon}(\mathbf{r}_2, 0; z) - 2A_{\varepsilon}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z)}{2\pi}, \quad (8)$$

$$H_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) = \frac{A_{\alpha}(\mathbf{r}_1, 0; z) + A_{\alpha}(\mathbf{r}_2, 0; z) + 2A_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z)}{2\pi k^2}, \quad (9)$$

$$H_h(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) = \frac{A_h(z)}{2\pi} \left[\nabla_{\perp} \bar{\varepsilon}(\mathbf{r}_1, z) - \nabla_{\perp} \bar{\varepsilon}(\mathbf{r}_2, z) + \frac{i}{k} \nabla_{\perp} \bar{\alpha}(\mathbf{r}_1, z) + \frac{i}{k} \bar{\alpha}(\mathbf{r}_2, z) \right]^2 \cong \frac{A_h(z)}{2\pi} \left[r' \nabla_{\perp}^2 \bar{\varepsilon}(\mathbf{r}, z) + \frac{2i}{k} \nabla_{\perp} \bar{\alpha}(\mathbf{r}, z) \right]^2 \quad (10)$$

соответственно отвечают за влияние $\bar{\varepsilon}$, $\bar{\alpha}$ и $\tilde{\mathbf{r}}$. Соотношения (8)–(10) выполняются, когда средняя плотность потока излучения $B(\mathbf{r}, 0; z)$ слабо меняется на расстояниях порядка $l_{\varepsilon\perp}$, $l_{\alpha\perp}$, L_{\perp} и поперечной длины когерентности излучения. Связанное с марковским приближением ограничение на длину траектории распространения, которое имеет место в бесконечной случайно-неоднородной среде [17], в случае поперечно ограниченной среды отсутствует [12]. Особенности численного метода интегрирования уравнения (7) изложены в работах [6, 18].

Ниже будем считать, что изменение σ_{ε} и σ_{α} в поперечной плоскости мало на расстояниях порядка длин корреляции. Для проведения качественного анализа влияния флуктуаций $\tilde{\mathbf{r}}$ представим, как в [16], профили $\bar{\varepsilon}$ и $\bar{\alpha}$ в квадратичном виде: $\bar{\varepsilon} = 1 - \Delta\varepsilon(1 - r^2/a^2)$, $\bar{\alpha} = \alpha_0[1 - r^2/a^2]$, где a – полуширина активной среды; z_r – рефракционная длина; $\Delta\varepsilon = (a/z_r)^2$ – перепад регулярной составляющей диэлектрической проницаемости в среде. Вне среды (при $|\mathbf{r}| > a$) $\bar{\varepsilon} = 1$ и $\bar{\alpha} = 0$. Тогда с учетом (8)–(10) из (4)–(6) получаем:

$$H_{\varepsilon}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) = \sqrt{2/\pi} \sigma_{\varepsilon}^2 l_{\varepsilon\parallel} \left\{ 1 - \exp[-r'^2/(2l_{\varepsilon\perp}^2)] \right\}, \quad (11)$$

$$H_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) = -\sqrt{2/\pi} \frac{\sigma_{\alpha}^2 l_{\alpha\parallel}}{k^2} \left\{ 1 - \exp[-r'^2/(2l_{\alpha\perp}^2)] \right\}, \quad (12)$$

$$H_h(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) = \frac{4L_{\parallel}L_{\perp}^2}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{r'}{z_r^2} - i \frac{2\alpha_0 r}{ka^2} \right). \quad (13)$$

Перепишем (7) в активной среде с учетом (11)–(13):

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} + \frac{i}{k} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r} \partial \mathbf{r}'} - \alpha_0 - 6 \frac{(ka l_{\alpha\perp})^2}{z_{\alpha}^3} + \left(1 - \sqrt{8\pi} \alpha_0 L_{\parallel} \frac{L_{\perp}^2}{a^2} \right) \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{ik}{z_r^2} \mathbf{r} \mathbf{r}' + \frac{\alpha_0}{a^2} \mathbf{r}^2 \right) + 3 \frac{(ka l_{\varepsilon\perp})^2}{z_{\varepsilon}^3} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{r'^2}{2l_{\varepsilon\perp}^2}\right) \right\} + \right. \\ \left. + 3 \frac{(ka l_{\alpha\perp})^2}{z_{\alpha}^3} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{r'^2}{2l_{\alpha\perp}^2}\right) \right\} + \frac{3(ka)^2}{2z_h^3} \mathbf{r}^2 \right] B(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) = 0, \quad (14)$$

где

$$z_{\varepsilon} = [6(2/\pi)^{1/2} (a l_{\varepsilon\perp})^2 / \sigma_{\varepsilon}^2 l_{\varepsilon\parallel}]^{1/3};$$

$$z_{\alpha} = [6(2/\pi)^{1/2} (ka l_{\alpha\perp})^2 / \sigma_{\alpha}^2 l_{\alpha\parallel}]^{1/3}$$

– характерная длина рассеяния спонтанного излучения на «сильных» (точнее, сильных мелкомасштабных либо про-

извольных крупномасштабных) флуктуациях $\bar{\varepsilon}$ и $\bar{\alpha}$ соответственно (см. [9, 12]). Величина

$$z_h = [6(2/\pi)^{1/2} (a z_r^2)^2 / (4L_{\parallel} L_{\perp}^2)]^{1/3}$$

имеет смысл длины рассеяния спонтанного излучения на флуктуациях $\tilde{\mathbf{r}}$. Член (14) с \mathbf{r}^2 приводит к сужению пучка с ростом z из-за неоднородности профиля $\bar{\alpha}$ и уширению пучка за счет влияния $\tilde{\mathbf{r}}$. Слагаемое с $i\mathbf{r}\mathbf{r}'$ ведет к регулярной рефракции излучения на профиле $\bar{\varepsilon}$ и из-за влияния $\tilde{\mathbf{r}}$. Три последних слагаемых (14) с соответствующей длиной рассеяния определяют рассеяние излучения на флуктуациях $\bar{\varepsilon}$, $\bar{\alpha}$ и $\tilde{\mathbf{r}}$.

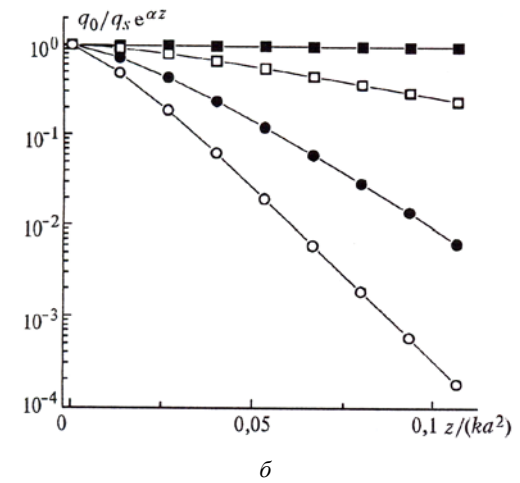
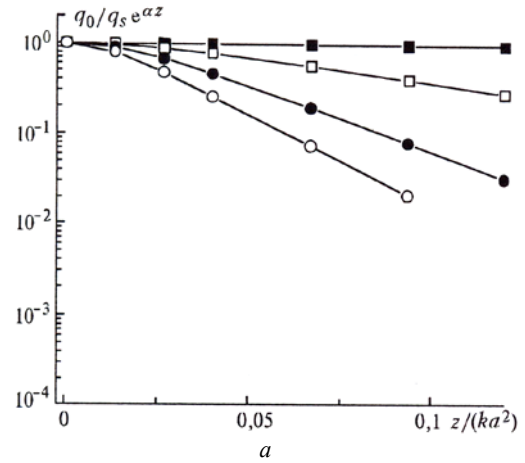


Рис. 1. Графики осевой яркости излучения $q_0(z)$ в двумерном (а) и трехмерном (б) случаях для $ka = 1,5 \cdot 10^4$, $\Delta\varepsilon = 0$, $\bar{\alpha} a = 2 \cdot 10^{-2}$, $l_{\varepsilon\perp}/a = 2 \cdot 10^{-2}$, $kl_{\varepsilon\parallel} = 3 \cdot 10^2$ и $\sigma_{\varepsilon} = 0$ (■), $2 \cdot 10^{-5}$ (□), $4 \cdot 10^{-5}$ (●), $6 \cdot 10^{-5}$ (○)

Влияние флуктуаций $\bar{\varepsilon}$ на широкорасходящееся излучение заметно, если z_{ε} порядка или меньше длины среды [9]. На рис. 1 показаны результаты численного интегрирования уравнения (7) при $\tilde{\alpha} = \tilde{\mathbf{r}} = 0$ и в отсутствие регулярной рефракции. Входное частично когерентное излучение имеет расходимость, значительно превышающую характерные дифракционный $\lambda/2a$ и геометрический $2a/z$ углы, т.е. практически не отличается от спонтанного с точки зрения влияния на параметры выходного излучения. На рис. 1 даны зависимости осевой яркости усиленного излучения

$q_0(z) = \iint B(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; z) d\mathbf{r} d\mathbf{r}'$, нормированной на яркость входного излучения q_s , при однородном усилении в двумерной и трехмерной аксиально-симметричных средах для $ka = 1,5 \cdot 10^4$, $\Delta\epsilon = 0$, $\bar{\alpha} a = 2 \cdot 10^{-2}$, $l_{\epsilon\perp}/a = 2 \cdot 10^{-2}$, $kl_{\epsilon\parallel} = 3 \cdot 10^2$ и разных σ_ϵ . Вне активной среды (при $|\mathbf{r}'| > a$) имеем $\alpha = 0$, $\epsilon = 1$.

Как видно из рис. 1, в отсутствие флуктуаций $\tilde{\epsilon}$ наблюдается экспоненциальный рост осевой яркости с увеличением длины среды, т.е. $q_0(z) = q_s \exp(\bar{\alpha} z)$. При наличии $\tilde{\epsilon}$ экспоненциальный рост осевой яркости сохраняется при $z \geq z_\epsilon$, но уменьшается показатель экспоненты, т.е. $q_0(z) \sim \exp(\bar{\alpha} z - \alpha_\epsilon z)$. Таким образом, рассеяние усиленного спонтанного излучения на флуктуациях $\tilde{\epsilon}$ аналогично линейному поглощению с коэффициентом по интенсивности α_ϵ , на который может влиять геометрия среды. Наличие $\tilde{\epsilon}$, следовательно, снижает реальный коэффициент усиления среды. Использование аналитического решения уравнения (1) [9], полученного для бесконечной среды, дает иной закон изменения осевой яркости излучения с ростом длины активной среды: $q_0(z) \sim \exp(\bar{\alpha} z) (z_\epsilon/z)^{3(n-1)/2}$, где n – размерность пространства ($n = 2$ для плоской и $n = 3$ для трехмерной среды). Рассеяние излучения на флуктуациях $\tilde{\epsilon}$ в поперечно-ограниченной активной среде, таким образом, существенно отличается от рассеяния в бесконечной среде.

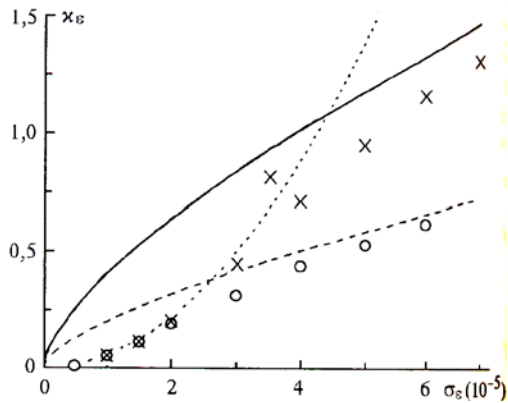


Рис. 2. Численные зависимости α_ϵ в двумерном (○) и трехмерном (×) случаях и аналитические зависимости $3d_\alpha^2/z_\epsilon$ (---), $1/z_\epsilon$ (---) и $2/z_\epsilon$ (—) от σ_ϵ

На рис. 2 показаны графики величины $\alpha_\epsilon(\sigma_\epsilon)$, определяемой по наклону линейного участка кривых $q_0(z)$ на рис. 1 для двумерной и трехмерной сред. Характер $\alpha_\epsilon(\sigma_\epsilon)$ зависит от параметра $d_\epsilon = ka l_{\epsilon\perp}/z_\epsilon$, т.е. отношения дифракционной длины пучка излучения полуширины a с радиусом корреляции $l_{\epsilon\perp}$ к характерной длине рассеяния. При «слабых» флуктуациях $\tilde{\epsilon}$, когда $d_\epsilon^3 \ll 1$, получаем $\alpha_\epsilon \approx 3d_\epsilon^2/z_\epsilon \sim \sigma_\epsilon^2$, и α_ϵ не зависит от $l_{\epsilon\perp}$, a и геометрии среды. Качественно близкий результат был получен для коэффициента рассеяния когерентного пучка в неограниченной случайно-неоднородной активной среде [19]. При «сильных» флуктуациях $\tilde{\epsilon}$, когда $d_\epsilon^3 \geq 1$, имеем $\alpha_\epsilon \approx 1/z_\epsilon$ для плоской среды, т.е. $\alpha_\epsilon \sim \sigma_\epsilon^{2/3}$. Для трехмерной аксиально-симметричной среды $\alpha_\epsilon \approx 2/z_\epsilon$, т.е. потери возрастают вдвое.

Как в отсутствие регулярной рефракции или при ее слабости ($z_\epsilon < z_r$), так и при сильной регулярной рефракции ($z_\epsilon > z_r$) рассеяние усиленного спонтанного излучения на $\tilde{\epsilon}$

ухудшает угловую расходимость, когерентность и когерентную мощность излучения. С увеличением длины среды длина когерентности растет, стремясь к постоянному значению, которое зависит от уровня регулярной рефракции [9–14].

При сильной дефокусирующей рефракции рассеяние излучения на $\tilde{\epsilon}$ не является аналогом линейного поглощения, как при $z_\epsilon < z_r$. Резкий спад степени когерентности сопровождается слабыми уменьшением интенсивности излучения и уширением пучка. Флуктуации $\tilde{\epsilon}$ оказывают в определенном смысле «скрытое» влияние на усиленное спонтанное излучение при сильной регулярной рефракции [10, 12, 14, 20].

Как видно из (14), механизм рассеяния усиленного излучения на флуктуациях $\tilde{\alpha}$ в точности аналогичен случаю $\tilde{\epsilon}$. Но стоит отметить, что при одинаковом масштабе и глубине флуктуаций $\tilde{\epsilon}$ и $\tilde{\alpha}$ рассеяние на $\tilde{\epsilon}$ гораздо более существенно из-за непосредственного воздействия на фазу излучения. Роль $\tilde{\alpha}$ может сравниться с ролью $\tilde{\epsilon}$ лишь при достаточно высокой величине $\sigma_\alpha \sim k\sigma_\epsilon$. Однако кроме рассеяния флуктуации $\tilde{\alpha}$ приводят к обратному эффекту – дополнительному регулярному усилению на фоне $\bar{\alpha}$, так как $H_\alpha \neq 0$ при $\mathbf{r}' = 0$. Согласно (14) добавка к регулярному усилению z составляет $(\pi/2)^{1/2} \sigma_\alpha^2 l_{\alpha\parallel} = 6d_\alpha^2/z_\alpha$, где $d_\alpha = ka l_{\alpha\perp}/z_\alpha$. Она существенно изменяет эффект от рассеяния излучения на $\tilde{\alpha}$. В самом деле, при $\tilde{\epsilon} = 0$ и однородном $\bar{\alpha}$ осевая яркость излучения изменяется как $q_0(z) \sim \exp[(\bar{\alpha} + 6d_\alpha^2/z_\alpha - \alpha_\epsilon)z]$. При слабых флуктуациях $\tilde{\alpha}$, когда $d_\alpha^3 \ll 1$, рассеяние на $\tilde{\alpha}$ ведет к дополнительным потерям с коэффициентом интенсивности $\alpha_\epsilon \approx 3d_\alpha^2/z_\alpha$. В итоге суммарное влияние $\tilde{\alpha}$ приводит к росту осевой яркости излучения, и $q_0(z) \sim \exp[(\bar{\alpha} + 3d_\alpha^2/z_\alpha)z]$.

При сильных флуктуациях $\tilde{\alpha}$, когда $d_\alpha^3 \geq 1$, имеем $\alpha_\epsilon \approx (n-1)/z_\alpha$, тогда $q_0(z) \sim \exp[(\bar{\alpha} + 6d_\alpha^2/z_\alpha - (n-1)/z_\alpha)z]$. Отсюда видно, что и здесь суммарный эффект $\tilde{\alpha}$ ведет к повышению осевой яркости усиленного спонтанного излучения, так как $d_\alpha^3 \geq 1$. Следовательно, при совместном наличии $\tilde{\epsilon}$ и $\tilde{\alpha}$ негативное влияние на яркость вследствие рассеяния излучения на $\tilde{\epsilon}$ несколько смягчается эффектом от $\tilde{\alpha}$.

Из (14) видно, что относительный вклад осевых флуктуаций $\tilde{\mathbf{r}}$ в дополнительную регулярную рефракцию и регулярное уширение пучка определяются масштабом величины $(8\pi)^{1/2} \alpha_0 L_\parallel (L_\perp/a)^2$ по сравнению с единицей. Данная величина зависит от усиления на длине L_\parallel и отношения L_\perp/a , которое мало, так как осевые флуктуации считаются поперечно мелкомасштабными. Вклад флуктуаций $\tilde{\mathbf{r}}$ в рассеяние излучения имеет место, как видно из (10) и (13), только при наличии регулярной рефракции. Он аналогичен по форме вкладу «сильных» флуктуаций $\tilde{\epsilon}$, когда экспоненты в (14) можно разложить в ряд. Величинам $l_{\epsilon\parallel}$, $l_{\epsilon\perp}$, σ_ϵ , z_ϵ в случае $\tilde{\epsilon}$ соответственно аналогичны величины L_\parallel , L_\perp , $\sigma_h = 2(L_\perp/z_r)^2$, z_h в случае $\tilde{\mathbf{r}}$. Но из соотношения $z_h/z_r \approx (z_r/L_\parallel)^{1/3} (a/L_\perp)^{2/3}$ следует, что рассеяние излучения на флуктуациях $\tilde{\mathbf{r}}$ при их мелкомасштабности гораздо менее заметно по сравнению с регулярной рефракцией на профиле $\bar{\epsilon}$. Таким образом, $z_h > z_r$ и флуктуации $\tilde{\mathbf{r}}$ слабо влияют на интенсивность выходного излучения, но могут существенно влиять на его когерентность.

На основе [12] находим, что длина когерентности излучения на выходе, экспоненциально растущая с увеличением z в отсутствие флуктуаций \vec{r} , при $d_h < \chi/2$ ограничивается значением

$$L_c \approx 2^{1/2} L_{\perp} \exp [\chi/3d_h^2 - C/2],$$

где $d_h = kaL_{\perp}/z_h$; $\chi = -\ln \delta(z_h/z_r)$; C – постоянная Эйлера; δ – уровень спада степени когерентности, по которому определяется L_c .

Заключение

С использованием квазиоптического уравнения для ПКФ комплексной амплитуды поля исследуется динамика спонтанного излучения с низкой пространственной когерентностью в случайно-неоднородной поперечно ограниченной протяженной усиливающей среде. В модель включаются дифракция, регулярная рефракция и усиление, рассеяние на обычных флуктуациях диэлектрической проницаемости и усиления, рассеяние на случайных поперечно-мелкомасштабных осевых отклонениях активной среды. Проведены аналитический анализ и численные расчеты уравнения в двумерной и трехмерной аксиально-симметричных средах. Найдены критерии влияния флуктуаций оптических параметров среды на усиленное спонтанное излучение. Показано, что флуктуации коэффициента усиления дают дополнительный вклад в регулярное усиление излучения, которое доминирует над рассеянием излучения на них. Тем самым флуктуации коэффициента усиления уменьшают потери, вносимые рассеянием излучения на флуктуациях диэлектрической проницаемости. Осевые флуктуации активной среды при наличии регулярной рефракции приводят к рассеянию излучения. Однако влияние осевых флуктуаций на интенсивность излучения слабое при условии их мелкомасштабности и малости усиления на их продольной длине корреляции. В то же время осевые флуктуации могут влиять на длину когерентности, ограничивая ее рост с увеличением длины среды.

1. *Гаспарян П.Д., Стариков Ф.А., Старостин А.Н.* Проблема угловой расходимости и пространственной когерентности излучения рентгеновского лазера // УФН. 1998. Т. 168. № 8. С. 843–876. [Gasparyan P.D., Starikov F.A., Starostin A.N. Angular divergence and spatial coherence of X-ray laser radiation. // Physics – Uspekhi. 1998. V. 41. N 8. P. 761–792].
2. *Боровский А.В., Галкин А.Л., Коробкин В.В.* Об усилении излучения в поперечно-неоднородной плазменной нити // Квантовая электроника. 1988. Т. 15. № 7. С. 1457–1461.
3. *Feit M.D., Fleck J.A., Jr.* Wave-optics description of laboratory soft-x-ray lasers // J. Opt. Soc. Am. B. 1990. V. 7. N 10. P. 2048–2060.
4. *Feit M.D., Fleck J.A., Jr.* Spatial coherence of laboratory soft-x-ray lasers // Opt. Lett. 1991. V. 16. N 2. P. 76–78.
5. *Ladagin V.K., Starikov F.A., Volkov V.A.* // X-Ray Lasers 1996. IOP Conf. Ser. N 151. Bristol: IOP Publishing, 1996. P. 336–339.
6. *Стариков Ф.А.* Вычисление поперечной корреляционной функции и углового спектра частично когерентного излучения

в оптически неоднородной среде. 1. Плоская среда // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 1989. № 4. С. 14–23; *Стариков Ф.А.* Вычисление поперечной корреляционной функции и углового спектра частично когерентного излучения в оптически неоднородной среде. 2. Аксиально-симметричная среда // Там же. 1990. № 2. С. 33–37.

7. *Стариков Ф.А., Урлин В.Д.* Формирование диаграммы направленности стимулированного излучения в плазменном случайно-неоднородном шнуре // Квантовая электроника. 1991. Т. 18. № 4. С. 436–439. [Starikov F.A., Urlin V.D., Formation of the angular distribution of stimulated radiation in a randomly inhomogeneous plasma filament // Sov. J. Quantum Electronics. 1991. V. 21. N 4. P. 393–396].
8. *Стариков Ф.А.* Динамика излучения при однопроходном нелинейном усилении шума в оптически неоднородной среде // Квантовая электроника. 1992. Т. 19. № 6. С. 527–531. [Starikov F.A. Dynamics of Radiation Generated by Single-Pass Nonlinear Amplification of Noise in an Optically Inhomogeneous Medium // Sov. J. Quantum Electronics. 1992. V. 22. N 6. P. 483–487].
9. *Стариков Ф.А.* Распределенный вывод усиленного спонтанного излучения из случайно-неоднородной активной среды // Квантовая электроника. 1993. Т. 20. № 5. С. 477–481. [Starikov F.A. Distributed Extraction of Amplified Spontaneous Emission from a Randomly Inhomogeneous Active Medium // Sov. J. Quantum Electronics. 1993. V. 23. N 5. P. 412–416].
10. *Стариков Ф.А.* // Труды 2-й Международной конференции «Физика ядерно-возбуждаемой плазмы и проблемы лазеров с ядерной накачкой» (Арзамас-16, 1994). Арзамас-16: 1995. Т. 2. С. 260–270.
11. *Колосов В.В.* Влияние флуктуаций показателя преломления активной среды на выходное излучение рентгеновского лазера // Оптика атмосферы и океана. 1995. Т. 8. № 12. С. 1825–1832.
12. *Стариков Ф.А.* Формирование пространственной когерентности усиленного спонтанного излучения. 2. Случайно-неоднородная активная среда // Квантовая электроника. 1996. Т. 23. № 3. С. 205–210. [Starikov F.A. Formation of Spatial Coherence of Amplified Spontaneous Emission. 2. Randomly Inhomogeneous Active Medium // Quantum Electronics. 1996. V. 26. N 3. P. 199–204].
13. *Koloso V.V., Ratowsky R.P., Zemlyanov A.A., London R.A.* X-ray laser coherence in the presence of density fluctuations // Proc. SPIE. 1996. V. 2859. P. 269–280.
14. *Starikov F.A.* // X-Ray Lasers 1996. IOP Conf. Ser. N 151. Bristol: IOP Publishing, 1996. P. 315–318.
15. *Стариков Ф.А.* Исследование усиленного спонтанного излучения рентгеновского лазера с помощью уравнения для поперечной корреляционной функции поля // ЖЭТФ. 2000. Т. 117, № 2. С. 294–312.
16. *Amendt P., Strauss M., London R.A.* Plasma fluctuations and x-ray laser transverse coherence // Phys. Rev. A. 1996. V. 53. N 1. P. R23–R26.
17. *Рытов С.М., Крайцов Ю.А., Титарский В.И.* Введение в статистическую радиофизику. М.: Наука, 1978. Ч. 2.
18. *Ладагин В.К., Стариков Ф.А.* Численное решение квазиоптического уравнения для поперечной корреляционной функции поля излучения // Математическое моделирование. 1998. Т. 10. № 8. С. 114–122.
19. *Sutton G.W.* Effect of turbulent fluctuations in an optically active fluid medium // AIAA Journal. 1969. V. 7. N 9. P. 1737–1743.
20. *Starikov F.A., Gasparyan P.D., Ladagin V.K., Voinov B.A.* Spatial coherence of an x-ray laser at bending the target // Proc. SPIE. 1999. V. 3776. P. 83–94.

F.A. Starikov. Propagation of radiation with partial spatial coherence in transversely-bounded randomly inhomogeneous gain medium.

The propagation of the laser radiation with partial spatial coherence in a transversely-bounded inhomogeneous extended gain medium is explored with the help of a quasi-optical equation for transverse correlation function of field amplitude. The diffraction, refraction on dielectric permittivity regular profile, regular gain, scattering by «usual» dielectric permittivity and gain fluctuations, scattering by random axial (hose-type) displacements of the medium are taken into account. It is shown that the usual gain fluctuations lead to an additional regular amplification of spontaneous emission, which dominates the scattering by them. Given the small scale of hose-type fluctuations and small amplification within their longitudinal correlation length, they hardly affect the intensity of amplified spontaneous emission whereas their effect on the coherence can be more appreciable.