С.А. Бахрамов, А.К. Касимов, Ш.Д. Пайзиев

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ, ПРОШЕДШЕГО ТУРБУЛЕНТНУЮ СРЕДУ ПРИ ВРЕМЕНАХ ОТБОРА ПОРЯДКА ВРЕМЕНИ КОРРЕЛЯЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ

Приведены результаты экспериментальных исследований статистических характеристик лазерного излучения, прошедшего турбулентную среду. При временах отбора, сравнимых со временем корреляции интенсивности, получены распределения вероятностей фотоотсчетов при негауссовости поля излучения. С помощью обратного преобразования Лапласа восстановлено распределение интегральной интенсивности излучения. Установлена возможность описания распределения интегральной интенсивности логнормальным распределением.

Эффективность лазерных систем, используемых в оптической связи и локации, принципиально ограничивается влиянием флуктуации поля в точке приема, обусловленной неоднородностью показателя преломления атмосферы и флуктуацией сигналов и шумов в приемном тракте. Поэтому для оптимизации и определения эффективности лазерных систем необходимо изучение флуктуаций лазерного излучения и шумов, целью которого является построение их статистической модели. Для регистрации лазерного излучения в основном используется фотоэлектронный умножитель (ФЭУ). В этом случае основной статистической характеристикой является вероятность эмиссии числа n фотоэлектронов за время отбора T-P(n, T).

Распределение вероятностей фотоотсчетов (РВФ) достаточно подробно изучено в случае гауссова поля в плоскости приема [1]. Результатом чего явилось создание ряда приближенных решений, используемых в зависимости от соотношений T и τ_c – времени корреляции флуктуации интенсивности лазерного излучения в атмосфере. В ряде случаев работы лазерных систем распределение поля в плоскости приема существенно негауссово. В связи с этим известны лишь отдельные результаты в асимптотиках $T \ll \tau_c$ и $T \gg \tau_c$. Так, например, введя условие логнормальности распределения интенсивности

$$\omega(I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma I} \exp\left\{-\left[\ln\frac{I}{I_0} + \frac{\sigma}{2}\right]/2\sigma^2\right\}^2,\tag{1}$$

где I₀ – интенсивность излучения в отсутствие турбулентности и

$$\sigma^2 = \left\langle \left(\ln \frac{I}{I_0} \right)^2 \right\rangle - \left\langle \ln \frac{I}{I_0} \right\rangle^2,$$

РВФ при *Т*≪τ_с можно описать распределением Диамента–Тейча

$$P(n, < n>, \sigma) = \frac{M^{n} e^{-M}}{n!} \frac{\exp[-0.5 \sigma^{2} (M-n)^{2}]}{[1 + \sigma^{2} M]^{1/2}},$$
(2)

где для каждого n нужно определять M, решая трансцендентное уравнение вида

$$\ln M = \ln < n > + \sigma^2 (n - M - 0.5).$$

При $T \gg \tau_c$ РВФ есть распределение Пуассона.

В данной статье приведены результаты экспериментальных исследований РВФ при временах отбора порядка времени корреляции интенсивности, проведенных в лабораторных условиях, что позволило обеспечить стационарность и контроль основных параметров трассы в степени, недоступной для натурно-атмосферного эксперимента.

Блок-схема экспериментальной установки приведена на рис. 1. Излучение лазера ЛГ-38 с длиной волны 0,63 мкм проходит небольшой участок с интенсивной турбулизацией воздуха, осуществляемой за счет подогревательной системы, и попадает на фотоприемник. С помощью нейтральных (грубо) и поляризационных (тонко) фильтров регулируется в широких пределах интенсивность излучения, а с помощью коллиматора и диафрагм (\emptyset 0,4 мм) устанавливается режим «точечного отбора». Детектирование оптического излучения проводилось с помощью ФЭУ-147-3, работающего в режиме счета фотонов. С выхода фотоэлектронного умножителя одноэлектронные импульсы стандартизируются на усилителе-формирователе (УФ) и подаются на счетчик Сг 6.



Рис. 1. Блок-схема экспериментальной установки: *1* – лазер; *2* – нейтральные фильтры; *3* – коллиматор; *4* – отражатель; *5* – нагреватель; *6* – поляризационный фильтр; *7* – диафрагма; *8* – ФЭУ; *9* – осциллограф; *10* – частотомер; *11* – усилитель-формирователь; *12* – счетчик; *13* – таймер; *14* – контроллер крейта; *15* – ЭВМ

В конце каждого интервала временной выборки длиной T, определяемого стробимпульсом таймера (СТ), число фотоотсчетов n, накопленное в счетчике за этот период времени, передается в ЭВМ, где в заранее отведенном массиве в n-й адрес памяти прибавляется единица. Затем счетчик переводится в исходное состояние для подсчета числа импульсов следующей выборки. Этот процесс повторяется до тех пор, пока не будет набрано достаточное для построения гистограммы распределения фотоотсчетов количество выборок. Далее проводилась статистическая обработка полученной гистограммы, определялись вероятности, различные моменты распределения. Для количественной оценки характеристик распределений использованы относительная дисперсия фотоотсчетов β_n^2 , коэффициент асимметрии $K_{\rm ac}$ и коэффициент эксцесса $K_{\rm эк}$.

Обычно при изучении зависимости РВФ от времени отбора используется метод, при котором с возрастанием T соответственно уменьшалась интенсивность излучения I, с целью выдерживания среднего значения фотоотсчетов постоянным $\langle n \rangle =$ const. Эта методика оправдывает себя в области малых значений $T/\tau_c \ll 1$ (где $\tau_c \simeq 1 \div 100$ мс). Однако с приближением по величине времени отбора к времени корреляции интенсивности продолжительность эксперимента значительно возрастает и не представляется возможным проведение большого количества измерений. Кроме того, работа в области времен отбора $T \approx \tau_c$ характеризуется чрезвычайной слабостью потока излучения, когда плотность темнового потока электронов ФЭУ становится сравнимой с плотностью потока фотоэлектронов и небольшое изменение интенсивности излучения может вызвать резкое изменение отношения сигнал-шум. Поэтому нами был использован другой подход, свободный от указанных выше недостатков, а именно: зафиксировав величину I, проследить изменение характера распределения от изменения T.

Исследования проводились для трех различных состояний наведенной турбулентности, которые, судя по значениям β_n^2 (при $T \ll \tau_c$ и слабых флуктуациях интенсивности $\beta_n^2 \approx \beta_0^2$, где β_0^2 – индекс мерцания), соответствуют слабой и средней турбулентности в реальной атмосфере. Для каждого состояния турбулентности трассы РВФ определялось при 10 значениях времен отбора. С целью исключения статистических ошибок и обеспечения достаточной точности исследований для каждого времени отбора РВФ определялось по 10 раз. Число отсчетов в каждом эксперименте по определению РВФ составило $\approx 10^6$, что обеспечивало достаточное статистическое усреднение. Перед каждым экспериментом по определению РВФ проводилась запись последовательности отсчетов в порядке поступления для последующего вычисления автокорреляционной функции. Среднеквадратическое отклонение значений времен корреляции флуктуации интенсивности не превышало 7% для каждого состояния турбулентности трассы. В связи с этим можно утверждать, что условие по соблюдению стационарности трассы выполнено в достаточной степени.

По экспериментальным РВФ для негауссова поля впервые установлена зависимость относительной дисперсии фотоотсчетов β_n^2 от времени отбора. Используя метод наименьших квадратов, нам удалось описать эту зависимость в широком интервале времен отбора, включая $T \approx \tau_c$, аналитической функцией вида

$$\beta_n^2(z) = \exp\left[az + b + c/(d+z)\right],$$
(3)

где $z = T/\tau_c$; *a*, *b*, *c*, *d* – коэффициенты, определяемые из условий эксперимента.

Как показали результаты экспериментов, РВФ негауссова поля при $T \approx \tau_c$ значительно отличается от известных приближенных распределений. На рис. 2 приведена зависимость экспериментальных коэффициентов асимметрии от времени отбора при стационарной турбулентности с $\sigma^2 = 0,49$. Для сравнения здесь же приведены коэффициенты асимметрии распределений: а) Пуассона; б) Диамента–Тейча, определенного на основании использования выражения для моментов энергии поля и их связи с факториальными моментами фотоотсчетов [1]; в) Диамента–Тейча, рассчитанного с использованием вероятностей отсчетов для соответствующего распределения [2] («усеченное» распределение Диамента–Тейча, см. ниже).

Как видно из графиков, приведенные приближенные распределения непригодны для описания экспериментальных результатов. Из анализа этих результатов можно сделать важный для дальнейших исследований вывод: при временах $T \approx \tau_c$ необходимо учитывать конечность экспериментального усреднения при определении моментов распределений; при сравнении с теоретическими кривыми применять «усечение», т.е. ограничивать суммирование при численном определении моментов n_{max} каналом, где n_{max} – максимальное число отсчетов за время выборки, зарегистрированное в данном эксперименте.

Рис. 2. Зависимость коэффициента асимметрии от времени отбора: $I - K_{ac}$ распределения Пуассона; 2-Диамента-Тейча; 3-Диамента-Тейча с усечением; 4 – экспериментальное с $\tau_c = 0,62$ мс, $\sigma^2 = 0,49$

Ввиду непригодности известных распределений для описания экспериментальных РВФ при $T \approx \tau_c$ было необходимо найти новые распределения, которые могли бы описать экспериментальные результаты. Это можно сделать, например, используя формулы Манделя [3]:

$$P(n, T) = \int_{0}^{\infty} \frac{(\eta U)^{n}}{n!} \exp(-\eta U) \omega(U) dU, \qquad (4)$$

где $U = \int_{0}^{T} I(t) dt$ – энергия, выделившаяся на детекторе за время отбора. Для решения уравне-

ния (4) необходимо задать распределение интенсивности. Известно, что при $T \ll \tau_c$ распределение интенсивности однозначно определяется распределением фотоотсчетов обращением формулы (4), при временах отбора $T \approx \tau_c$ распределение фотоотсчетов должно определять рас-

Статистические характеристики лазерного излучения



пределение интегральной интенсивности. Тогда согласно (4) вероятность того, что за время T не произойдет ни одного отсчета (при заданном среднем числе фотоотсчетов <n>), будет равна

$$P(0,) = \int_{0}^{\infty} \exp(-x) \,\omega(x) \, dx,$$
(5)

где $\omega(x)$ – распределение вероятностей нормированной энергии, детектируемой на приемнике, $x = U/\langle U \rangle$. Таким образом, величина $P(0, \langle n \rangle)$ может рассматриваться как преобразование Лапласа функции $\omega(x)$, и если зависимость $P(0, \langle n \rangle)$ известна (например, из эксперимента), то соответствующее распределение $\omega(x)$ можно найти, если применить к функции $P(0, \langle n \rangle)$ обратное распределение Лапласа:

$$\omega(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{b-i\infty}^{b+i\infty} P(0,) \exp(x) dn.$$
(6)

Разлагая $\omega(x)$ по функциям Лагерра, после ряда преобразований согласно [3] получим решение обратной задачи в виде

$$\omega(x) = \sum_{m=0}^{\infty} a_n(x) P(n, < n>), \tag{7}$$

где

$$a_n(x) = 2 < n > (-2)^n \sum_{m=0}^{\infty} \binom{m}{n} l_n(2 < n > x) = 2 < n > (-2)^2 \sum_{k=0}^{\infty} \binom{n+k}{n} l_{n+k}(2 < n > x)$$

и $l_n(y)$ – функции Лагерра.

На рис. 3 точками представлены распределения $\omega(x)$, полученные решением обратной задачи. Результаты приведены для одного состояния турбулентности при различных временах отбора. Сплошная линия соответствует логнормальному распределению, в котором параметр σ^2 предполагался зависящим от времени отбора. В этом случае параметром логнормального распределения служила дисперсия интегральной интенсивности σ^2_U вместо дисперсии интенсивности σ^2 , используемой ранее. Зависимость дисперсии интегральной интенсивности от времени отбора можно определить из соотношения (3). Как видно из рис. 3, логнормальное распределение с параметром σ^2_U достаточно точно описывает распределение интегральной интенсивности.

Результаты многочисленных экспериментов, часть которых представлена на рис. 3, позволяют утверждать, что общий характер распределения интегральной интенсивности не зависит от времени отбора. От времени отбора зависит лишь параметр распределения.



Рис. 3. Распределение интегральной интенсивности. $\tau_c = 0,68$ мс. Точки определены из распределения фотоотсчетов путем обратного преобразования Лапласа, сплошные линии – логнормальное распределение: $1 - \sigma_u^2 = 0,18$; T = 0,125 мс; $2 - \sigma_u^2 = 0,09$; T = 0,5 мс; $3 - \sigma_u^2 = 0,05$; T = 4 мс

С.А. Бахрамов, А.К. Касимов, Ш.Д. Пайзиев

Еще один важный вывод, который можно сделать из приведенных результатов, – это возможность использования распределения Диамента–Тейча для описания РВФ в широком диапазоне времен отбора, включая $T \approx \tau_c$. Для этого достаточно заменить в указанном распределении дисперсию мгновенной интенсивности на дисперсию интегральной интенсивности.



Рис. 4. Зависимость коэффициента эксцесса от времени отбора для трех различных состояний турбулентности. $I - \tau_c = 0.68$ мс; $2 - \tau_c = 2.48$ мс; $3 - \tau_c = 3.63$ мс

На рис. 4 приведена зависимость коэффициентов эксцесса экспериментальных распределений от времени отбора для трех различных состояний турбулентности трассы. Сплошная линия соответствует коэффициентам «усеченного» распределения Диамента–Тейча, в котором в качестве параметра использована дисперсия интегральной интенсивности. Как видно из графиков, даже на уровне четвертых моментов предложенное распределение хорошо описывает экспериментальные результаты. Совпадение распределений на уровне четвертого момента свидетельствует о высокой точности описания PBФ лазерного излучения, прошедшего турбулентную среду, распределением Диамента–Тейча с параметром $\sigma_U^2(T/\tau_c)$, в широком диапазоне времен отбора при логнормальном распределении интенсивности.

- 1. Глазов Г. Н. Статистические вопросы лидарного зондирования атмосферы. Новосибирск: Наука, 1987. 312 с.
- 2. А заматов З.Т., Бедилов М.Р., Касимов А.К. и др. Статистические характеристики лазерного излучения, прошедшего через турбулентную атмосферу при временах отбора, сравнимых со временем корреляции интенсивности. Ташкент, 1994. 17 с. (Препринт/ТашГУ, N 5).
- 3. А х м а н о в С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиолокацию и оптику. М.: Наука, 1981. 640 с.

НПО «Академприбор» Академии наук Республики Узбекистан Поступила в редакцию 14 ноября 1996 г.

S.A. Bakhramov, A.K. Kasimov, Sh.D. Payziev. The Statistical Characteristics of Laser Radiation Passed Turbulent Environment at Times of Selection about Time Correliation of Intensity.

Results of experimental researches of the statistical characteristics of laser radiation passed turbulent medium are presented. At times of selection comparable with correlation times of intensity, the distributions of probabilities of photoreadouts are received at nongauss field of radiation. Using the inverse transform of Laplas the distribution of integrated intensity of radiation is restored. An opportunity of the distribution description by log-normal distribution is established.