В.Г. Гусев

ФОРМИРОВАНИЕ В ДИФФУЗНО РАССЕЯННЫХ ПОЛЯХ ИНТЕРФЕРОГРАММ БОКОВОГО СДВИГА ПРИ ДВУХЭКСПОЗИЦИОННОЙ ЗАПИСИ ГОЛОГРАММЫ СФОКУСИРОВАННОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ АМПЛИТУДНОГО РАССЕИВАТЕЛЯ ПО МЕТОДУ ГАБОРА. Ч. II

Представлен анализ интерферометра бокового сдвига на основе записи голограммы сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя. Показано, что пространственная фильтрация дифракционного поля приводит к формированию интерференционной картины, которая несет информацию о сферических аберрациях линзы с удвоенной чувствительностью.

В [1] рассматривался случай двухэкспозиционной записи на основе совмещения спеклполей двух экспозиций голограммы сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя по методу Габора при его освещении когерентным излучением со сходящейся квазисферической формой волны с радиусом кривизны R, не превосходящим расстояние l_1 от амплитудного рассеивателя до главной плоскости линзы, с помощью которой осуществлялось построение изображения. Было показано, что на стадии восстановления голограммы малоапертурным лазерным лучом в плоскости Фурье формируется интерференционная картина, характеризующая сферическую аберрацию линзы и являющаяся результатом сочетания интерферограммы бокового сдвига в полосах бесконечной ширины и интерференционной картины в полосах равной толщины из-за интерференции волн в (-1) и (+1) порядках дифракции. Кроме того, для $R < l_1$, когда регулярная составляющая пропускания амплитудного рассеивателя на стадии записи голограммы перекрывает зрачок контролируемой линзы, в плоскости Фурье при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля вне голограммы регистрируется интерферограмма бокового сдвига с увеличенной в два раза чувствительностью для фиксированной величины сдвига.

В настоящей статье анализируются особенности формирования в диффузно рассеянных полях интерференционных картин, когда при двухэкспозиционной записи на основе совмещения спекл-полей двух экспозиций голограммы сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя по методу Габора его освещение проводится когерентным излучением с расходящейся квазисферической формой волны или сходящейся с радиусом кривизны $R > l_1$.



Рис. 1. Схема записи (*a*) и восстановления (б) двухэкспозиционной голограммы сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя: 1 – амплитудный рассеиватель; 2 – фотопластинка-голограмма; 3 – плоскость регистрации интерференционной картины; $\mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2$ – линзы; p_1 – апертурная диафрагма; p_2 – пространственный фильтр

В.Г. Гусев

Как представлено на рис. 1,*a*, амплитудный рассеиватель, находящийся в плоскости (x_1, y_1) , освещается когерентным излучением с расходящейся квазисферической формой волны с радиусом кривизны *R*. С помощью линзы J_1 его изображение строится в плоскости (x_3, y_3) фотопластинки 2, и проводится запись голограммы сфокусированного изображения по методу Габора за время первой экспозиции. Перед повторным экспонированием смещают амплитудный рассеиватель в плоскости его расположения, например в направлении оси *x*, на величину *a*, а фотопластинку – в противоположном направлении на величину $b = a/\mu_1$, где $\mu_1 = l_1/l_2$ – коэффициент масштабного преобразования; l_2 – расстояние от главной плоскости (x_2, y_2) линзы J_1 до фотопластинки.

После фотографической обработки на записанную таким образом двухэкспозиционную голограмму Габора поступает плоская волна от когерентного источника света, используемого на стадии ее записи, и в задней фокальной плоскости линзы \mathcal{J}_2 с фокусным расстоянием f_2 регистрируется интерференционная картина (рис. 1, δ). При этом с помощью непрозрачного экрана p_2 с круглым отверстием, расположенного в плоскости голограммы 2, проводится пространственная фильтрация дифракционного поля.

На основании [2], если диаметр D_0 освещенной области в предметной плоскости удовлетворяет условию $D_0 \ge dR/(l_1 + R)$, где d – диаметр зрачка линзы \mathcal{J}_1 с фокусным расстоянием f_1 , то на расстоянии $l = f_1(l_1 + R)/(l_1 + R - f_1)$ от ее главной плоскости распределение комплексной амплитуды поля, соотвествующее первой экспозиции, принимает вид

$$u_{1}(\xi,\eta) \sim \exp\left[\frac{ik\left(\xi^{2}+\eta^{2}\right)}{2l}\right] \left\{ \exp\left[-\frac{ikM\left(\xi^{2}+\eta^{2}\right)}{2l^{2}}\right] F\left[\frac{kM\xi}{l_{1}l},\frac{kM\eta}{l_{1}l}\right] \otimes P_{1}(\xi,\eta) \right\},\tag{1}$$

где \otimes – символ операции свертки; k – волновое число; $M = l_1(l_1 + R)/R$;

$$F\left[\frac{kM\xi}{l_1l},\frac{kM\eta}{l_1l}\right] = \iint_{-\infty}^{\infty} \left[1 - t(x_1, y_1)\right] \exp i\varphi_0(x_1, y_1) \exp\left[-ik\left(x_1\xi + y_1\eta\right)M/l_1l\right]dx_1\,dy_1 - \Phi \text{ypbe-ofpass}$$

входной функции $[1 - t(x_1, y_1)]$ ехр $i\phi_0(x_1, y_1)$; $1 - t(x_1, y_1) - амплитуда пропускания рассеивателя, являющаяся случайной функцией координат; <math>\phi_0(x_1, y_1) - детерминированная функция, харак$ теризующая возможные фазовые искажения фронта волны излучения, используемого для освещения амплитудного рассеивателя, из-за аберраций формирующей его оптической системы;

$$P_{1}(\xi, \eta) = \iint_{-\infty}^{\infty} p_{1}(x_{2}, y_{2}) \exp i \phi_{1}(x_{2}, y_{2}) \exp \left[-ik (x_{2} \xi + y_{2} \eta)/l\right] dx_{2} dy_{2} - \Phi$$
урье-образ обобщенной

функции $p_1(x_2, y_2)$ ехр $i\phi_1(x_2, y_2)$ зрачка линзы \mathcal{J}_1 [3], учитывающей ее осевые волновые аберрации.

Как следует из выражения (1), из-за пространственного ограничения поля апертурной диафрагмой p_1 линзы \mathcal{J}_1 (см. рис. 1,*a*) каждая точка Фурье-образа входной функции в плоскости (ξ , η) уширена до размера субъективного спекла, определяемого шириной функции $P_1(\xi, \eta)$.

Распределение комплексной амплитуды поля в плоскости фотопластинки является результатом преобразователя Френеля распределения поля в плоскости формирования Фурье-образа:

$$u_1(x_3, y_3) \sim \iint_{-\infty}^{\infty} u_1(\xi, \eta) \exp\left\{\frac{ik}{2(l_2 - l)} \left[\left(\xi - x_3\right)^2 + \left(\eta - y_3\right)^2\right]\right\} d\xi \, d\eta.$$
(2)

При подстановке (1) в (2) получим

$$u_{1}'(x_{3}, y_{3}) \sim \exp\left[\frac{ik(x_{3}^{2} + y_{3}^{2})}{2(l_{2} - l)}\right] \left\{ \exp\left[-\frac{ikl(x_{3}^{2} + y_{3}^{2})}{2l_{2}(l_{2} - l)}\right] \left\{ \exp\left[\frac{ikl^{2}(x_{3}^{2} + y_{3}^{2})}{2M(l_{2} - l)^{2}}\right] \right\} \otimes [1 - t(-\mu_{1}x_{3}, -\mu_{1}y_{3})] \times \right\}$$

$$\times \exp i\varphi_{0}(-\mu_{1}x_{3},-\mu_{1}y_{3})) p_{1}\left(-\frac{l}{l_{2}-l}x_{3},-\frac{l}{l_{2}-l}y_{3}\right) \exp i\varphi_{1}\left(-\frac{l}{l_{2}-l}x_{3},-\frac{l}{l_{2}-l}y_{3}\right)\right\}.$$
(3)

На основании известного интегрального представления операции свертки выражение (3) принимает вид

$$u_{1}(x_{3}, y_{3}) \sim \exp\left[\frac{ik(x_{3}^{2} + y_{3}^{2})}{2 l_{2}}\right] \left\{ \left[1 - t(-\mu_{1}x_{3}, -\mu_{1}y_{3})\right] \exp i \phi_{0}(-\mu_{1}x_{3}, -\mu_{1}y_{3}) \exp\left[ik\frac{m_{1}(l_{1} + R)}{2 R l_{2}}(x_{3}^{2} + y_{3}^{2})\right] \otimes P_{1}(x_{3}, y_{3}) \right\},$$

$$(4)$$

где $P_1(x_3, y_3) = \iint_{-\infty}^{\infty} p_1(x_2, y_2) \exp i\varphi_1(x_2, y_2) \exp \left[-ik(x_2x_3 + y_2y_3)/l_2\right] dx_2 dy_2 - Фурье-образ обобщен-$

ной функции зрачка линзы \mathcal{J}_1 .

Так как ширина функции $P_1(x_3, y_3)$ порядка $\lambda l_2/d$ [4], где λ – длина волны когерентного источника света, используемого для записи и восстановления голограммы, то положим, что в пределах ее области существования изменение фазы сферической волны радиуса кривизны $Rl_2/\mu_1(l_1 + R)$ не превосходит π . Тогда для диаметра $D \le d \left(\frac{l}{l_2 - l}\right)^{-1}$ в плоскости (x_3, y_3) фотопластинки квадратичный фазовый множитель ехр [$ik (x_3^2 + y_3^2) \mu_1(l_1 + R)/2Rl_2$] вынесем в выражении (4) из-под знака интеграла свертки с функцией $P_1(x_3, y_3)$ и получим

$$u_{1}(x_{3}, y_{3}) \sim \exp\left\{\frac{ik\left[R + \mu_{1}\left(l_{1} + R\right)\right]}{2 R l_{2}} (x_{3}^{2} + y_{3}^{2})\right\} \left\{\left[1 - t(-\mu_{1} x_{3}, -\mu_{1} y_{3})\right] \exp i \phi_{0}(-\mu_{1} x_{3}, -\mu_{1} y_{3}) \otimes \right.$$

$$\otimes P_{1}(x_{3}, y_{3})\right\}.$$
(5)

Из выражения (5) следует, что в плоскости фотопластинки каждая точка изображения амплитудного рассеивателя уширена до размера субъективного спекла, определяемого шириной функции $P_1(x_3, y_3)$, являющейся результатом дифракции на зрачке линзы \mathcal{J}_1 плоской волны. При этом на субъективное спекл-поле наложено распределение фазовых искажений волны освещения рассеивателя в предположении, что период изменения функции $\phi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3)$ превосходит размер субъективного спекла и распределение фазы расходящейся сферической волны радиуса кривизны $r = Rl_2/[R + \mu_1(l_1 + R)]$.

Запишем выражение для распределения комплексной амплитуды поля в плоскости фотопластинки перед проведением записи второй экспозиции

$$u_{2}'(x_{3}, y_{3}) \sim \exp\left\{\frac{ik\left[(x_{3}+b)^{2}+y_{3}^{2}\right]}{2(l_{2}-l)}\right\} \left\{\exp\left[-\frac{ikl\left[(x_{3}+b)^{2}+y_{3}^{2}\right]}{2l_{2}(l_{2}-l)}\right] \left\{\exp\left[\frac{ikl^{2}\left[(x_{3}+b)^{2}+y_{3}^{2}\right]}{2M(l_{2}-l)^{2}}\right]\right\} \\ \otimes \left[1-t(-\mu_{1}x_{3},-\mu_{1}y_{3})\right] \exp i\varphi_{0}(-\mu_{1}x_{3}-\mu_{1}b,-\mu_{1}y_{3}) \left\{p_{1}\left[-\frac{l}{l_{2}-l}(x_{3}+b),-\frac{l}{l_{2}-l}y_{3}\right]\right\} \\ \times \exp i\varphi_{1}\left[-\frac{l}{l_{2}-l}(x_{3}+b),-\frac{l}{l_{2}-l}y_{3}\right] \right\},$$
(6)

которое на основании вышеизложенного приводится к виду

$$u_{2}(x_{3}, y_{3}) \sim \exp\left\{\frac{ik\left[R + \mu_{1}\left(l_{1} + R\right)\right]}{2 R l_{2}}\left[\left(x^{3} + b\right)^{2} + y_{3}^{2}\right]\right\} \left\{\left[1 - t\left(-\mu_{1} x_{3}, -\mu_{1} y_{3}\right)\right] \exp i \phi_{0}\left(-\mu_{1} x_{3} - \mu_{1} b, -\mu_{1} y_{3}\right)\right\}\right\}$$

$$\otimes \exp\left[\frac{ik\,x_3\,b\,\mu_1\,(l_1+R)}{Rl_2}\right]P_1(x_3,y_3)\right\}.$$
(7)

В.Г. Гусев

886

Пусть фотослой, подвергнутый экспонированию светом с интенсивностью $I(x_3, y_3) = u_1(x_3, y_3)u_1^*(x_3, y_3) + u_2(x_3, y_3)u_2^*(x_3, y_3)$, обработан и получен негатив на прямолинейной части характеристической кривой почернения. Тогда, как и в [1], для $t(x_1, y_1) \ll 1$ пропускание $\tau(x_3, y_3)$ голограммы на рис. 1,6 для диффузно рассеянной составляющей света определяется выражением

$$\tau(x_{3}, y_{3}) \sim [\exp i\varphi_{0}(-\mu_{1} x_{3}, -\mu_{1} y_{3}) \otimes P_{1}(x_{3}, y_{3})] [t(-\mu_{1} x_{3}, -\mu_{1} y_{3}) \exp -i\varphi_{0}(-\mu_{1} x_{3}, -\mu_{1} y_{3}) \otimes P_{1}^{*}(x_{3}, y_{3})] + \\ + [\exp -i\varphi_{0}(-\mu_{1} x_{3}, -\mu_{1} y_{3}) \otimes P_{1}(x_{3}, y_{3})] [t(-\mu_{1} x_{3}, -\mu_{1} y_{3}) \exp i\varphi_{0}(-\mu_{1} x_{3}, -\mu_{1} y_{3}) \otimes \\ \otimes P_{1}(x_{3}, y_{3})] + \\ \left\{ \exp i\varphi_{0}(-\mu_{1} x_{3} - \mu_{1} b, -\mu_{1} y_{3}) \otimes \exp \left[\frac{ik x_{3} b \mu_{1} (l_{1} + R)}{R l_{2}} \right] P_{1}(x_{3}, y_{3}) \right\} \times \\ \times \\ \left\{ t(-\mu_{1} x_{3}, -\mu_{1} y_{3}) \exp - i\varphi_{0}(-\mu_{1} x_{3} - \mu_{1} b, -\mu_{1} y_{3}) \otimes \exp \left[\frac{-ik x_{3} b \mu_{1} (l_{1} + R)}{R l_{2}} \right] P_{1}^{*}(x_{3}, y_{3}) \right\} + \\ + \\ \left\{ \exp -i\varphi_{0}(-\mu_{1} x_{3} - \mu_{1} b, -\mu_{1} y_{3}) \otimes \exp \left[\frac{-ik x_{3} b \mu_{1} (l_{1} + R)}{R l_{2}} \right] P_{1}^{*}(x_{3}, y_{3}) \right\} \\ \left\{ t(-\mu_{1} x_{3}, -\mu_{1} y_{3}) \otimes \exp \left[\frac{ik x_{3} b \mu_{1} (l_{1} + R)}{R l_{2}} \right] P_{1}^{*}(x_{3}, y_{3}) \right\} \\ \times \\ \exp i\varphi_{0}(-\mu_{1} x_{3} - \mu_{1} b, -\mu_{1} y_{3}) \otimes \exp \left[\frac{ik x_{3} b \mu_{1} (l_{1} + R)}{R l_{2}} \right] P_{1}(x_{3}, y_{3}) \right\} .$$

$$(8)$$

При условии малости размера субъективного спекла в плоскости (x_3, y_3) по сравнению с периодом фазовой функции $\phi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3)$ и при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля на оптической оси в плоскости голограммы, можно показать [1], что в задней фокальной плоскости линзы \mathcal{J}_2 (см. рис. 1, δ) в пределах перекрытия изображений зрачка p_1 (см. рис. 1,a) двух экспозиций распределение комплексной амплитуды поля принимает вид

$$u(x_{4}, y_{4}) \sim \left\{ \exp -i\varphi_{1}(-\mu_{2} x_{4}, -\mu_{2} y_{4}) + \exp i\varphi_{1}(-\mu_{2} x_{4}, -\mu_{2} y_{4}) + \exp -i\varphi_{1}\left[\mu_{2} x_{4} + \frac{\mu_{1} (l_{1} + R)}{R} b, \mu_{2} y_{4}\right] + \exp i\varphi_{1}\left[-\mu_{2} x_{4} + \frac{\mu_{1} (l_{1} + R)}{R} b, \mu_{2} y_{4}\right] \right\} F(x_{4}, y_{4}) \otimes P_{2}(x_{4}, y_{4}),$$
(9)

где $\mu_2 = l_2/f_2 - \kappa o_2 \phi \phi$ ициент масштабного преобразования;

$$F(x_4, y_4) = \iint_{-\infty} t(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3) \exp\left[-ik(x_3 x_4 + y_3 y_4)/f_2\right] dx_3 dy_3 - \Phi$$
урье-образ функции поглоще-

ния амплитудного рассеивателя в плоскости его изображения;

$$P_2(x_4, y_4) = \iint_{-\infty} p_2(x_3, y_3) \exp\left[-ik(x_3x_4 + y_3y_4)/f_2\right] dx_3 dy_3 - Фурье-образ функции пропускания не-$$

прозрачного экрана p_2 с круглым отверстием [5].

Для четной фазовый функции $\phi_1(x_2, y_2)$ в предположении малости размера субъективного спекла, определяемого шириной функции $P_2(x_4, y_4)$ в плоскости наблюдений 3 (см. рис. 1, δ), по сравнению с периодом модулирующей спекл-поле фазовой функцией в выражении (9) суперпозиция коррелирующих спекл-полей двух экспозиций приводит к распределению освещенности

$$I(x_4, y_4) \sim [1 + \cos 2 \varphi_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4)] \left\{ 1 + \cos \left[\frac{\partial \varphi_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4)}{\partial \mu_2 x_4} \frac{b \mu_1(l_1 + R)}{R} \right] \right\} |F(x_4, y_4) \otimes P_2(x_4, y_4)|^2, (10)$$

где

$$\frac{\partial \varphi_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4)}{\partial \mu_2 x_4} \frac{b \mu_1(l_1 + R)}{R} = \varphi_1 \left[\mu_2 x_4 + \frac{b \mu_1(l_1 + R)}{R}, \mu_2 x_4 \right] - \varphi_1(\mu_2 x_4, \mu_2 y_4).$$

Из выражения (10) следует, что в плоскости наблюдения субъективная спекл-структура промодулирована интерференционными полосами. Причем, как и в [1], интерференционная картина представляет собой сочетание интерферограммы бокового сдвига в полосах бесконечной ширины и интерференционной картины в полосах равной толщины, которые характеризуют сферическую аберрацию контролируемой линзы. Если интерференционная картина в полосах равной толщины имеет увеличенную в два раза чувствительность, то чувствительность интерферометра бокового сдвига определяется величиной сдвига *b* и геометрическим фактором $G = \mu_1(l_1 + R)/R$. С уменьшением величина *R* чувствительность интерферометра увеличивается для фиксированной величины сдвига за счет геометрического фактора, так как увеличивается относительный угол наклона $\beta = b\mu_1(l_1 + R)/Rl_2$ между спекл-полями двух экспозиций при записи голограммы. Для $R = \mu_1 l_1/(1 - \mu_1)$ чувствительность интерферометра определяется только величиной бокового сдвига *b*.

Пусть теперь записанная по методу Габора двухэкспозиционная голограмма сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя восстанавливается согласно рис. 2, где линза \mathcal{J}_2 строит изображение голограммы в плоскости наблюдения 3. Тогда для определения амплитуды пропускания $\tau'(x_3, y_3)$ голограммы воспользуемся выражениями (3), (6). С учетом ранее введенных предположений, состоящих в том, что период фазовой функции $\varphi_0(-\mu_1 x_3, -\mu_1 y_3)$ превосходит размер субъективного спекла в плоскости голограммы и $t(x_1, y_1) \ll 1$, выражение для диффузно рассеянной составляющей амплитуды пропускания принимает вид

$$\begin{aligned} r'(x_{3},y_{3}) &\sim \left\{ \exp\left[\frac{-ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] \otimes \left\{ \exp\left[\frac{ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] p_{1}(-\mu_{1}'x_{3},-\mu_{1}'y_{3}) \times \right. \\ &\times \exp i \phi_{1}(-\mu_{1}'x_{3},-\mu_{1}'y_{3}) \right\} \right\} \left\{ \left. \exp\left[\frac{ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] \right\} \\ &\otimes \left\{ \exp\left[\frac{-ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] \otimes t(-\mu_{1}x_{3},-\mu_{1}y_{3}) \right\} \times p_{1}(-\mu_{1}'x_{3}-\mu_{1}'y_{3}) \times \right. \\ &\times \exp -i\phi_{1}(-\mu_{1}'x_{3},-\mu_{1}'y_{3}) \right\} + \left\{ \exp\left[\frac{ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] \otimes \left\{ \exp\left[\frac{-ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] \times \right. \\ &\times p_{1}(-\mu_{1}'x_{3},-\mu_{1}'y_{3}) \exp -i\phi_{1}(-\mu_{1}'x_{3},-\mu_{1}'y_{3}) \right\} \right\} \left\{ \exp\left[\frac{-ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] \otimes \left\{ \exp\left[\frac{ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] \right\} \\ &\otimes \left\{ \exp\left[\frac{ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] \otimes t(-\mu_{1}x_{3},-\mu_{1}'y_{3}) \right\} p_{1}(-\mu_{1}'x_{3},-\mu_{1}'y_{3}) \times \right. \\ &\times \exp i \phi_{1}(-\mu_{1}'x_{3},-\mu_{1}'y_{3}) \right\} + \left\{ \exp\left[\frac{-ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] \otimes \left\{ \exp\left[\frac{ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] p_{1}[-\mu_{1}'(x_{3}+b),-\mu_{1}'y_{3}] \times \right. \\ &\times \exp i \phi_{1}[-\mu_{1}'(x_{3}+b),-\mu_{1}'y_{3}] \right\} \right\} \left\{ \exp\left[\frac{ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] \otimes \left\{ \exp\left[\frac{-ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] \otimes t(-\mu_{1}x_{3},-\mu_{1}y_{3}) \right\} \\ &\times \exp\left[-\mu_{1}'(x_{3}+b),-\mu_{1}'y_{3}\right] \right\} \right\} \left\{ \exp\left[\frac{ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] \otimes \left\{ \exp\left[\frac{-ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] \otimes t(-\mu_{1}x_{3},-\mu_{1}y_{3}) \right\} \\ &\times \exp\left[-\mu_{1}'(x_{3}+b),-\mu_{1}'y_{3}\right] \right\} \right\} \left\{ \exp\left[\frac{ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] \otimes \left\{ \exp\left[\frac{-ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] \otimes t(-\mu_{1}x_{3},-\mu_{1}y_{3}) \right\} \\ &\times \exp\left[-\mu_{1}'(x_{3}+b),-\mu_{1}'y_{3}\right] \right\} \left\{ \exp\left[\frac{ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] \otimes \left\{ \exp\left[\frac{-ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] \otimes t(-\mu_{1}x_{3},-\mu_{1}y_{3}) \right\} \\ \\ &\times \exp\left[-\mu_{1}'(x_{3}+b),-\mu_{1}'y_{3}\right] \exp\left[-i\phi_{1}(x_{3}+b),-\mu_{1}'y_{3}\right] \right\} \left\{ \exp\left[\frac{ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] \otimes \left\{ \exp\left[\frac{-ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] \otimes t(-\mu_{1}x_{3},-\mu_{1}y_{3}) \right\} \\ \\ &\times \exp\left[-\mu_{1}'(x_{3}+b),-\mu_{1}'y_{3}\right] \exp\left[-i\phi_{1}(x_{3}+b),-\mu_{1}'y_{3}\right] \right\} \left\{ \exp\left[\frac{ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] \otimes \left\{ \exp\left[\frac{-ik(x_{3}^{2}+y_{3}^{2})}{2L}\right] \otimes t(-\mu_{1}x_{3},-\mu_{1}y_{3}) \right\} \\ \\ \\ &\times \exp\left[\frac{i(x_{3}^{2}+y_{3}^{2}+y_{3}^{2}+y_{3}^{2}+y_{3}^{2}+y_{3}^{2}+y_{3}^{2}+y$$

В.Г. Гусев

888

$$+ \left\{ \exp\left[\frac{ik(x_{3}^{2} + y_{3}^{2})}{2L}\right] \otimes \left\{ \exp\left[\frac{-ik(x_{3}^{2} + y_{3}^{2})}{2L}\right] p_{1}[-\mu_{1}'(x_{3} + b), -\mu_{1}'y_{3}] \times \right. \\ \left. \times \exp\left[-i\phi_{1}[-\mu_{1}'(x_{3} + b), -\mu_{1}'y_{3}]\right] \right\} \left\{ \exp\left[\frac{-ik(x_{3}^{2} + y_{3}^{2})}{2L}\right] \otimes \left. \exp\left[\frac{ik(x_{3}^{2} + y_{3}^{2})}{2L}\right] t(-\mu_{1}x_{3}, -\mu_{1}y_{3}) \right\} p_{1}[-\mu_{1}'(x_{3} + b), -\mu_{1}'y_{3}] \exp i\phi_{1}[-\mu_{1}'(x_{3} + b), -\mu_{1}'y_{3}] \right\}, (11)$$

где $L = l_2 R/\mu_1(l_1 + R); \mu'_1 = \mu_1(l_1 + R)/R$ – введенные обозначения для сокращения записи.

Также для сокращения записи положим, что линза \mathcal{J}_2 на рис. 2 строит изображение с единичным увеличением, т.е. $l_3 = l_4 = l_0$. Тогда распределение комплексной амплитуды поля в плоскости (x_4 , y_4) наблюдения с точностью до несущественного для дальнейшего рассмотрения квадратичного фазового множителя определяется выражением

$$u'(x_4, y_4) \sim \tau'(x_4, y_4) \otimes P'_2(x_4, y_4),$$
(12)
где $P'_2(x_4, y_4) = \iint_{-\infty}^{\infty} p_2(x, y) \exp\left[-ik(xx_4 + yy_4)/l_0\right] dx dy - Фурье-образ функции пропускания$

апертурной диафрагмы p_2 линзы \mathcal{J}_2 .

В результате подстановки (11) в (12) с учетом медленного изменения фазовой функции, характеризующей сферическую аберрацию контролируемой линзы, распределение комплексной амплитуды поля в пределах перекрытия функций

$$p_{1}\left[\frac{\mu_{1}(l_{1}+R)}{R}x_{4},\frac{\mu_{1}(l_{1}+R)}{R}y_{4}\right], p_{1}\left[\frac{\mu_{1}(l_{1}+R)}{R}(x_{4}-b),\frac{\mu_{1}(l_{1}+R)}{R}y_{4}\right]$$
принимает вид
$$u'(x_{4},y_{4}) \sim \left\{1 + \exp\left[-\frac{i\partial \phi_{1}(\mu_{1}'x_{4},\mu_{1}'y_{4})}{\partial \mu_{1}'x_{4}}2\mu_{1}'b\right]\right\} t(\mu_{1}x_{4},\mu_{1}y_{4}) \otimes P'_{2}(x_{4},y_{4}).$$
(13)
$$(x_{3}y_{3}) \qquad (xy) \qquad (x_{4}y_{4})$$

Рис. 2. Схема регистрации интерференционной картины, локализующейся в плоскости голограммы

Следовательно, на основании выражения (13) суперпозиция коррелирующих спекл-полей при условии, что размер субъективного спекла в плоскости наблюдения 3 (см. рис. 2), определяемый шириной функции $P'_2(x_4, y_4)$, много меньше периода фазовой функции, модулирующей спекл-поле, приводит к распределению освещенности

$$I'(x_{4},y_{4}) \sim \left\{ 1 + \cos \left\{ \frac{\partial \varphi_{1} \left[\frac{\mu_{1} (l_{1} + R)}{R} x_{4}, \frac{\mu_{1} (l_{1} + R)}{R} y_{4} \right]}{\frac{\partial \mu_{1} (l_{1} + R)}{R} x_{4}} 2b \frac{\mu_{1} (l_{1} + R)}{R} \right\} \right\} \left| t (\mu_{1} x_{4}, \mu_{1} y_{4}) \otimes P'_{2}(x_{4}, y_{4}) \right|^{2}, (14)$$

Формирование в диффузно рассеянных полях интерферограмм бокового сдвига 889

которое характеризует субъективную спекл-структуру, промодулированную интерференционными полосами. Интерференционная картина представляет собой интерферограмму бокового сдвига в полосах бесконечной ширины, которая обусловлена сферической аберрацией контролируемой линзы. При этом чувствительность интерферометра бокового сдвига увеличивается в два раза для фиксированной величины сдвига.

В случае освещения амплитудного рассеивателя когерентным излучением со сходящейся квазисферической формой волны с радиусом кривизны $R > l_1$ на основании [6], если диаметр освещенной области рассеивателя $D_0 \ge dR/(R - l_1)$, то на расстоянии $l = f_1(R - l_1)/(f_1 + R - l_1)$ от главной плоскости линзы \mathcal{J}_1 (см. рис. 1,*a*) распределение комплексной амплитуды поля описывается выражением (1) для $M = l_1(R - l_1)/R$. В отличие от предыдущего случая, когда Фурьеобраз входной функции формировался в промежутке между задней фокальной плоскостью линзы \mathcal{J}_1 и фотопластинкой, его формирование происходит между линзой и ее задней фокальной плоскостью. С учетом этого сохраняется вид всех вышеприведенных выражений при замене $(l_1 + R)$ на $(R - l_1)$. В результате этого из-за геометрического фактора $G = \mu_1(R - l_1)/R$ чувствительность интерферометра бокового сдвига для фиксированной величины *b* уменьшается и.

с уменьшением радиуса кривизны *R* и при $R = \frac{\mu_1 l_1}{\mu_1 - 1}$ геометрический фактор равен единице.

В эксперименте одно- и двухэкспозиционные голограммы сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя по методу Габора записывались на фотопластинках типа Микрат ВРЛ с помощью Не–Ne-лазера, работающего на длине волны 0,63 мкм. Как и в [1], контролируемым объектом являлась линза с фокусным расстоянием $f_1 = 160$ мм, диаметром зрачка d = 27 мм, с помощью котрой в плоскости фотопластинки формировалось параксиальное изображение рассеивателя с единичным увеличением.



Рис. 3. Интерференционные картины в полосах равной толщины при регистрации с проведением пространственной фильтрации в плоскости голограммы: *a* – на оптической оси, *б* – вне оптической оси

На рис. 3,а представлена интерференционная картина в полосах равной толщины, характеризующая сферическую аберрацию контролируемой линзы. Ее регистрация в фокальной плоскости объектива фотоаппарата с фокусным расстоянием $f_2 = 50$ мм согласно рис. 1,6 осуществлялась при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля на оптической оси путем восстановления одноэкспозиционой голограммы малоапертурным (~2 мм) лазерным лучом. Запись голограммы проводилась при освещении амплитудного рассеивателя когерентным излучением с квазиплоской формой волны. Смещение голограммы относительно восстанавливающего ее лазерного луча ($x_3 = 8$ мм, $y_3 = 0$) приводит, как и в [1] в случае освещения рассеивателя когерентным излучением со сходящейся квазисферической формой волны с радиусом кривизны $R < l_1$, к частичному пространственному разделению дифрагирующих квазиплоских волн в (-1) и (+1) порядках дифракции (рис. 3,б) и возникновению угла между направлениями их распространения. Пространственное разделение фронтов волн в (-1) и (+1)порядках дифракции, растущее с увеличением смещения голограммы относительно лазерного луча, обусловлено виньетированием, которое отсутствует при формировании изображения с помощью телескопической оптической системы типа зрительной трубы Кеплера (см., например, [7]). Результаты проведения одноэкспозиционной записи голограммы Габора [8] в этом случае показали, что между дифрагирующими волнами в (-1) и (+1) порядках дифракции возникает только угол между направлениями их распространения, увеличивающийся с ростом смещения голограммы относительно восстанавливающего ее лазерного луча. Следовательно, для фиксированной точки голограммы вне оптической оси вид частотной передаточной функции оптической системы формирования изображения [9] определяет величину угла между направлениями дифрагирующих волн в (-1) и (+1) порядках дифракции. В результате этого возникают определенного характера особенности при регистрации интерференционной картины в полосах равной толщины на рис. 3,*a*. Чем меньше радиус расходящейся квазисферической волны когерентного излучения, используемого для освещения амплитудного рассеивателя *I* (см. рис. 1,*a*), или сходящейся квазисферической волны в [1], тем меньше диаметр фильтрующего отверстия (см. рис. 1, δ), в пределах которого дифрагирующие волны в (-1) и (+1) порядках дифракции совпадают по направлению. С уменьшением радиуса сходящейся квазисферической волны (или с его ростом в [1]) увеличивается этот диаметр, и при $R = l_1$, когда отсутствует виньетирование и частотная передаточная функция оптической системы формирования изображения равномерна, величина диаметра фильтрующего отверстия достигает величины размера изображения.

На рис. 4,*а* представлена интерференционная картина, зарегистрированная при восстановлении двухэкспозиционной голограммы Габора малоапертурным лазерным лучом в точке, лежащей на оси сдвига и на расстоянии 10 мм от оптической оси. Интерференционные полосы в (-1) и (+1) порядках дифракции обусловлены двукратным экспонированием фотопластинки при освещении амплитудного рассеивателя на стадии записи голограммы квазиплоской волной для величины бокового сдвига b = 2,1 мм. Как и в [1], в области перекрытия порядков дифракции дополнительно сосредоточена интерференционная картина, являющаяся результатом суперпозиции обращенных квазиплоских волновых фронтов, а при восстановлении голограммы в точке, лежащей на оптической оси, распределение освещенности в плоскости наблюдения (рис. 4, δ) описывается выражением (10). Интерференционная картина характеризует сферическую аберрацию контролируемой линзы и является результатом сочетания интерферограммы бокового сдвига и интерференционной картины в полосах равной толщины.



Рис. 4. Интерференционные картины, зарегистрированные при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля в плоскости двухэкспозиционной голограммы: a – вне оптической оси, δ – на оптической оси

В случае восстановления этой двухэкспозиционной голограммы согласно рис. 2 при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля с помощью апертурной диафрагмы p_2 в плоскости наблюдения формируется интерферограмма бокового сдвига, представленная на рис. 5,*a*. Она характеризует сферическую аберрацию контролируемой линзы с увеличенной в два раза чувствительностью для фиксированной величины сдвига (рис. 4). Проведение пространственной фильтрации необходимо для уменьшения в плоскости наблюдения области, в пределах которой сосредоточено излучение, обусловленное регулярной составляющей пропускания голограммы. С уменьшением диаметра апертурной диафрагмы уменьшается диаметр этой области. Однако при этом увеличивается размер субъективного спекла в плоскости наблюдения. Если период интерференционных полос соизмерим с размером спекла, то видность интерференционной картины становится равной нулю [10].

Известна [11] возможность восстановления голограммы сфокусированного изображения, запись которой проводилась с использованием внеосевой опорной волны, полихроматическим (белым) источником. Это связано с постоянством размера изображения, локализованного в плоскости голограммы, независимо от длины волны. В результате в плоскости голограммы

Формирование в диффузно рассеянных полях интерферограмм бокового сдвига 891

наблюдается изображение со спектральной окраской. Если для двухэкспозиционной голограммы сфокусированного изображения интерференционная картина локализуется в ее плоскости, то также наблюдаются спектрально окрашенные интерференционные полосы.

В рассматриваемом случае из-за отсутствия дисперсии, которая обусловливается записью голограммы сфокусированного изображения с помощью внеосевой опорной волны, наблюдаемая в белом свете интерферограмма бокового сдвига (рис. 5, δ) представляет собой систему ахроматических интерференционных полос. При этом отсутствует спекл-структура в плоскости регистрации. Следовательно, когда двухэкспозиционная голограмма сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя, записанная по методу Габора, восстанавливается коллимированным полихроматическим (белым) пучком (см. рис. 2), то можно уменьшить диаметр апертурной диафрагмы p_2 .



Рис. 5. Интерферограмма бокового сдвига, локализующаяся в плоскости голограммы, восстановление которой проводилось с помощью: *a* – когерентного источника света, *б* – полихроматического источника света

Экспериментальные исследования показали, что интерференционная картина типа интерферограммы бокового сдвига в полосах бесконечной ширины с увеличением чувствительности в два раза для фиксированной величины сдвига локализуется только в плоскости голограммы, если ее двухэкспозиционная запись проводилась при освещении амплитудного рассеивателя когерентным излучением с расходящейся квазисферической формой волны или сходящейся с радиусом кривизны $R > l_1$. Тогда, как в случае освещения рассеивателя когерентным излучением со сходящейся квазисферической формой волны с радиусом кривизны $R < l_1$, интерференционная картина локализуется только в плоскости Фурье при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля в ближней зоне [1]. Это объясняется следующим.



Рис. 6. Интерферограммы бокового сдвига в (-1) и (+1) порядках дифракции. Освещение амплитудного рассеивателя: a – сходящейся сферической волной с радиусом кривизны $R < l_1$, δ – расходящейся или сходящейся сферической волной с радиусом кривизны $R > l_2$

Во всех случаях восстановления двухэкспозиционной голограммы малоапертурным лазерным лучом в ее крайних точках, лежащих на оси сдвига, регистрируется типичная интерференционная картина на рис. 6,*a*, если на стадии записи голограммы освещение амплитудного рассеивателя проводилось когерентным излучением со сходящейся квазисферической формой волны с радиусом кривизны $R < l_1$. Типичность ее состоит в том, что интерферограммы бокового сдвига в (-1) и (+1) порядках дифракции, характеризующие сочетание осевых и внеосевых волновых аббераций контролируемой линзы, всегда имеют увеличенную частоту интерференционных полос на периферии, т.е. дальше от точки, где фокусируется регулярная составляющая пропускания голограммы. В случаях же освещения амплитудного рассеивателя когерентным излучением с расходящейся квазисферической формой волны или сходящейся с радиусом кривизны $R > l_1$ интерферограммы бокового сдвига в (-1) и (+1) порядках дифракции на рис. 6, *б* всегда имеют увеличенную частоту интерференционных полос около точки, где фокусируется регулярная составляющая пропускания голограммы. Это указывает на то, что в первом случае нормали к фронтам волн в (-1) и (+1) порядках дифракции расходятся, а во втором случае сходятся, обусловливая тем самым локализацию интерференционной картины с увеличенной чувствительностью в плоскости голограммы.

Следует отметить, что при двухэкспозиционной записи с помощью телескопической оптической системы типа зрительной трубы Кеплера голограммы сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя по методу Габора на стадии ее восстановления также образуется интерферограмма бокового сдвига с увеличенной в два раза чувствительностью для фиксированной величины сдвига [12]. Причем интерференционная картина локализуется в плоскости Фурье при проведении пространственной фильтрации дифракционного поля в ближней зоне. Это и характерно для случаев, когда распределение поля в плоскости изображения формируется в результате выполнения двух последовательных преобразований Фурье над входным распределением в предметной плоскости.

Таким образом, результаты проведенных исследований показали, что, как и в [1], одноэкспозиционная запись голограммы сфокусированного изображения амплитудного рассеивателя по методу Габора при его освещении когерентным излучением с расходящейся квазисферической формой волны или сходящейся с радиусом кривизны $R > l_1$ сопровождается на стадии восстановления голограммы формированием интерференционной картины в полосах равной толщины, характеризующей сферическую аберрацию контролируемого объекта, с увеличенной в два раза чувствительностью.

При двухэкспозиционной записи голограммы, как и в [1], на стадии ее восстановления малоапертурным лазерным лучом в точке, лежащей на оптической оси, в плоскости Фурье образуется интерференционная картина, характеризующая сферическую аберрацию контролируемого объекта и являющаяся результатом сочетания интерференционной картины в полосах равной толщины и интерферограммы бокового сдвига. В отличие от [1], интерференционная картина бокового сдвига с увеличенной в два раза чувствительностью для фиксированной величины сдвига локализуется в плоскости голограммы, что позволяет проводить ее восстановление полихроматическим (белым) светом и регистрировать ахроматические интерференционные полосы.

- 1. Гусев В. Г. // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. N 2. С. 144–156.
- 2. Гусев В. Г. // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5. N 2. С. 115-124.
- 3. Гудмен Д. Введение в Фурье-оптику. М.: Мир, 1970. 359 с.
- 4. Франсон М. Оптика спеклов. М.: Мир, 1980. 158 с.
- 5. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 846 с.
- 6. Гусев В. Г. Формирование интерферограмм бокового сдвига в диффузно рассеянных полях при двухэкспозиционной записи линзовой голограммы Фурье. М., 1994. 18 с. Деп. в ВИНИТИ 16.02.94. N 697–В94.
- 7. Апенко М.И., Дубовик А.С. Прикладная оптика. М.: Наука, 1982. 348 с.
- 8. Гусев В. Г. // Оптика атмосферы и океана. 1996. Т. 9. N 7. С. 901-909.
- 9. Кольер Р., Беркхарт К., Лин Л. Оптическая голография. М.: Мир, 1973. 670 с.
- 10. Джоунс Р., Уайкс К. Голографическая и спекл-интерферометрия. М.: Мир, 1986. 320 с.
- 11. Клименко И.С., Матинян Е.Г., Налимов И.П. // Оптика и спектроскопия. 1969. Т. 26. Вып. 6. С. 1019–1026.
- 12. Гусев В. Г. // Изв. вузов. Физика. 1996. N 2. С. 89–96.

Томский государственный университет

Поступила в редакцию 9 декабря 1996 г.

V.G. Gusev. Formation of Shear Interferograms in Diffusively Scattered Light when Double-Exposure Recording of Hologram of Amplitude Screen Focused Image by the Gabor Method. Part II.

An analysis of shear interferometer based on hologram recording of focused image of amplitude screen is presented. It is shown, that spatial filtration of diffraction field provides the interferogram, which determines spherical aberration of the lens with double sensitivity.

Формирование в диффузно рассеянных полях интерферограмм бокового сдвига 893