

В.А. Донченко, М.В. Кабанов, Э.В. Лугин,
А.А. Наливайко, А.В. Шаповалов

О ФОРМИРОВАНИИ ОПТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ В ЛИНИИ ПОГЛОЩЕНИЯ СЛАБО НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЫ

Рассматривается задача о распространении светового импульса в слабо нелинейной среде в области резонансного поглощения при условии, что длительность импульса превосходит время релаксации среды. Характерные особенности задачи исследованы на основе модельного уравнения, отличающегося от нелинейного уравнения Шредингера малым возмущением. Представлены результаты численного решения задачи об эволюции импульса в рамках избранной модели и изучается возможность формирования устойчивых импульсов в зависимости от формы начального импульса. Обсуждается возможность применения полученных результатов к задачам зондирования атмосферы.

Методы лазерного зондирования различных сред, включая естественные среды, основаны на применении импульсов с заданными характеристиками (длительность импульса, интенсивность, спектральный состав, поляризация). Дополнительные возможности управления параметрами импульса в условиях слабо нелинейной среды для источников излучения достаточной мощности ($\leq 10^7$ Вт/см²) могут быть связаны, например, с начальной формой импульса, существенно влияющей на его эволюцию. Описание трансформации профиля амплитуды и фазы импульса в различные моменты времени позволяет выявить оптимальные, в некотором смысле, характеристики зондирующего импульса. Это, в свою очередь, дает возможность получения информации о среде по искажению формы начального импульса.

В настоящей работе в рамках формализма обратной задачи рассеяния, а также численными методами исследуются некоторые вопросы формирования устойчивых оптических сигналов из локализованных начальных импульсов в слабо нелинейной атмосфере в окрестности резонансной линии поглощения. Длительность импульса превосходит время релаксации поляризации среды. Некогерентные процессы, сопровождающие распространение импульса, не рассматриваются. Математическая модель построена на основе нелинейного уравнения Шредингера [1] с малым возмущением.

В приближении среднего поля эволюция оптического импульса рассматривается на основе уравнений Максвелла для немагнитной изотропной среды с нелинейной зависимостью диэлектрической проницаемости от поля:

$$\begin{aligned} \text{rot rot } \mathbf{E} + c^{-2} \partial^2 \mathbf{D} / \partial t^2 &= 0, \quad \text{div } \mathbf{D} = 0, \\ \mathbf{D} &= \varepsilon \mathbf{E} = (\varepsilon_L + \varepsilon_{NL}) \mathbf{E}. \end{aligned} \quad (1)$$

Индексы L и NL относятся соответственно к линейному и нелинейному отклику среды на воздействие поля. Резонансное поглощение возникает из-за наличия в атмосфере поглощающих газов, нелинейности обусловлена насыщением резонансного перехода. В случае нелинейного поля квазимонохроматического импульса резонансный переход на частоте ω_{mn} аппроксимируется парой состояний m , n и может быть описан с помощью простых выражений [2]:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon' + i\varepsilon'' = (\varepsilon'_L + \varepsilon'_{NL}) + i(\varepsilon''_L + \varepsilon''_{NL}); \\ \varepsilon'_L &= 1 + \Delta\tau\varepsilon''_L; \quad \varepsilon''_L = -A\beta(\Delta^2 + \tau^{-2})^{-1}; \\ \varepsilon'_{NL} &= \Delta\tau\varepsilon''_L^2 |E|^2/A; \quad \varepsilon''_{NL} = \varepsilon''_L^2 |E|^2/A. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\Delta = \omega_{mn} - \omega$ — расстройка; τ^{-1} — ширина спектральной линии; $\beta = |d_{mn} / \hbar|^2$; d_{mn} — матричный элемент дипольного момента для перехода ω_{mn} , $A = \text{const}$. Мнимые части ε связаны с поглощением излучения.

Соотношения (2) допускают их использование и для импульсного излучения при условии, что его спектральная ширина значительно уже спектральной ширины линии поглощения. В условиях атмосферы зависимость нелинейного коэффициента поглощения от интенсивности в общем случае может носить сложный характер [3]. Для определенности мы ограничиваемся первыми исчезающими поправками к ε , предполагая, что эти поправки правильно отражают функциональную зависимость ε от интенсивности. В пределах контура линии поглощения изменение дисперсии из-за влияния поля

вблизи резонанса дает (по сравнению с влиянием других механизмов) максимальную добавку в показатель преломления, знак которой совпадает со знаком расстройки.

Квазимонохроматическую волну, распространяющуюся вдоль оси z с волновым вектором величины k и средней частотой ω , представим в виде

$$\vec{E} = \vec{\mathcal{E}}(\mathbf{r}, t) \exp(-i\theta) + \text{к. с.}, \quad \theta = \omega t - kz,$$

где $\vec{\mathcal{E}}(\mathbf{r}, t)$ — медленно меняющаяся по сравнению с $\exp(i\theta)$ огибающая поля. Применяя стандартную процедуру усреднения [4], из уравнения (1) с учетом (2) получим следующее модельное уравнение для амплитуды $\vec{\mathcal{E}}(\mathbf{r}, t)$ линейно поляризованного поля:

$$\begin{aligned} ik(\partial\vec{\mathcal{E}}/\partial z + c^{-1}\partial\vec{\mathcal{E}}/\partial t) + \frac{1}{2}\partial^2\vec{\mathcal{E}}/\partial z^2 + \frac{1}{2}k^2\varepsilon'_{NL}\vec{\mathcal{E}} = \\ = -\frac{1}{2}\Delta_{\perp}\vec{\mathcal{E}} - \frac{1}{2}ik^2(\varepsilon''_L + \varepsilon''_{NL})\vec{\mathcal{E}}, \end{aligned} \quad (3)$$

где Δ_{\perp} — поперечная часть лапласиана, групповая скорость сигнала положена равной c из-за $\Delta\tau\varepsilon''_L \ll 1$. В сопутствующей импульсу системе координат

$$t' = t, \quad z' = z - ct. \quad (4)$$

Вторая производная $\partial^2\vec{\mathcal{E}}/\partial z^2$ может влиять на параметры локализованного импульса с крутыми фронтами и поэтому оставлена в уравнении. Предполагается также, что правая часть уравнения (3) может оказывать лишь возмущающее влияние на динамику импульса вдоль трассы. Вводя безразмерные величины

$$s = t'/T_0, \quad q = z'/z_0, \quad W = \vec{\mathcal{E}}(\mathbf{r}, t)/\mathcal{E}_0,$$

приведем уравнение (3) к следующему виду:

$$\begin{aligned} i\partial W/\partial s + \frac{1}{2}\partial^2 W/\partial q^2 + \chi|W|^2W = R(W); \\ R(W) = -\frac{1}{2}z_0^2\Delta_{\perp}W - \frac{1}{2}i(kz_0)^2(\varepsilon''_L + \varepsilon''_{NL})W. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь T_0 — некоторый характерный масштаб изменения поля \mathcal{E} , $z_0 = (T_0c/k)^{1/2}$; \mathcal{E}_0 — начальная амплитуда поля \mathcal{E} . Параметр нелинейности

$$\chi = \Delta\tau\varepsilon''_L |\vec{\mathcal{E}}_0|^2 (kz_0)^2 / 2A.$$

В задачах лазерного зондирования представляет интерес выявление условий распространения импульса с возможно меньшими потерями мощности. Эти условия могут создаваться за счет компенсирующего влияния нелинейности. Рассмотрим с этой точки зрения уравнение (5). При $R(W) = 0$ (5) представляет собой нелинейное уравнение Шредингера, оно интегрируется методом обратной задачи рассеяния [1] и допускает солитонные решения при $\chi > 0$, распространяющиеся вдоль координаты q без затухания. При $\chi < 0$ солитонные решения отсутствуют. Влияние $R(W)$ можно учесть на основе теории возмущений, развитой в работе [5].

Согласно [5] первая поправка к форме односолитонного импульса экспоненциально затухает при удалении от него, что указывает на слабое размывание импульса под влиянием возмущений, т. е. в первом приближении солитоноподобный сигнал распространяется устойчиво. В реальных условиях затруднительно создание начального импульса солитоноподобной формы, в связи с чем представляет интерес исследование процесса образования солитоноподобных импульсов из начальных импульсов заданной формы. Эта проблема изучалась в работах [6, 7] для уравнения Кортевега—де Фриза. Численными экспериментами было установлено, что начальный импульс несолитонной формы при условии быстрого убывания по координате в процессе эволюции преобразуется в сигнал, состоящий в общем случае из N солитонов.

Рассмотрим данную проблему в рамках модели, описываемой уравнением (5), используя формализм метода обратной задачи рассеяния [1]. Предположим, что солитонной части в импульсе для нелинейного уравнения Шрёдингера

$$iU_{,s} + \frac{1}{2} U_{,qq} + |U|^2 U = 0 \quad (6)$$

(где $U = \rho W$, $\rho = \chi^{1/2}$, $\chi > 0$) соответствуют точки дискретного спектра ассоциированной линейной задачи [1]

$$L\psi(q, \lambda) \equiv L \begin{pmatrix} \psi^{(1)} \\ \psi^{(2)} \end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} i \frac{\partial}{\partial q} + \begin{pmatrix} 0 & U^*(q) \\ -U(q) & 0 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \psi^{(1)} \\ \psi^{(2)} \end{pmatrix} = \lambda \psi. \quad (7)$$

Здесь $U(q) = \rho W(q, s)|_{s=0}$, U^* комплексно сопряжено с U , спектральный параметр $\lambda = \xi + i\eta$, $\eta > 0$.

Влияние формы начального импульса на характер распада на солитоны можно проиллюстрировать на примере двух частных решений задачи (7). Основным параметром задачи оказывается площадь S начального импульса

$$S = \int_{-\infty}^{\infty} |U(q)| dq. \quad (8)$$

Для импульса прямоугольной формы

$$U(q) = \begin{cases} \rho \exp(2i\alpha q), & a \leq q \leq a+b \\ 0, & a+b < q, q < a \end{cases} \quad (9)$$

(где a, b, α – вещественные параметры) из условия «квантования» уравнения (7) следует, что все образующиеся солитоны имеют одинаковую скорость (смещения). Появление первой точки в спектре без учета всегда присутствующей точки $\eta_0 = \pi/2$ возможно при $S > \pi/2 \approx 1,57$. Число точек дискретного спектра (т. е. число образующихся солитонов) при заданном S равно

$$N = \text{ent}(S/\pi + 1/2). \quad (10)$$

Зависимость N от S носит линейный характер.

Для «обрезанного» экспоненциального импульса

$$U(q) = \begin{cases} \rho \exp(\alpha q), & q \leq q_0, \alpha = a + ib, a > 0 \\ 0, & q > q_0, \end{cases} \quad (11)$$

точки дискретного спектра определяются условием

$$\xi = b/2, J_\nu(S) = 0, \quad (12)$$

где J_ν – функция Бесселя 1-го рода, $\nu = \eta/a - 1/2$. Появление первой точки η_1 в спектре носит пороговый характер и выполняется при $S \approx 2$; с ростом S число точек в спектре медленно растет [8].

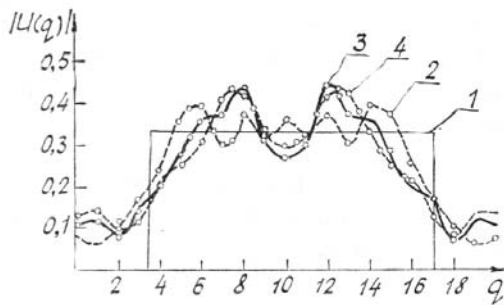


Рис. 1

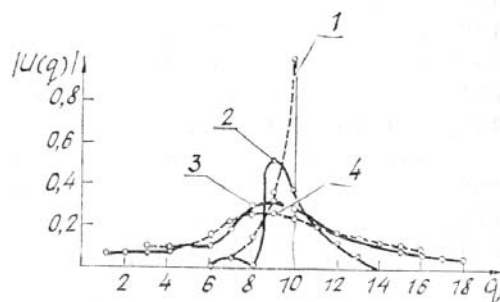


Рис 2

Перейдем к рассмотрению результатов исследования проблемы распада начального импульса на солитоны с помощью численного решения уравнения (6) на ЭВМ. Некоторые характерные особенности динамики импульса отражает величина $|U(q, s)|$, графики которой в различные моменты времени представлены на рис. 1–4. Отрезок интегрирования по переменной q для всех графиков одинаков (0,20).

На рис. 1 представлена динамика прямоугольного импульса для $S = 4,71$. Это значение соответствует $N = 2$ согласно (10). Графики соответствуют следующим значениям параметра s : 1) $s = 0$; 2) $s = 1,57$; 3) $s = 4,71$; 4) $s = 6,28$. Наблюдается постепенное разделение прямоугольника на импульс с двумя максимумами. Аналогичный результат имеет место и для $S = 5$ ($N = 2$), в то же время для $S = 0,6$ ($N = 0$) прямоугольный импульс не распадается.

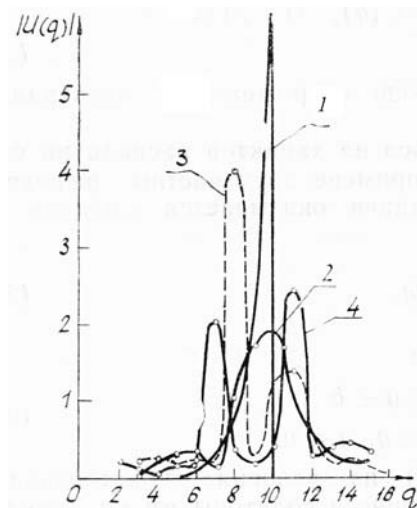


Рис. 3

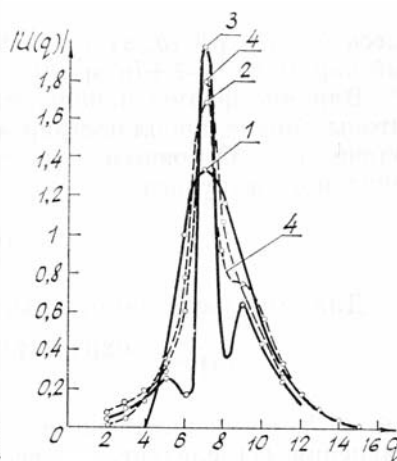


Рис. 4

Рассмотрим теперь динамику начального импульса (Π) в форме

$$U(q) = \begin{cases} S \exp(q - q_0), & q \leq q_0, \\ 0, & q > q_0, \end{cases} \quad q_0 = 10.$$

На рис. 2 приведены графики $|U(q, s)|$ для значения S , равного 1, отвечающего согласно (12) $N = 0$ и следующим значениям переменной s : 1) $s = 0$, 2) $s = 0,393$, 3) $s = 1,572$, 4) $s = 2,358$. Явно выражена тенденция к размытию начального сигнала вдоль оси q . На рис. 3 рассмотрен случай $S = 6$; согласно (12) $N = 2$. Графики приведены для следующих значений s : 1) $s = 0$; 2) $s = 0,786$; 3) $s = 1,179$; 4) $s = 1,572$. Начальный импульс разделяется на два максимума.

Рис. 4 иллюстрирует динамику импульса сгибающейся, близкой к реальной [9]:

$$U(q) = \begin{cases} (q - q_0)^n \exp[-(q - q_0)], & q > q_0 \\ 0, & q < q_0, \end{cases} \quad q_0 = 4,0.$$

Площадь S (8) выражается через Γ -функцию по формуле $S = \Gamma(n + 1)$. Графики $|U(q, s)|$ представлены для $n = 3$, $S > 5$ и следующих значений переменной s : 1) $s = 0$; 2) $s = 0,786$; 3) $s = 1,572$; 4) $s = 2,358$. Первоначально в импульсе образуются три максимума, затем они сливаются в один, и импульс сглаживается.

Результаты численного решения уравнения (6) согласуются с предположением о распаде начального импульса вида (9), (11) на солитоны. Имеется качественное соответствие с результатами (10), (12), полученными в формализме обратной задачи рассеяния, что подтверждает предположение о связи числа точек в спектре задачи (7) с числом солитонов в импульсе. Возможно также оценить время формирования солитонной части импульса.

Приведенные результаты исследования образования устойчивых сигналов в спектральных областях со слабой нелинейностью показывают, что в условиях реальной атмосферы возможно проявление, по крайней мере, характерных тенденций. Существенным здесь является устойчивость картины образования солитоноподобных импульсов в отношении поглощения и пространственного поведения светового пучка, если последние могут рассматриваться как достаточно слабые возмущающие факторы. Этот вопрос, ранее обсуждавшийся в связи с проблемой самосжатия импульсов в нелинейных средах [10], представляет также интерес и в случае реальной атмосферы. Можно, видимо, предполагать, что экспериментальные условия наблюдения устойчивой формы сигнала не отличаются от условий наблюдения эффектов резонансного самовоздействия [3]. Фигурирующий в работе основной параметр S

(формула (8)) и условия типа (10) для параметра N дают возможность достаточно широко варьировать длительность импульса и его интенсивность, а теоретический вывод о существенно разном поведении формы сигнала при разных знаках расстройки носит принципиальный характер.

1. Захаров В. Е., Шабат А. Б. — ЖЭТФ, 1971, т. 61, № 1, с. 118–134.
2. Басов Н. Г., Прохоров А. М. — УФН, 1955, т. 57, вып. 3, с. 485.
3. Агеев Б. Г., Пономарев Ю. Н., Тихомиров Б. А. Нелинейная оптико-акустическая спектроскопия молекулярных газов. — Новосибирск: Наука, 1987.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982.
5. Карпман В. П., Маслов Е. М. — ЖЭТФ, 1977, т. 73, № 2, с. 537–559.
6. Березин Ю. А., Карпман В. И. — ЖЭТФ, 1966, т. 51, № 5, с. 1557–1568.
7. Карпман В. И., Соколов В. Е. — ЖЭТФ, 1968, т. 54, № 5, с. 1569–1580.
8. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. — М.: Наука, 1977, с. 194.
9. Григорьев Б. А. Импульсный нагрев излучениями. Ч. 1. Характеристики импульсного облучения и лучистого нагрева. — М.: Наука, 1984.
10. Ахманов С. А., Выслоух В. А., Чиркин А. С. — УФН, 1986, т. 149, с. 449–509.

Сибирский физико-технический институт
им. В. Д. Кузнецова, г. Томск
Институт оптики атмосферы СО АН СССР, г. Томск

Поступила в редакцию
28 сентября 1987 г.

V. A. Donchenko, M. V. Kabanov, E. V. Lugin, A. A. Nalivaiko,
A. V. Sharovalov. **On optical pulses formation in the weakly nonlinear medium absorption line.**

The problem of the light-pulse propagation in a weakly nonlinear medium in the resonance absorption region is considered for the case where the pulse duration exceeds the medium-relaxation time. The characteristic features of the problem are studied on the basis of the model equation, differing from the nonlinear Schrödinger equation by the weak perturbation. The problem of pulse evolution was solved numerically. The possibility of stable pulse formation depending on the initial pulse shape is examined. The utility of the above data for the atmospheric sounding problems is discussed as well.