«Оптика атмосферы», 1, № 1 (1988)

В.П. Аксенов, В.А. Банах, Б.Н. Чен

ВЛИЯНИЕ ДИФРАКЦИИ НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛА АТМОСФЕРНОЙ РЕФРАКЦИИ ПРИ ОПТИЧЕСКОЙ ЛОКАЦИИ

На основе параболического уравнения с использованием линейной аппроксимации профиля диэлектрической проницаемости среды рассчитывается угол рефракции оптической волны при отражении от зеркальной поверхности в атмосфере. Показано, что величина угла рефракции при оптической локации зеркальных отражателей существенно зависит от условий дифракции на излучающей апертуре и отражателе, а также от пространственной когерентности поля источника.

В настоящее время широкое применение в спутниковой геодезии, навигации, дальнометрировании нашли методы, основанные на лазерной локации оптических отражателей [1, 2]. При этом учет рефракции оптических волн в атмосфере осуществляется в приближении геометрической оптики [3— 6]. В настоящей работе исследуются особенности введения величины угла атмосферной рефракции при локации пространственно-ограниченным частично-когерентным оптическим пучком зеркальных отражателей конечных размеров.

При решении задачи воспользуемся декартовой системой координат. Пусть в плоскости $z' = z_0$ расположен оптический источник с комплексной амплитудой поля $u_0(\rho)$. В плоскости z' = z поместим отражатель с коэффициентом отражения $K(\rho, \rho')$. Приемную линзу телескопа с амплитудным коэффициентом пропускания $T(\rho)$ совместим с оптическим источником в плоскости $z' = z_0$.

Распространение оптической волны на трассе «источник-отражатель» будем описывать параболическим уравнением [7]

$$\left[2i\kappa\frac{\partial}{\partial z'} + \Delta_{\perp} + \kappa^{2}\nu\left(z', \ p'\right)\right]u\left(z', \ \vec{p'}\right) = 0$$
⁽¹⁾

с граничным условием

$$u\left(0,\,\rho\right)=u_{0}\left(\rho\right).\tag{1a}$$

Здесь z', ρ' — продольная и поперечная координаты; Δ_{\perp} — поперечный лапласиан, $\kappa = 2\pi/\lambda$ — волновое число, $\varepsilon(z', \rho') = 1 + v(z', \rho')$ — диэлектрическая проницаемость среды. Распространение оптической волны на трассе "отражатель — приемник" будем описывать уравнением, сопряженным (1), с граничным условием

$$u_{\text{orp.}}(z, \mathbf{r}) = \int d^2 \rho u(z, \mathbf{\rho}) K(\mathbf{r}, \mathbf{\rho}).$$
(16)

Для простоты рассмотрим только регулярную рефракцию. Следуя [8], разложим составляющую диэлектрической проницаемости $v(z', \rho')$ в ряд по степеням x ($\rho' x_0 = x$, где x_0 — единичный вектор, перпендикулярный оси 0z') и ограничимся первым членом разложения

$$\mathbf{v}\left(\mathbf{z}', \ \mathbf{\rho}'\right) = \boldsymbol{\mu}\left(\mathbf{z}'\right) \mathbf{\rho}' \mathbf{x}_{0}. \tag{2}$$

Зависимость $\mu(z')$ от z' отражает изменение градиента диэлектрической проницаемости среды вдоль трассы.

Определим угол рефракции на приемном конце трассы σ в виде

$$\sigma = \frac{\rho_t x_0}{l} , \qquad (3)$$

где ρ_t — вектор линейного смещения оптического изображения, получаемого в плоскости резкого изображения приемной линзы телескопа; l — расстояние между плоскостью резкого изображения и приемной линзой. Вектор ρ_t будем характеризовать центром тяжести распределения интенсивности в плоскости l:

$$\boldsymbol{\rho}_t = \int d^2 \rho \boldsymbol{\rho} \boldsymbol{\Gamma}_t \left(l, \ \boldsymbol{\rho}, \ 0 \right) / \int d^2 \boldsymbol{\rho} \boldsymbol{\Gamma}_t \left(l, \ \boldsymbol{\rho}, \ 0 \right), \tag{4}$$

где Γ_t (l, \mathbf{R}, ρ) — функция когерентности второго порядка в плоскости резкого изображения приемной линзы. Функция $\Gamma_t(l, \mathbf{R}, \rho)$ связана с функцией когерентности второго порядка $\Gamma(z', \mathbf{R}', \rho')$, падающей на приемную линзу волны известным соотношением [9]

$$\Gamma_{t}(l, \boldsymbol{R}, \boldsymbol{\rho}) = \left(\frac{\kappa}{2l}\right)^{2} \exp\left(\frac{i\kappa}{l}\boldsymbol{R}\boldsymbol{\rho}\right) \int d^{2}\boldsymbol{R}' \int d^{2}\boldsymbol{\rho}' T\left(\boldsymbol{R}' + \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}'\right) \times \\ \times T\left(\boldsymbol{R}' - \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}'\right) \Gamma(\boldsymbol{z}', \boldsymbol{R}', \boldsymbol{\rho}') \exp\left[\frac{i\kappa}{l}\left(1 - \frac{l}{F_{t}}\right)\boldsymbol{R}'\boldsymbol{\rho}' - \frac{i\kappa}{l}\left(\boldsymbol{R}\boldsymbol{\rho}' + \boldsymbol{R}'\boldsymbol{\rho}\right)\right],$$
(5)

где F_t — фокусное расстояние приемной линзы телескопа.

Используя (1), (1.a), (1.6), (2) для функции когерентности второго порядка отраженной волны в плоскости $z' = z_0$, можно получить

$$\begin{split} \Gamma(\mathbf{z}_{0}, \mathbf{R}, \mathbf{\rho}) &= \left(\frac{\kappa}{2\pi L}\right)^{4} \int d^{2} \mathbf{r}_{\underline{2}}^{\prime} \int d^{2} t_{\underline{2}}^{\prime} \int d^{2} \mathbf{\rho}_{\underline{2}}^{\prime} u_{0} \left(\mathbf{t}_{1}^{\prime} + \frac{1}{2} \mathbf{t}_{2}^{\prime}\right) u_{0}^{*} \left(\mathbf{t}_{1}^{\prime} - \mathbf{t}_{2}^{\prime}\right) u_{0}^{*} \left(\mathbf{t}_{1}^{\prime} - \mathbf{t}_{1}^{\prime}\right) u_{0}^{*} \left$$

Рассмотрим оптический источник, функция когерентности второго порядка которого имеет вид

$$\Gamma(0, \mathbf{R}, \mathbf{\rho}) = u_0 \left(\mathbf{R} + \frac{1}{2} \mathbf{\rho} \right) u_0^* \left(\mathbf{R} - \frac{1}{2} \mathbf{\rho} \right) = u_0^2 \exp\left(-\frac{\mathbf{R}^2}{a^2} - \frac{\mathbf{\rho}^2}{4a^2} - \frac{\mathbf{\rho}^2}{4a_k^2} - \frac{i\kappa}{F} \mathbf{R} \mathbf{\rho} \right),$$
(7)

где *a*, *F* и *a*_к – радиусы пучка, кривизны волнового фронта и пространственной когерентности поля в плоскости излучающей апертуры соответственно. Для зеркального отражателя воспользуемся моделью

$$K(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}) = K_0 \exp\left(-\frac{r^2}{2a_r^2}\right) \delta(\mathbf{r} \mp \boldsymbol{\rho}),$$

где a_r — эффективный радиус отражателя (верхний знак относится к плоскому зеркалу, нижний знак — к уголковому отражателю). Для амплитудного коэффициента пропускания $T(\rho)$ воспользуемся гауссовой аппроксимацией вида

$$T(\rho) = T_0 \exp(-\rho^2/2a_t^2),$$
(8)

где a_t — радиус приемной линзы телескопа.

Из выражения (3) с учетом (4) — (8) для величины о в плоскости резкого изображения приемной линзы получаем

$$\sigma = \frac{L}{2} \left\{ v_1(z) \mp \frac{2\Theta\Omega_r^2}{M} v_0(z) \mp \frac{\Omega\Omega_r (1 - 2\Omega_r p/M) \left[v_1(z) + \Omega_r p \Theta v_0(z)/M \right]}{1 + \Omega^2 (1 - L/F)^2 + \Omega\Omega_r (1 - p^2/M + a^2/a_k^2)},$$
(9)

где $\Omega = ka^2 / L$, $\Omega_r = ka_r^2 / L$ — числа Френеля апертур соответственно источника и отражателя; θ равно двум в случае плоского зеркала и нулю — в случае уголкового отражателя; $M = 1 + \Omega\Omega_r + 4\Omega_r^2$, $p = \Omega(1 - L / F) + 2\Omega_r$.

Из выражения (9) следует, что в случае точечного отражателя ($\Omega_r \to 0$), величина σ равна углу рефракции источника сферической волны или некогерентного источника света, помещенных в плоскость $z' = z : \sigma = \sigma_0 = \frac{L}{2} v_1(z)$ [10].

Выражение (9) в случае освещения зеркальной поверхности не-когерентным источником света $(a_k \rightarrow 0)$ принимает вид

$$\sigma_{\text{Hex}} = \frac{L}{2} \left\{ \gamma_1(z) \pm \frac{2\Theta \Omega_r^2}{M} \gamma_0(z) \right\},\tag{10}$$

откуда следует, что в случае бесконечного отражателя ($\Omega_r \to \infty$) имеем: для плоского зеркала ($\theta = 2$)

$$\sigma_{3, \text{ HeK}}\left(\Omega_{r} \rightarrow \infty\right) = \frac{L}{2} \left[\nu_{1}\left(z\right) + \nu_{0}\left(z\right)\right],$$

для уголкового отражателя ($\Theta = 0$) —

$$\sigma_{\mathbf{y}_{\cdot} \operatorname{HeK}}\left(\Omega_{\mathbf{r}} \to \infty\right) = \frac{L}{2} \mathbf{v}_{1}(\mathbf{z}).$$

Таким образом, угловое положение изображения плоского зеркала складывается из рефракционного смещения изображения источника сферической волны или некогерентного источника света на прямой и обратной трассах, а угловое положение изображения уголкового отражателя определяется лишь рефракционным смещением изображения источника сферической волны или некогерентного источника света на обратной трассе. Из выражения (10) также следует, что при конечном размере отражателя ($\Omega_r = \text{const}$), освещенного некогерентным источником с апертурой, число Френеля которой удовлетворяет условию $\Omega \gg \max(\Omega_r^{-1}, \Omega_r)$, независимо от типа отражателя имеем

$$\sigma_{\text{aek}}(\Omega_r = \text{const}) = \frac{L}{2} \nu_1(z).$$

Более подробно остановимся на случае, когда зеркальные поверхности освещаются когерентным источником света $(a_k \to \infty)$. Рассмотрим бесконечный отражатель $(\Omega_r \to \infty)$. Из выражения (9) при $\Omega_r \to \infty$ и $a_k \to \infty$ имеем:

для плоского зеркала ($\theta = 2$) —

$$\sigma_{_{3,\mathrm{KOF}}}(\Omega_{r} \to \infty = \frac{L}{2} \frac{\left[1 + \frac{1}{2}\Omega^{2}\left(1 - \frac{L}{F}\right)\left(1 - 2\frac{L}{F}\right)\right]}{\left[1 + \frac{1}{4}\Omega^{2}\left(1 - 2\frac{L}{F}\right)^{2}\right]} \left[\nu_{_{0}}\left(z\right) + \nu_{_{1}}\left(z\right)\right]; \tag{11}$$

— для уголкового отражателя ($\Theta = 0$) —

$$\sigma_{\text{y. Kor}} \left(\Omega_r \to \infty \right) = \frac{L}{2} \frac{\left[1 + \frac{1}{2} \Omega^2 \frac{L}{F} \left(1 - 2\frac{L}{F} \right) \right]}{\left[1 + \frac{1}{4} \Omega^2 \left(1 - 2\frac{L}{F} \right)^2 \right]} \gamma_1(z).$$
(12)

Когда бесконечный отражатель освещается плоской волной ($\Omega \rightarrow \infty$, $F \rightarrow \infty$), из (11) и (12) следует: для плоского зеркала —

$$\sigma_{3. \text{ KOF}} (\Omega_r \rightarrow \infty, \ \Omega \rightarrow \infty) = \frac{L}{2} \cdot 2 [\nu_0(z) + \nu_1(z)],$$

для уголкового отражателя -

$$\sigma_{\mathbf{y}, \text{ KOF}}\left(\Omega_{\mathbf{f}} \rightarrow \infty, \ \Omega \rightarrow \infty\right) = 0,$$

т. е. плоское зеркало увеличивает рефракционное смещение изображения по закону зеркального отражения, а уголковый отражатель полностью компенсирует рефракционное смещение изображения. (Отметим, что выражение для угла рефракции источника плоской волны, приведенное в [10], совпадает в случае однородной трассы ($\mu(z') = \text{const}$) с выражением для угла рефракции, полученным в [11]).



Рис. 1. Зависимость величины σ для когерентного источника ($a_{\kappa} \rightarrow \infty$) и однородной трассы ($\mu(z') =$ const) от числа Френеля зеркального отражателя: 1, 1' $- \Omega = 10$, L/F = 0; 2, 2' $- \Omega = 1$; 3, 3' $- \Omega = 0,01$; $4 - \Omega = 10$, L/F = 0,6; 4' $- \Omega = 10$, L/F = 0,4; 5, 5' $- \Omega = 10$, L/F = 1

Рефракционное смещение изображения оптического источника, излучение которого фокусируется на удвоенную длину трассы (F = 2L), как видно из выражений (11), (12), совпадает с рефракционным смещением некогерентного источника света или источника сферической волны. При фокусировке излучения источника на отражатель (L/F = 1) из (11) и (12) имеем:

для плоского зеркала —

$$\sigma_{3. \text{ Kor }} \left(\Omega_r \to \infty, \frac{L}{F} = 1 \right) = \frac{L}{2} \frac{\left[\nu_0 \left(z \right) + \nu_1 \left(z \right) \right]}{\left(1 + \Omega^2 / 4 \right)} ,$$

для уголкового отражателя -

$$\sigma_{y. \text{ kor}}\left(\Omega_r \rightarrow \infty, \frac{L}{F} = 1\right) = \frac{L}{2} \frac{(1 + \Omega^2/2)}{(1 + \Omega^2/4)} \nu_1(z),$$

откуда следует, что при фокусировке большими апертурами ($\Omega \gg 1$) наблюдается компенсация рефракционного смещения изображения в случае плоского зеркала и усиление рефракционного смещения в случае уголка. Такое поведение рефракционного смещения изображения физически понятно, если принять во внимание, что при таком режиме освещения зеркальных отражателей на них формируется вторичный «источник» сферической волны, смещенный относительно оптической системы из-за действия рефракции на прямой трассе [12].

На рис. 1 приведены зависимости величины о для когерентного источника и однородной трассы распространения ($\mu(z') = \text{const}$) от числа Френеля зеркального отражателя при различных значениях радиусов пучка и кривизны волнового фронта в плоскости излучающей апертуры (сплошные линии – для плоского зеркала, штриховые – для уголка. Из рис. 1 следует, что учет дифракционных эффектов существенно повышает точность рефракционных измерений.



Рис. 2. Схема формирования отрицательного угла рефракции

Более того, для оптического пучка с параметрами $\Omega = 10$, L/F = 0.6 (кривая 4) в случае плоского зеркала и $\Omega = 10, L/F = 0,4$ (кривая 4) в случае уголкового отражателя угол рефракции σ приобретает и отрицательные значения. Такое поведение угла рефракции становится понятным, если обратиться к рис. 2.

Пусть источник U в отсутствие рефракции (μ (z') = 0) фокусирует излучение после отражения от зеркала 3 в точку О. Наличие рефракции ($\mu(z') \neq 0$, стрелка на рис. 2 указывает направление рефракционного смещения лучей) приведет к смещению точки фокусировки излучения в точку О', изображение которой, построенное линзой Л, будет находиться в точке И. Аналогичная картина будет и в случае уголкового отражателя.

1. Медведев П.П. Методы и результаты спутниковой геодезии. – Итоги науки и техники. Серия Геодезия и аэросъемка, М.: ВИНИТИ. 1980, т. 16.

2. Применение уголковых отражателей при лазерной локации космических объектов /Под ред. Н.П. Ерпылева, Астросовет АН СССР, М., 1973.

З. Гдалевич Г.А., Гришгауз К.И., Рудаков В.А., Рытов С.М. — Радиотехника и электроника, 1963, т. 8, № 6, с. 942.

4. Колосов М.А., Шабельников А.В. Рефракция электромагнитных волн в атмосферах Земли, Венеры и Марса. — М.: Сов. радио, 1978.

5. Кравцов Ю.А., Фейзуллин З.И., Виноградов А.Г. Прохождение радиоволн через атмосферу Земли. - М.: Радио и связь, 1983.

6. Алексеев А.В., Кабанов М.В., Куштин И.Ф. Оптическая рефракция в земной атмосфере. – Новосибирск: Наука, 1982.

7. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику, ч. 2. — М.: Наука, 1978.

8. Виноградов В.В., Костерин А.Л., Медовиков А.С, Саичев А.И. – Изв. вузов. Радиофизика, 1985, т. 28, № 10, с. 1227.

9. Чернов Л.А. Волны в случайно-неоднородных средах. — М.: Наука, 1975. 10. Банах В.А., Меламуд А.Э., Миронов В.Л., Носов В.В., Чен Б.Н. — Оптика и спектроскопия, 1987, т. 62, вып. 5, с. 1136.

11. Шабельников А.В. Проблемы рефракции миллиметровых и субмиллиметровых радиоволн в атмосфере. – В кн.: І Всесоюзная школа по распространению миллиметровых и субмиллиметровых волн в атмосфере. M., 1983, c. 85-94.

12. Банах В.А., Чен Б. Н. О рефракции оптических волн при локации в атмосфере. – Оптика и спектроскопия (в печати).

Институт оптики атмосферы	Поступила в редакцик
СО АН СССР, г. Томск	28 сентября 1987 г.

V.P. Aksenov, V.A. Banakh, B.N. Chen. The effect of diffraction on determination of atmospheric refraction angle at optical sensing.

The optical wave refraction angle at reflection from a mirror surface in the atmosphere has been calculated based on a parabolic equation and using linear approximation of the medium dielectric constant profile. The refraction angle value at optical sensing of mirror reflectors is shown to be strongly dependent on diffraction conditions on the emitting aperture and the reflector, as well as on the spatial source-field coherence.